N° d'ordre :………../2016

République **A**lgérienne **D**émocratique et **P**opulaire
Ministère de l'**E**nseignement **S**upérieur et
de la **R**echerche **S**cientifique

جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Université Mohamed Boudiaf - **M**'sila

Faculté des **S**ciences

Département de **P**hysique

MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du diplôme de :

MASTER

Domaine : **Sciences de la matière**

Filière : **Physique**

Option : **Physique des Particules à haute Energie**

Par

TAHI MOUNA

THEME

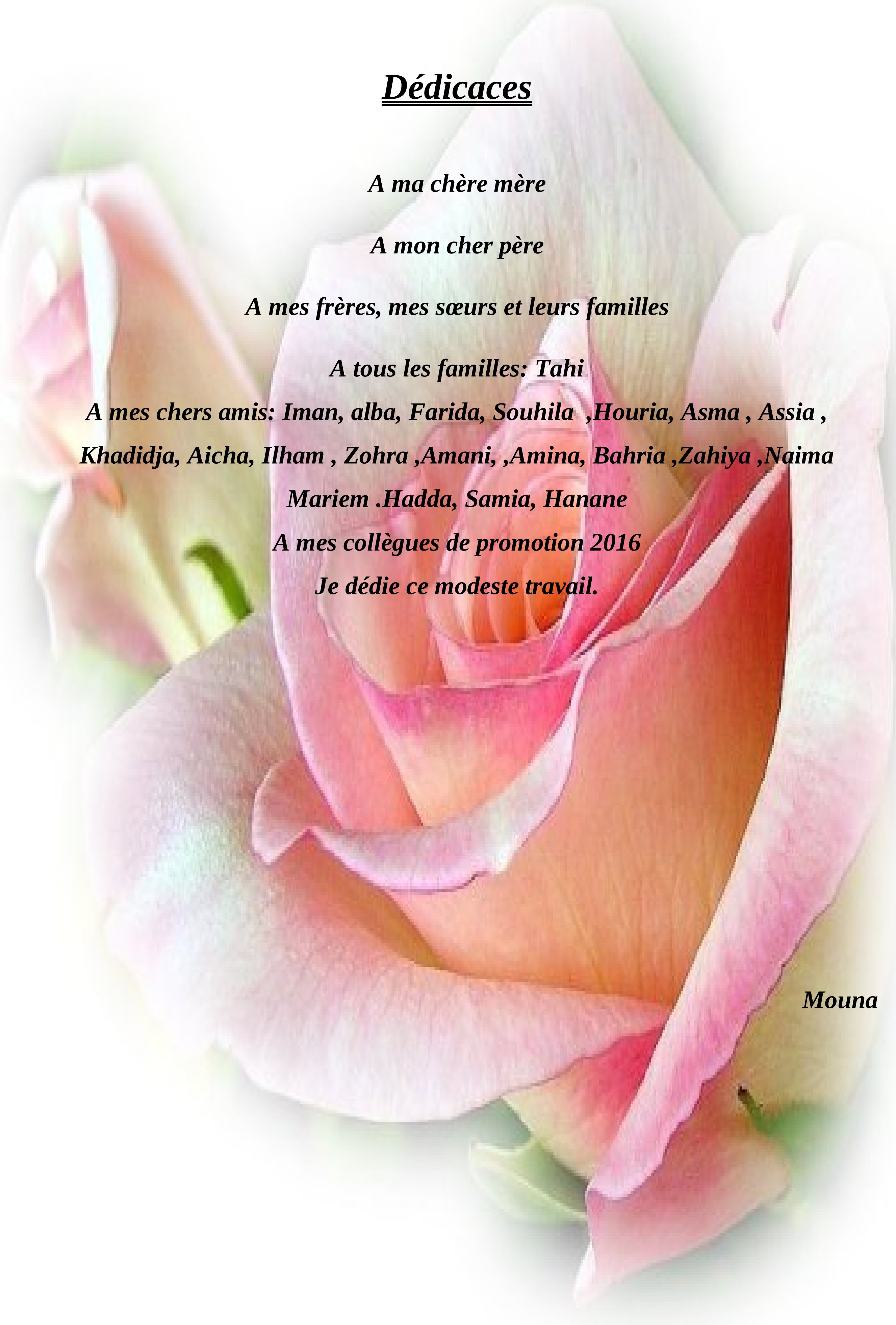
Formalisme de la diffusion dans mécanique quantique avec une longueur minimale application au potentiel step

Soutenue le : 04/06/2016

Devant le jury composé de :

S.MEDJBER	MAA Univ. de M'sila	Président
N.GUESMIA	MAB Univ. de M'sila	Rapporteur
A.REDOUANE SALAHE	MCB Univ. de M'sila	Examinateur

Promotion Juin 2016



<u>Dédicaces</u>

A ma chère mère

A mon cher père

A mes frères, mes sœurs et leurs familles

A tous les familles: Tahi

A mes chers amis: Iman, alba, Farida, Souhila ,Houria, Asma , Assia , Khadidja, Aicha, Ilham , Zohra ,Amani, ,Amina, Bahria ,Zahiya ,Naima Mariem .Hadda, Samia, Hanane

A mes collègues de promotion 2016

Je dédie ce modeste travail.

Mouna

REMERCIEMENTS

Je remercie dieu de m'avoir donné la force et la patience pour accomplir me travail.

Je présente mes remerciements à ma Mère et mon Père pour l'éducation qu'ils m'ont prodigué, avec tous les moyens et au prix de toutes les sacrifices qu'ils ont consentis à mon égard, pour le sens de devoir depuis mon enfance.

Je remercie grandement mon grand frère TAHI Youcef pour son aide, ses conseils et pour son humanité pendant mes années d'étude; merci infiniment.

Je tiens à exprimer toute ma gratitude à mon encadreur: Mr. N.Guesmia pour le temps et l'aide.

Mes remerciements vont ensuite à tous les membres du jury pour l'immense honneur qu'ils me font en acceptent d'évaluer ce travail.

Finalement, J'exprime vivement et profondément tous mes sincères remerciements à tous mes enseignants de département de sciences de la matière, à L'université de M'sila pour leurs aides et leurs conseils.

TABLE DES MATIERES

Chapitre2:la mécanique quantique avec une longueur minimale.

Chapitre3 application : le potentiel step dons le cadre de la mécanique quantique déformée.

INTRODUCTION GENERALE

Depuis long temps, Les atomes sont considérés indivisibles et représentent les constituants fondamentaux et élémentaires de la matière. Plus tard, cette considération était dépouillée par l'existence d'électrons et les noyaux et aussi ses Composants neutrons et protons, des recherches après confirment que même les neutrons et les protons constituaient des quarks et de gluons. Mais la question fondamentale ici : Est-ce que nous continuons à regarder dans la structure de la matière pour trouver la plus petite échelle ? Ou bien il y a une limite fondamentale dans cette recherche qui est plus loin de dimension de la matière ? Toute réponse sur cette Question doit inclure non seulement la structure de la matière, mais aussi la structure de l'espace- temps, donc Est-ce qu'il y a «Atomes» de l'espace par exemple ? Ce grandes énergies dans les expériences de teste **[1].**

Maintenant, nous saurons connaitre s'il y a une limite fondamentale à la résolution des structures de l'espace, Après cela nous ne pouvons pas découvrir quelque chose. Les études dans la théorie quantique gravitationnelle et la théorie des cordes estiment que la résolution des structures finies est possible par l'introduction d'une longueur minimale «L'échelle de longueur minimale» **[2].**Cette longueur élémentaire est équivalente à une incertitude supplémentaire sur la mesure de la position, de sorte que l'incertitude minimale ne peut jamais être nulle. De ce fait, plusieurs études, proposent des petites corrections à la relation d'incertitude de Heisenberg de la forme $(\Delta X)(\Delta P) \geq \frac{\hbar}{2}(1+\beta\langle\Delta P\rangle^2 +\ldots)$, Cette correction a comme conséquence de la modification de la relation de commutation entre l'opérateur de position et l'opérateur d'impulsion qui devient $[X,P]=i\hbar(1+\beta P^2+\cdots)$ **[3]**. La mécanique quantique déformée qui découle par cette algèbre modifiée pourrait constituer une théorie effective pour le traitement de plusieurs problèmes **[4].**

L'objectif de ce mémoire est l'étude de la diffusion des particules par un potentiel scalaire à une dimension en mécanique quantique à la présence d'une longueur minimale. Dans ce contexte il faut rappeler le développement de ce phénomène en mécanique quantique ordinaire. Après on va présenter le formalisme de la mécanique quantique déformé par la présence de la longueur minimale, en fin on va étudier la diffusion à une dimension par un potentiel dans cette mécanique déformé.

La réalisation de ce mémoire faite par trois chapitres :

Le premier chapitre est un rappel sur la mécanique quantique ordinaire sans longueur minimale nous décrirons les formalismes importantes de cette théorie comme le principe d'incertitude de Heisenberg, l'équation de Schrödinger, la Probabilité de présence, l'équation de continuité .Puis nous examinerons le formalisme de diffusion des particules par un potentiel scalaire.

Le deuxième chapitre est consacré à la représentation de la mécanique quantique déformée par l'existence de la longueur minimale.

Dans le troisième chapitre nous réexaminons le formalisme de diffusion des particules par un potentiel scalaire à une dimension dans le cadre de cette algèbre. On a présenté le calcul exact des coefficients de diffusion pour le potentiel step.

Nous terminerons ce mémoire par une conclusion qui résume notre travail.

Chapitre I

Formalisme de la diffusion des particules dans le cadre de la mécanique quantique ordinaire

1.1. Introduction :

La mécanique Quantique est la théorie fondamentale qui décrit les phénomènes Microscopiques au cœur de la matière. En effet, elle peut être considérée comme une théorie plus générale que la mécanique classique Puisqu'elle contient cette dernière comme cas limite. L'apparence de la physique quantique en s'est produite en 1900 Où il est devenu le rayonnement qui régis par les équations de maxwell cette description fit confrontée a plusieurs difficultés notamment l'interprétation de certaines phénomènes physiques comme le rayonnement de corps noirs, l'effet photo-électriques et spectres atomiques. Ici était le rôle du mécanique Quantique lorsque le physicien allemand « Max Planck » Proposa une formule simple en parfait accord avec les expériences sur le spectre du rayonnement du corps noir, l'hypothèse que des oscillateurs mécaniques chargés, de fréquence ν, ne pouvaient émettre ou absorber de l'énergie lumineuse que par quantités discrètes appelées « quanta » d'énergie $nh\nu$, h est la Constant de Planck $h = 6.6261\ 10^{-34} J\ S$. Einstein introduit le concept de quantum de rayonnement, appelé *photon* qui représente la nature corpusculaire pour la lumière de fréquence ν ou de pulsation ω, a une énergie $E = h\nu = \hbar\omega$ Avec $\hbar = h/2\pi$=1.05461010^{-34} $J\ S$. Louis de Broglie considère que si la lumière présente un comportement corpusculaire par exemple l'électron, donc Peut être représenté un comportement ondulatoire, A toute particule de vitesse v et d'impulsion p, de Broglie associe une onde, de longueur d'onde : $\lambda = h/p$, Alors est associe en un point $\vec{r}$ à l' instant t un champ de fonction noté $\psi(\vec{r}, t)$ appelée fonction d'onde de la particule C'était la raison de pour l'apparition de la « dualité » qui peut être à la fois ondulatoires et corpusculaires. C'est la découverte primordiale, le véritable point de départ de la théorie quantique.

La théorie de la mécanique quantique dans son formalisme actuel, apparait comme le fruit de la conjonction exceptionnelle des talents de physiciens et de mathématiciens comme Schrödinger, Heisenberg, Born, Bohr, Dirac, Pauli, Hilbert, Von Neumann, etc. **[5].**

1. 2. Les formules mathématiques de la mécanique quantique ordinaire :

1.2.1. Espace des fonctions d'onde :

Pour une particule dont l état est décrit par la fonction d'onde $\psi(r,t)$, la quantité $|\psi(r,t)|^2 d^3r$ représente la probabilité de trouver cette particule dans un volume d^3r autour du point $\boldsymbol{r}$ à l'instant $\boldsymbol{t}$. Par suite, la probabilité totale de trouver la particule dans tout l'espace est égale à l'unité, d'où **[6]** :

$$\int \psi^* (r,t)\psi(r,t)d^3r = 1 \tag{1.1}$$

Où l'intégration est étendue à tout l'espace. Ces fonctions peuvent constituer un espace vectoriel $L^2(R)$ est un espace de *Hilbert* de dimension infinie, Mais le corps doit être dans une région finie de l'espace pour cela les fonctions d'ondes peut constituer un sous espace noté $\mathcal{F}$ ($\mathcal{F}$est un sous espace de$L^2(R)$).

1.2.2. Structure de l'espace Hilbert $\mathcal{H}$

1. Définition :

a. $\mathcal{H}$ est un espace vectoriel :

Pour montrer que l'espace $\mathcal{H}$ vérifie tout les propriétés d'un espace vectoriel montrons par exemple :

Si $\psi_1(r), \psi_2\,(r) \epsilon \mathcal{H}$ alors **[6]** :

$$\psi(r) = \lambda_1\psi_1(r) + \lambda_2\psi_2(r)\ \epsilon\ \mathcal{H} \tag{1.2}$$

λ_1, λ_2 Étant deux nombres complexes quelconques

b. $\mathcal{H}$ est un espace des fonctions de carré intégrable

On considère la fonction d'onde $\boldsymbol{\psi(r)}$ dont l'intégrale sur leur domaine de définition $\boldsymbol{\mathcal{D}}$ **[7]** *:*

$$\int \psi^*\psi dr = \int |\psi|^2 dr \tag{1.3}$$

Ces fonctions sont appelées des *fonctions de carré intégrable*, ou encore de *carré sommable*, et peuvent Constituer des espaces vectoriels $L^2(D)$, La norme d'une vecteur de $L^2(D)$ s'écrit pour une fonction $\boldsymbol{\psi}$ **:**

$$\left||\psi|\right| = \sqrt{\langle\psi|\psi\rangle} = \sqrt{\int |\psi|^2} \tag{1.4}$$

Les espaces vectoriels munis d'une norme sont appelés des espaces vectoriels normés. Les espaces vectoriels $L^2(D)$ normés constituent des exemples d'*espaces* de Hilbert.

2. Produit scalaire :

L'espace de Hilbert Peuvent être munis d'un produit scalaire défini par **[7]** :

$$\langle\psi|\varphi\rangle = \langle|\psi >, |\varphi >\rangle = \langle\psi(r), \varphi(r)\rangle$$

Alors

$$\langle\psi(r), \varphi(r)\rangle = \int \psi^*(r)\, \varphi(r) d^3r \qquad (1.5)$$

Les propriétés de ce produit sont :

$$\langle\psi|\varphi\rangle = \langle\varphi|\psi\rangle^* \qquad (1.6)$$

$$\langle\psi|\varphi + \eta\rangle = \langle\psi|\varphi\rangle + \langle\psi|\eta\rangle \qquad (1.7)$$

$$\langle\psi|\lambda\varphi\rangle = \lambda\langle\psi|\varphi\rangle \qquad (1.8)$$

$$\langle\lambda\psi|\varphi\rangle = \langle\varphi|\lambda\psi\rangle^*(\lambda\langle\varphi|\psi\rangle)^* = \lambda^*\langle\varphi|\psi\rangle^* = \lambda^*\langle\psi|\varphi\rangle \qquad (1.9)$$

1.2.3. Les bases dans l'espace $\mathcal{F}$:

a. Relation D'orthnormalisation :

Un ensemble discrèt $\{|u_i >\}$ ou continu$\{|v_\alpha >\} \in \mathcal{F}$ dit orthonormé si cet ensemble vérifie la Relation d'orthonormalisation **[6] :**

$$\langle u_i|u_j\rangle = \delta_{ij} \qquad (1.10)$$

Ou

$$\langle v_\alpha|v_b\rangle = \delta_{(\alpha-b)} \qquad (1.11)$$

b. Relation de fermeture :

Un ensemble discret$\{|u_i >\}$, ou continu$\{|v_\alpha >\} \in \mathcal{F}$ constitue une bases si tout $|\psi >\in \mathcal{F}$ Se développe d'une façon suivante **[6]**:

$$|\psi >= \textstyle\sum_i c_i\, |u_i > \qquad (1.12)$$

Ou

$$|\psi >= \int d\alpha\; c(\alpha)\, |v_a > \qquad (1.13)$$

c_i, $c(\alpha)$ les composantes de $|\psi>$sur les bases $\{|u_i>\}$ ou $\{|v_\alpha>\}$ respectivement tel que :

$$\langle u_i|\psi\rangle = c_i \qquad (1.14)$$

$$\langle v_\alpha|\psi\rangle = c(\alpha) \qquad (1.15)$$

On remplace alors (1.14) dans (1.12) et (1.15) dans (1.13) on aura **[6]** :

$$|\psi> = \sum_i \langle u_i|\psi\rangle |u_i>$$

$$= \sum_i |u_i> \langle u_i|\psi\rangle$$

$$|\psi> = (\sum_i |u_i><u_i|)|\psi> \qquad (1.16)$$

$$|\psi> = \int d\alpha \, \langle v_a|\psi\rangle |v_a> = \int d\alpha |v_a> < v_a|\psi>$$

$$|\psi> = (\int d\alpha |v_a> < v_a|)|\psi> \qquad (1.17)$$

On obtient donc deux opérateurs agissant sur tout $|\psi>$ appartenant à $\mathcal{F}$ **[6]**:

$$P_{\{|u_i>\}} = \sum_i |u_i><u_i| = \mathbb{1} \qquad (1.18)$$

$$P_{\{|v_\alpha>\}} = \int d\alpha |\boldsymbol{v_a}> < \boldsymbol{v_a}| = \mathbb{1} \qquad (1.19)$$

Ou $\mathbb{1}$ désigne l'opérateur identité dans $\mathcal{F}$.

1.2.4. Les opérateurs linéaires:

a. Définition :

On Considère l'opérateur A qui associe à une fonction $\psi(r)$ de l'espace vectoriel $L^2(\mathcal{D})$la fonction $\psi'(r)$ **[7]** définie par:

$$\psi'(r) = A\psi(r) \qquad (1.20)$$

Un opérateur A est appelé un opérateur linéaire si quels que soient les fonctions ψ et φ de $\mathcal{F}$ et les nombres Complexes λ_1 et λ_2 vérifient **[7]**:

$$A(\lambda_1 \psi + \lambda_2 \varphi) = \lambda_1 A\psi + \lambda_2 A\varphi \qquad (1.21)$$

Le produit de deux opérateurs A et B noté $A\,B$ est un opérateur définie par:

$$AB\psi = A(B\psi) \qquad (1.22)$$

Exemple

Les opérateurs X, P_x :

Par définition, X est l'opérateur qui agissant sur le ket$|\psi>$, donne le ket $|\psi'>$, soit :

$$|\psi'>=X|\psi>$$

Dans la représentation $\{r\}$On peut écrire : $\psi(r)=\langle\psi|r\rangle$ et $\psi'(r)=\langle r|\psi'\rangle=x\langle r|\psi\rangle$

On obtient la relation :

$$<r|X|\psi>=x\langle r|\psi\rangle$$

On a L'action de l'opérateur p_x appliqué aux fonctions d'onde:

$$|\psi'>=p_x|\psi>$$

On trouve donc : $\langle r|\psi'\rangle=<r|\,p_x|\psi>=-i\hbar\,\frac{\partial}{\partial x}\langle r|\psi\rangle$

b. Le commutateur :

Une propriété importante distingue le produit de des opérateurs. En général, deux opérateurs A et B ne commutent pas entre eux, c'est-à-dire qu'on a **[7]** :

$$AB\neq BA \tag{1.23}$$

Par définition, le commutateur de deux opérateurs A et B est l'opérateur, noté $[A,B]$, Tel que:

$$[A,B]=AB-BA \tag{1.24}$$

Si le commutateur est nul, on a $AB=BA$ et on dit que les opérateurs commutent entre eux.

Exemple :

$$<r|[X,P_x]|\psi>=<r|XP_x-P_xX|\psi>=x<r|P_x|\psi>-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}<r|X|\psi>$$

$$=\frac{\hbar}{i}x\frac{\partial}{\partial x}\langle r|\psi\rangle-\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\,x\langle r|\psi\rangle=i\hbar\langle r|\psi\rangle$$

On obtient :

$$[X,P_x]=i\hbar \tag{1.25}$$

Dans la même façon on trouve :

$$[R_i,R_j]=0 \tag{1.26}$$

$$[P_i,P_j]=0 \tag{1.27}$$

$$[R_i,P_j]=i\hbar\delta_{ij} \tag{1.28}$$

1.3. Le principe d'incertitude de Heisenberg :

1.3.1. Définition :

En 1925, Werner Heisenberg a introduit de nouvelles lois sont très différentes de ces formules fournies par Newton pour expliquer le mouvement des corps microscopiques notamment le principe d'incertitude de Heisenberg, Ce principe est l'un des sources les plus importants dans la théorie quantique car il fixe des limites de la capacité humaine à mesurer les choses.

1.3.2. L'écart quadratique moyen :

Pour construire les relations d'incertitude de Heisenberg il faut calculer l'écart quadratique moyen. Lorsqu'on a une dispersion statistique de données expérimentales x_j

On mesure cette dispersion par l'écart quadratique moyen σ , défini par :

$$\sigma = \sqrt{(x_j - < x >)^2} \tag{1.29}$$

$< x >$ **:**est la valeur moyenne des grandeurs x_j.

Considérons un système quantique dans l'état $|\psi >$ dont on mesure les valeurs propres d'un opérateur A. L'opérateur qui va décrire l'écart par rapport à la moyenne δA est l'opérateur défini par :

$$\delta A = A - < A > = A - < \psi|A|\psi > \tag{1.30}$$

Le carré de l'opérateur δA est donné par:

$(\delta A)^2 = (A - < A >)^2$, La valeur moyenne de $(\delta A)^2$ s'obtient par :

$$< (\delta A)^2 > = < \psi|(A - < A >)^2|\psi > \tag{1.31}$$

L'écart quadratique moyen, que nous noterons ΔA , est alors défini par **[7]** :

$$\Delta A = \sqrt{< (\delta A)^2 >} = \sqrt{< \psi|(A - < A >)^2|\psi >} \tag{1.32}$$

Inégalité position-impulsion de Heisenberg :

Soit $|\varphi >$ un ket tel que:

$$|\varphi > = (X + i\lambda p_x)|\psi > \tag{1.33}$$

$X + i\lambda p_x$ est une application qui transforme $|\psi >$ à $|\varphi >$

Le carré de la norme de $|\varphi>$ est :

$$\langle\varphi|\varphi\rangle =<\psi|(X - i\lambda p_x)(X + i\lambda p_x)|\psi>$$
$$=<X^2> +i\lambda <[X,P_x]> +\lambda^2 <{p_x}^2> \quad (1.34)$$

Le commutateur $[X, p_x]$ est égal $i\hbar$ à et le produit scalaire$\langle\varphi|\varphi\rangle$ est positif ou nul, d'où :

$$<X^2> -\hbar\lambda +\lambda^2 <{p_x}^2> \geq 0 \quad (1.35)$$

On obtient un trinôme du deuxième degré en λ qui est toujours positif ou nul, le discriminant du trinôme est négatif ou nul :

$$\hbar^2 - 4 <{p_x}^2><X^2> \leq 0$$
$$<{p_x}^2><X^2> \geq \frac{\hbar^2}{4} \quad (1.36)$$

Introduisons les opérateurs X' et ${p_x}'$ tels que :

$$X' = X - <X> \quad \text{Et} \quad {p_x}' = p_x - <p_x>$$

Les opérateurs X' et ${p_x}'$ vérifient le commutateur :

$$[X', {p_x}'] = i\hbar \quad (1.37)$$

Alors :

$$<{p_x}'^2><X'^2> \geq \frac{\hbar^2}{4} \quad (1.38)$$

D après la définition de l écart quadratique moyen on trouve :

$$\Delta X = \sqrt{<(X-<X>)^2>} = \sqrt{<(X')^2>}; \Delta p_x = \sqrt{<(p_x-<p_x>)^2>} = \sqrt{<({p_x}')^2>}$$

Le produit ΔX et Δp_x donne **[7]**:

$$\Delta X . \Delta p_x \geq \frac{\hbar^2}{2} \quad (1.39)$$

C'est l'inégalité de Heisenberg ou bien le principe d'incertitude d' Heisenberg elle se généralise pour tous les opérateurs A et B tel que **[7]** :

$$[A, B] = i\hbar \quad (1.40)$$

On trouve aussi la relation de commutation est reliée directement a la relation d'incertitude (1.39) :

$$(\Delta A)(\Delta B) \geq \frac{1}{2}|\langle[A,B]\rangle| \quad (1.41)$$

1.4. L'équation de Schrödinger :

L'équation de Schrödinger est une équation fondamentale de la mécanique Quantique. Elle S'agit d'une équation aux dérivées partielles qui décrit l'évolution au cours du temps de la fonction d'onde d'un système physique.

1.4.1. Présentation de l'équation de Schrödinger :

On peut construire l'équation de Schrödinger à partir des Règles de correspondance tel que chaque grandeur classique correspond a un opérateur différentiel agissant sur la fonction ψ On a donc les correspondances suivantes pour l'énergie et l'impulsion **[7]**:

$$E = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \quad ; \ p = -\, i\hbar\vec{\nabla} \ / \qquad \vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x}\vec{\imath} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{\jmath} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \qquad Et \quad \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Si l'on considère une particule libre non relativiste dont L'énergie classique est $E = \frac{p^2}{2m}$ L'équation aux valeurs propres pour l'opérateur Hamiltonien du système s'écrit :

$$H\,\psi(\vec{r},t) = E\psi(\vec{r},t) \tag{1.42}$$

On remplace les valeurs de $\boldsymbol{E}$ et $\boldsymbol{p}$ quantifiée dans l'équation précédente on obtient l'équation de Schrödinger décrivant L'évolution des états de la particule libre Elle prend la forme suivante :

$$i\hbar\frac{d\psi\,(\vec{r},t)}{dt} = \frac{-\hbar^2}{2m}\Delta\psi(\vec{r},t) \tag{1.43}$$

La fonction$\psi(\vec{r},t)$ représente la fonction d'onde et $\vec{r}$ l'opérateur de la Position.

1.4.2. Particule dans un potentiel scalaire :

Lorsque la particule est plongée dans un potentiel scalaire V l'équation de Schrödinger devient :

$$i\hbar\frac{d\psi\,(\vec{r},t)}{dt} = (\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r}))\psi(\vec{r},t \tag{1.44}$$

On définie l'opérateur H :

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r}) \tag{1.45}$$

Ce dernier est appelé l'opérateur hamiltonien (associé à l'énergie totale) du système considéré. Donc l équation de Schrödinger devient :

$$i\hbar\frac{d\psi\,(\vec{r},t)}{dt} = H\psi(\vec{r},t) \tag{1.46}$$

1.4.3. Résolution de l'équation de Schrödinger :

Nous avons vu précédemment que l'opérateur hamiltonien est la somme des opérateurs d'énergie cinétique et potentielle c'est-a-dire :

$$H(t) = T + V(t) \tag{1.47}$$

H Dépend donc du temps si les potentiels qui entrent en jeu dépendent du temps. Lorsque l'opérateur ***H*** ne dépend pas du temps, ceci facilite la résolution de l'équation de Schrödinger par la méthode de séparation des variables spatiales et temporelle.

Si l'on considère donc une particule évoluant dans un potentiel indépendant du temps les états d'énergie dits «stationnaires» et la densité de Probabilité de présence $\left||\psi|\right|^2$ est indépendante du temps.

On a donc:

$$\left||\psi(r,t)|\right|^2 = \left||\psi(r)|\right|^2 \tag{1.48}$$

Dans ce cas, $\psi(r,t)$ prend la forme:

$$\psi(r,t) = \varphi(r)x(t) \tag{1.49}$$

$\psi(r,t)$ Désigne la fonction d'onde décrivant un état stationnaire d'énergie E. où $\varphi(r)$ fonction d'espace et $x(t)$ fonction dépend du temps. En remplace l'expression de $\psi(r,t)$ dans l'équation de Schrödinger on obtient :

$$i\hbar\varphi\frac{dx}{dt} = \frac{-\hbar^2}{2m}x\Delta\varphi + \mathrm{v}\varphi x$$

Donc :

$$\frac{i\hbar}{x}\frac{dx}{dt} = \frac{(\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta + v)\varphi}{\varphi}$$

$$i\hbar\frac{dx}{x} = E\,dt \tag{1.50}$$

La solution de cette équation est :

$$x(t) = x(0)e^{i\alpha(t)} \tag{1.51}$$

Et pour la fonction $\varphi(r)$ on a :

$$H\varphi(r) = E\varphi(r)$$

Donc on a:

$$\left(\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta + v\right)\varphi(r) = E\varphi(r) \qquad (1.52)$$

C'est l'équation de Schrödinger des états stationnaires, Les valeurs de E peuvent former un ensemble discret notées E_n ou continu, appelé *spectre* de l'énergie. L'état stationnaire correspondant à la plus petite valeur de E du spectre est appelé *l'état fondamental* du système.

Donc la solution $\psi(r,t)$ prend la forme[**6**] :

$$\psi(r,t) = \varphi(r)e^{i\alpha(t)} \qquad (1.53)$$

Donc

$$i\hbar\frac{d\psi(r,t)}{dt} = -\hbar\dot{\alpha}\psi(r,t) = H\psi(r,t)$$

Finalement on a:

$$\psi(r,t) = \varphi(r)exp\left(\frac{-iEt}{\hbar}\right) \qquad (1.54)$$

1.4.4. La probabilité de présence :

L'équation de Schrödinger a postulé pour représenter les états d'un système quantique, Ses solutions contiennent toute l'information du système .Mais cela ne suffit pas, Puisque La théorie quantique ne donne pas une représentation déterministe des phénomènes microscopiques mais seulement une description statistique. Il en résulte une certaine indétermination selon les inégalités de Heisenberg. Dans cette théorie, la notion de trajectoire s'estompe. Pour cette raison il a été supposé la probabilité de présence d'une particule dans un volume élémentaire d^3r est donné par :

$$dp(\vec{r},t) = \left|\left|\psi(\vec{r},t)\right|\right|^2 d^3r \qquad (1.55)$$

Cette équation est le fondement de l'interprétation probabiliste de l'équation de Schrödinger, $\left|\left|\psi(\vec{r},t)\right|\right|^2$ Est une densité de probabilité est :

$$\int \left|\left|\psi(\vec{r},t)\right|\right|^2 d^3r = 1$$

1.4.5. L équation de continuité :

Soit une particule de masse ***m*** dans un potentiel ***V***, L'équation de Schrödinger s'écrit :

$$\begin{cases} \left(\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r},t)\right)\psi(\vec{r},t) = i\hbar\frac{d\psi(\vec{r},t)}{dt} \\ \\ \left(\frac{-\hbar^2}{2m}\Delta + V(\vec{r},t)\right)\psi^*(\vec{r},t) = -i\hbar\frac{d\psi^*(\vec{r},t)}{dt} \end{cases} \qquad (1.56)$$

Multipliant les termes de (1.56) par ψ^* et ψ puis retranchant les deux équations ainsi obtenues, il vient : $$i\hbar\frac{d}{dt}(\psi\psi^*) = -\frac{\hbar^2}{2m}(\psi^*\Delta\psi - \psi\Delta\psi^*)$$

Utilisant l'identité

$$(\psi^*\Delta\psi - \psi\Delta\psi^*) = div(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) \qquad (1.57)$$

On obtient L'équation:

$$\frac{d}{dt}\left||\psi|\right|^2 + \frac{\hbar}{2mi}div(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*) = 0 \qquad (1.58)$$

Cette équation dite équation de continuité elle décrit la conservation d'une grandeur physique on prend par exemple la conservation d'une charge électrique dans ce cas l'équation précédente devient :

$$\frac{d}{dt}\rho(\vec{r},t) + div\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) = 0 \qquad (1.59)$$

La quantité $\rho(\vec{r},t)$ est la densité volumique de la charges et La quantité $\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)$ est le courant ou bien courant de probabilité tel que [**7**]**:**

$$\rho(\vec{r},t) = \left||\psi|\right|^2,\ \overrightarrow{\mathcal{J}}(\vec{r},t) = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*\nabla\psi - \psi\nabla\psi^*)$$

Pour un courant $\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t)$ [**7**] **:**

$$\vec{\mathcal{J}}(\vec{r},t) = \frac{\hbar}{2mi}(\psi^*(\vec{r},t)\Delta\psi(\vec{r},t) - \psi(\vec{r},t)\Delta\psi^*(\vec{r},t)) \qquad (1.60)$$

Et on a :

$$\psi(r,t) = \varphi(r)exp(\frac{-iEt}{\hbar})$$

On obtient : $$\mathcal{J} = \frac{\hbar}{2mi}(\varphi^*\nabla\varphi - \varphi\nabla\varphi^*) \qquad (1.61)$$

1.5. La diffusion par un potentiel :

1.5. 1. Processus de collision :

Les processus de collision jouent un rôle important dans l'´etude des propriétés de la matière. L'expérience de Rutherford, qui démontra l'existence du noyau, était basée sur la diffusion de particules $\boldsymbol{\alpha}$ par des atomes d'or. La spectroscopie Laser moderne, qui fournit des informations sur la structure des atomes et des molécules, peut être vue comme un processus de diffusion de photons. La Conductivité électrique des métaux ne peut être comprise de manière quantitative que si on prend en compte la diffusion des électrons de conduction par les défauts du réseau cristallin. La physique des particules est entièrement fondée sur l'analyse de processus de collision, les très hautes ´énergies atteintes dans les accélérateurs modernes **[8]**.

1.5. 2. La théorie de la diffusion :

Un faisceau de particules de masse m_1 d'impulsion bien définie dirigée suivant l'axe oz entre en collision avec une cible de particules de masse m_2, et on négligera le recul de la cible dans la collision. Une fraction des particules incidentes est dévie par la collision avec la cible et les particules qui ont subi une collision sont enregistrées par des détecteurs places dans une direction d'angles polaires (θ, φ)appeles $angles\ de\ diffusion$, notes collectivement Ω.

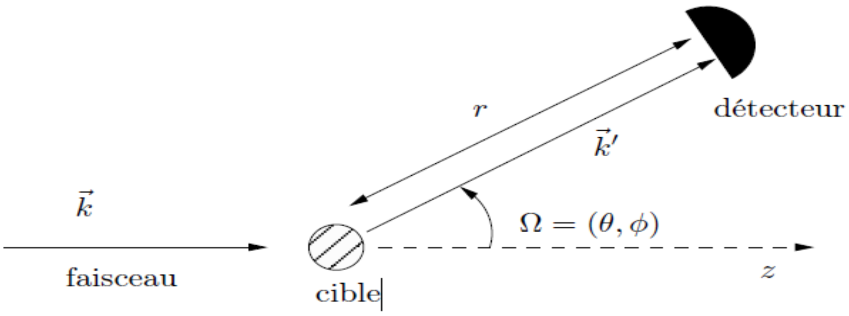


Figure 1.1 : Schéma d'une expérience de diffusion. [9]

On adopte pour la suite les hypothèses simplistes suivantes **[9]**:

1. On ignore le spin des particules. Ceci n'est pas toujours possible : la diffusion de neutrons, outre une interaction de contact a l'échelle atomique, procède également d'une interaction entre le spin du neutron et le spin nucléaires ou électroniques.

2. Toutes les particules en jeu (projectiles et constituants de la cible) sont supposées sans structure interne : seules les collisions élastiques seront considérées ou notamment l'´energie cinétique des projectiles est la même avant et après la collision.

3. Les diffuseurs de la cible sont supposées infiniment massifs Ceci permet la déviation de Projectiles sous l'influence des interactions avec les particules de la cible, donnant un potentiel $V(r)$En outre, la cible est supposée assez mince pour négliger la diffusion multiple

4. On néglige toute corrélation entre les particules c'est-a-dire négligeons toute cohérence entre les ondes diffusées.

1.5. 3. La diffusion a une dimension :

Pour simplifier le problème de diffusion Nous allons intéresse par une modèle de diffusion à une dimension ne dépend que x. Dans ce cas nous choisirons un potentiel carré tel que l'axe $\boldsymbol{ox}$ est divisé en certaine nombre de région ou le potentiel est constant et présente une discontinuité à limite entre deux régions adjacentes. Pour étudier l évolution de la fonction d'onde associée aux particules dans chaque région de potentiel on utilise L'équation de Schrödinger des états stationnaires **[6]** :

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V(x))\right)\varphi=0$$

1.6. Application : Marche de potentiel «potentiel step » :

Ce potentiel est définie par : $V(x)=V_0\theta(x),\quad \theta(x)"fonction-saut"\ de\ Heaviside$

$$\theta(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \\ +\infty & x>0\end{cases}$$

Classiquement, on doit considérer deux cas :

a- Si la particule venant de la gauche a une énergie supérieure à V_0 , elle continue son chemin vers la droite.

b- Si son énergie est inferieure à V_0, la particule doit faire le retour vers la gauche.

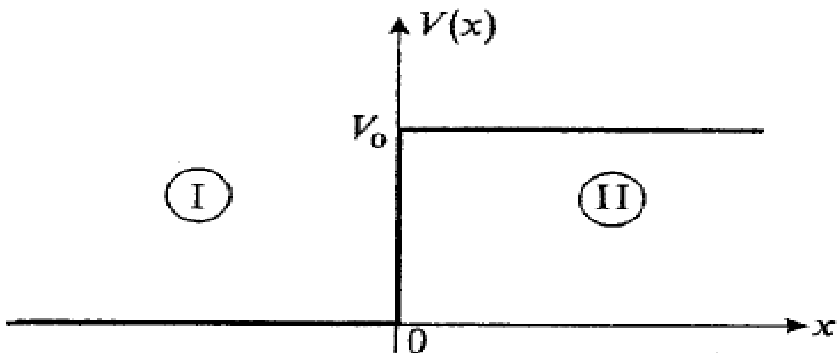


Figure1.2: Marche de potentiel **[6]**.

Dans le cas quantique, on utilise L'$\acute{e}quation$ de Schrödinger indépendante de temps :

$$\left(\frac{d^2}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-V(x)\right)\right)\varphi(x)=0$$

De même qu'en physique classique, on doit considérer deux cas **[6]**:

1.6.1. Cas ou $E > V_0$: réflexion partielle

• Introduisons-les constantes k_1, k_2 tel que [6]:

$$\begin{cases} \text{Région I} : \frac{d^2\varphi_1}{dx^2}+k_1{}^2\varphi_1=0 \quad , k_1{}^2=\frac{2mE}{\hbar^2} \quad (V=0) \\ \text{Région II} : \frac{d^2\varphi_2}{dx^2}+k_2{}^2\varphi_2=0 \quad , k_2{}^2=\frac{2m}{\hbar^2}(E-V_0) \quad (V=V_0) \end{cases} \tag{1.62}$$

• **Les solutions de l'équation de Schrödinger :**

$$\begin{cases} \varphi_1(x)=Ae^{ik_1x}+Be^{-ik_1x} \quad \text{Pour} \quad (x<0) \\ \varphi_2(x)=Ce^{ik_2x}+De^{-ik_2x} \quad \text{Pour} \quad (x>0) \end{cases} \tag{1.63}$$

L'onde incidente est représentée par le terme (e^{ik_1x}) correspond une onde plane allant de gauche vers le droite, lorsque la particule arrive à x=0 elle peut soit réfléchie ou transmise, alors le terme (e^{-ik_1x}) est représente l'onde réfléchie et (e^{ik_2x}) représente L'onde transmise, et le terme (e^{-ik_2x})corresponde à une onde venant de $+\infty$ allant vers la gauche et comme nous n'avons pas de particule qui provient dons se sens alors nous poserons $D=0$**.**

- **Les conditions de raccordement conduisent aux relations suivantes [6]** :

$$\begin{cases} \varphi_1(0)=\varphi_2(0) \longrightarrow A+B=C+D \\ \dot{\varphi_2}(0)=\dot{\varphi_2}(0) \longrightarrow k_1(A-B)=k_2(C-D) \end{cases} \tag{1.64}$$

On obtient donc les rapports suivants :

$$\frac{B}{A}=\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2} \tag{1.65}$$

$$\frac{C}{A}=\frac{2\boldsymbol{k_1}}{\boldsymbol{k_1}+\boldsymbol{k_2}} \tag{1.66}$$

- **Le courant de probabilité définit par [6]** :

$$\mathcal{J} = \frac{\hbar}{2mi}(\varphi^*\nabla\varphi - \varphi\nabla\varphi^*) = \frac{1}{m}Re[\varphi^*\left(\frac{\hbar}{i}\nabla\varphi\right) \quad (1.67)$$

Pour les régions I et II on trouve :

$$\mathcal{J}_1 = \frac{\hbar k_1}{m}[|A|^2 - |B|^2] \quad (1.68)$$

$$\mathcal{J}_2 = \frac{\hbar \boldsymbol{k_2}}{m}|C|^2 \quad (1.69)$$

Les courants de probabilité $\mathcal{J}_1 incident, \mathcal{J}_1\ réfléchi, \mathcal{J}_2$transmis associent respectivement au ondes incidente(e^{ik_1x}), réfléchie(e^{-ik_1x}), et transmise($\boldsymbol{e^{ik_2x}}$) s'obtient :

$$\mathcal{J}_1 incident = \frac{\hbar k_1}{m}|A|^2 \quad (1.70)$$

$$\mathcal{J}_1\ réfléchi = -\frac{\hbar \boldsymbol{k_1}}{m}|B|^2 \quad (1.71)$$

$$\mathcal{J}_2\text{Transmis} = \frac{\hbar \boldsymbol{k_2}}{m}|C|^2 \quad (1.72)$$

On définit ainsi les coefficients de réflexion R et transmission T pour :

$$R = \left|\frac{\mathcal{J}réfléchi}{\mathcal{J}incident}\right| \quad (1.73)$$

$$T = \left|\frac{\mathcal{J}\text{Transmis}}{\mathcal{J}\text{incident}}\right| \quad (1.74)$$

On aura :

$$R = \left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2 = 1 - \frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2} \quad (1.75)$$

$$T = \left|\frac{C}{A}\right|^2 = \left(\frac{2k_1}{k_1 + k_2}\right)^2 = \frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2} \quad (1.76)$$

On vérifie tout simplement que :

$$R + T = 1 \quad (1.77)$$

Il est certain que la particule est soit transmise, soit Réfléchie.

1.6.2. Cas ou $E < V_0$: réflexion totale

- Introduisons la constante k_3 tel que :

$$\begin{cases} Région\ \text{I} : \frac{d^2\varphi_1}{dx^2} + {k_1}^2\varphi_1 = 0 \quad , {k_1}^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \qquad (V=0) \\ Région\ \text{II}: \frac{d^2\varphi_2}{dx^2} + {k_3}^2\varphi_2 = 0 \quad , {k_3}^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(V_0 - E) \qquad (V=V_0) \end{cases} \quad (1.78)$$

- **Les solutions :**

$$\begin{cases} \varphi_1(x) = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \qquad \textit{Pour} \quad (x < 0) \\ \varphi_2(x) = Ee^{k_3x} + Fe^{-k_3x} \qquad \textit{Pour} \quad (x > 0) \end{cases} \tag{1.79}$$

Pour que la solution reste bornée lorsque $x \to +\infty$ il faut que : $E = 0$

- **Les conditions de raccordement de la fonction d'onde conduisent aux relations**:

$\varphi_1(0) = \varphi_2(0) \longrightarrow A + B = E + F$

$\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) \longrightarrow \mathrm{ik_1(A - B) = k_3(E - F)}$

- On obtient facilement :

$$\frac{B}{A} = \frac{k_1 - ik_3}{k_1 + ik_3} \tag{1.80}$$

$$\frac{F}{A} = \frac{2k_1}{k_1 + ik_3} \tag{1.81}$$

Et on aura :

$$R = \left|\frac{B}{A}\right|^2 = \left|\left(\frac{k_1 - ik_3}{k_1 + ik_3}\right)\right|^2 = 1 \tag{1.83}$$

Il y a réflexion totale des ondes, ce qui est à rapprocher du résultat classique On notera cependant que l'existence de fonction d'onde est non nulle à l'intérieur de la marche de potentiel et il existe une onde évanescente e^{-k_3x}, Alors la particule a une probabilité de présence non nulle, cette probabilité décroit exponentiellement en fonction de x c'est-à-dire La distance de pénétration moyenne est proportionnelle à cet effet, inconnu en physique classique**,** est appelé *effet tunnel*, Cette distance de pénétration s'annule lorsque x est supérieur à « la portée »$1/k_3$ avec $\hbar/\sqrt{2m(V_0 - E)}$ **[6].**

Chapitre III

Application:

Le potentiel step dans le cadre de la mécanique quantique déformée.

3.1. Formalisme de diffusion par un potentiel en mécanique quantique déformée :

L'équation de Schrödinger indépendante de temps à une dimension s'écrit :

$$\left(\frac{P^2}{2m}+V(x)\right)\psi(x)=E\psi(x)$$

D'après la réduction de Brau on a : $\boldsymbol{P}=\boldsymbol{p}(1+\boldsymbol{\beta p^2})$ et $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{x}$ **,** ou les opérateurs $\boldsymbol{p}$ et $\boldsymbol{x}$ vérifient le commutateur ordinaire suivant :

$$[\,\boldsymbol{x}\,,\boldsymbol{p}\,]=\boldsymbol{i}\hbar$$

Donc l'équation de Schrödinger modifiée s'écrit :

$$\left(\frac{p^2}{2m}+\frac{\beta}{m}p^4+V\right)\psi(x)=\mathrm{E}\psi(x)$$

Ou

$$(p^2+2\beta\,p^4-2m(\mathrm{E}-V))\psi(x)=0 \tag{3.1}$$

On prend : $p=-\mathrm{i}\hbar\frac{\partial}{\partial x}$ d ou :

$$\left(-\hbar^2\frac{d^2}{d^2x}+2\beta\hbar^4\frac{d^4}{d^4x}-2m(\mathrm{E}-V)\right)\psi(x)=0 \tag{3.2}$$

$$\left(\frac{d^2}{d^2x}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)-2\beta\hbar^2\frac{d^4}{d^4x}\right)\psi(x)=0 \tag{3.3}$$

A. Le cas libre : $\boldsymbol{V(x)=0}$

L'équation (3.3) devient : $$\left(\frac{d^2}{d^2x}+\frac{2mE}{\hbar^2}-2\beta\hbar^2\frac{d^4}{d^4x}\right)\psi(x)=0 \tag{3.4}$$

Où $\boldsymbol{d^n=d^n/dx^n}$, Alors la solution prend la forme **[20]** :

$$\psi(x)=Ae^{rx} \tag{3.5}$$

On remplace la solution (3.5) dans L'équation (3.4) on obtient :

$$r^2+\frac{2m\mathrm{E}}{\hbar^2}-2\beta\hbar^2r^4=0 \tag{3.6}$$

On pose $z=r^2$

On obtient:

$$z + \frac{2mE}{\hbar^2} - 2\beta\hbar^2 z^2 = 0 \tag{3.7}$$

Cette l'équation admise deux solutions z_1 et z_2 :

$$\begin{cases} z_1 = \frac{1+\sqrt{1+16\beta m\,\mathrm{E}}}{4\beta\hbar^2} \\ z_2 = \frac{1-\sqrt{1+16\beta m\,\mathrm{E}}}{4\beta\hbar^2} \end{cases} \tag{3.8}$$

On obtient donc les quatre solutions de l'équation (3.6) :

$$\begin{cases} r_1 = -\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} & , r_3 = \frac{i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} \\ r_2 = +\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} & , r_4 = \frac{-i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} \end{cases} \tag{3.9}$$

Alors la solution de l'équation de Schrödinger (3.4) dans le cas libre s'écrit sous la forme:

$$\psi(x) = \mathrm{A}\, e^{-\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m\,\mathrm{E}}}x} + Be^{+\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m\,\mathrm{E}}}x} + \mathrm{C}e^{\frac{i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m\,\mathrm{E}}}\,x}$$
$$+ \mathrm{D}e^{\frac{-i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m\,\mathrm{E}}}\,x}$$

B. Cas $\boldsymbol{V(x) = V_0}$:

L'équation (3.3) donne :

$$r^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V_0) - 2\beta\hbar^2 r^4 = 0 \tag{3.10}$$

On prend aussi $z = r^2$ L'équation (3.10) devient :

$$z + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V_0) - 2\beta\hbar^2 z^2 = 0 \tag{3.11}$$

Cette équation admit deux solutions z_1 , z_2 :

$$\begin{cases} z_1 = \frac{1+\sqrt{1+16\beta m\,(E-V_0)}}{4\beta\,\hbar^2} \\ z_2 = \frac{1-\sqrt{1+16\beta m\,(E-V_0)}}{4\beta\,\hbar^2} \end{cases} \tag{3.12}$$

Les quatre solutions de l'équation (3.11) sont :

$$\begin{cases} r_1 = -\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m(E-V_0)}} \\ r_2 = +\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m(E-V_0)}} \end{cases} \tag{3.13}$$

$$\begin{cases} r_3 = \frac{i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m(E-V_0)}} \\ r_4 = \frac{-i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m(E-V_0)}} \end{cases} \tag{3.14}$$

3.2. Application

Marche de potentiel «potentiel step » :

Ce potentiel de hauteur V_0 est définie par :

$V(x) = V_0\theta(x)$ ou :

$$\theta(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ +\infty & x > 0 \end{cases}$$

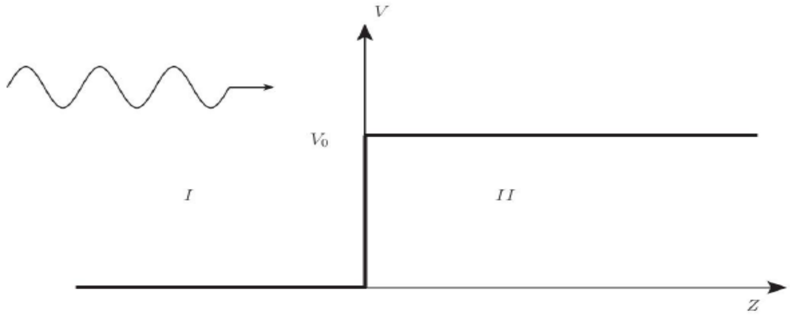


Figure 3.1 : Marche de potentiel [**22**].

Nous intéressons au cas $E > V_0$ pour étudier l'évolution de la fonction d'onde associée à la particule dans chaque région de l'espace.

L'équation de Schrödinger dans chaque région s'écrit sous la forme :

Région I :

$$\left(\frac{d^2}{d^2x} + {k_1}^2 - \ell^2{}_{Pl}\frac{d^4}{d^4x}\right)\psi_1(x) = 0 \quad ,{k_1}^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \quad \ell^2{}_{Pl} = 2\beta\hbar^2 \quad (V=0) \tag{3.15}$$

Région II:

$$\left(\frac{d^2}{d^2x} + {k_2}^2 - \ell^2{}_{Pl}\frac{d^4}{d^4x}\right)\psi_2(x) = 0 \quad , {k_2}^2 = \frac{2m}{\hbar^2}(E - V_0) \quad (V=V_0) \tag{3.16}$$

Les solutions sont :

- Pour la région I**:**

$$\begin{cases} r_1 = -\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} & , r_3 = \frac{i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} \\ r_2 = +\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} & , r_4 = \frac{-i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} \end{cases}$$

Il faut trouver des solutions par la forme $\boldsymbol{\psi(x) = Ae^{rx}}$ ou même temps ils s'écrivent en fonctions de $\boldsymbol{k_1}$ et $\boldsymbol{\ell_{Pl}}$ pour cela on a **[18]:**

$$r = \{\pm ik', \pm 1/k''\} \tag{3.17}$$

Ou $\boldsymbol{k}'$ et $\boldsymbol{k}''$ sont donnés par :

$$k' = \frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}} \qquad , \qquad k'' = \frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}}$$

On utilise le développement de Taylor pour développer l'expression $\sqrt{\mathbf{1+16}\boldsymbol{\beta m}\mathbf{E}}$ en fonction de $\boldsymbol{\beta}$ et on prend l'ordre dominant dans cette formule **[10]** :

$$f(\varepsilon) = f(0) + f'(0)\varepsilon + f''(0)\frac{\varepsilon^2}{2!} + \cdots$$

$$(1+\varepsilon)^{1/2} = 1 + \frac{1}{2}\varepsilon - \frac{1}{4}(1+\varepsilon)^{-3/2}\frac{\varepsilon^2}{2!}$$

On prend $\varepsilon = 16\beta m\mathrm{E}$:

$$(1+16\beta m\mathrm{E}\,)^{1/2} = 1 + 8\beta m\mathrm{E} - 32(\beta m\mathrm{E})^2$$

On obtient :

$$k' = \frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+1+8\beta m\mathrm{E}-32(\beta m\mathrm{E})^2} = \frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{8\beta m\mathrm{E}-32(\beta m\mathrm{E})^2}$$

$$k' = \frac{\sqrt{8\beta m\,\mathrm{E}}}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1-4\beta m\mathrm{E}}$$

Et pour $\sqrt{1-4\beta m\mathrm{E}}$ on a :

$$(1-4\beta m\mathrm{E}\,)^{1/2} = 1 - 2\beta m\mathrm{E} - 8(\beta m\mathrm{E})^2$$

Au premier ordre de β l'expression de k' devient :

$$k' = \frac{\sqrt{2m\mathrm{E}}}{\hbar}(1-2\beta m\mathrm{E}) = \frac{\sqrt{2m\mathrm{E}}}{\hbar}\left(1-\beta\hbar^2\left(\frac{2m\mathrm{E}}{\hbar^2}\right)\right)$$

On obtient donc :

$$k' = k_1(1-\beta\hbar^2{k_1}^2) \tag{3.18}$$

On a aussi :

$$k'' = \frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m\mathrm{E}}}$$

$$= \frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+1+8\beta m\mathrm{E}} = \frac{\sqrt{2}}{2\hbar\sqrt{\beta}}\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\sqrt{1+4\beta m\mathrm{E}}$$

$$= \frac{1}{\hbar\sqrt{2\beta}}(1+2\beta m\mathrm{E}) = \frac{1}{\hbar\sqrt{2\beta}} + \frac{2\beta m\,\mathrm{E}}{\hbar\sqrt{2\beta}}\frac{\sqrt{\beta}}{\sqrt{\beta}} = \frac{1}{\hbar\sqrt{2\beta}} + \frac{2m\mathrm{E}\sqrt{\beta}}{\hbar\sqrt{2}}$$

On a : $\frac{1}{\hbar\sqrt{2\beta}} \gg \frac{2m\mathrm{E}\sqrt{\beta}}{\hbar\sqrt{2}}$

$$k'' = \frac{1}{\hbar\sqrt{2\beta}}$$

On obtient donc :

$$k'' = \frac{1}{\ell_{Pl}} \tag{3.19}$$

- Pour la région II les solutions de l'équation (3.16) sont **:**

$$\begin{cases} r_1 = -\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m(E-V_0)}} \\ r_2 = +\frac{1}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{1+\sqrt{1+16\beta m(E-V_0)}} \end{cases} \tag{3.20}$$

$$\begin{cases} r_3 = \frac{i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m(E-V_0)}} \\ r_4 = \frac{-i}{2\hbar\sqrt{\beta}}\sqrt{-1+\sqrt{1+16\beta m(E-V_0)}} \end{cases} \tag{3.21}$$

On écrit les quatre solutions sous la forme :

$$r = \{\pm i k_1{}', \pm 1/k''\} \tag{3.22}$$

Et :

$$k_1{}' = k_2(1-\beta\hbar^2 k_2{}^2) \tag{3.23}$$

Finalement les solutions dans les deux régions s'écrivent :

Région I :

$$\psi_1(x) = Ae^{ik_1(1-\beta\hbar^2 k_1{}^2)x} + Be^{-ik_1(1-\beta\hbar^2 k_1{}^2)x} + A_1 e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x} + B_1 e^{-\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$$

Région I

$$\psi_2(x) = Ce^{ik_2(1-\beta\hbar^2 k_2{}^2)x} + De^{-ik_1(1-\beta\hbar^2 k_1{}^2)x} + C_1 e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x} + D_1 e^{-\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$$

Donc on a une onde incidente représentée par le terme $(e^{ik_1(1-\beta\hbar^2{k_1}^2)x})$ allant de gauche vers le droite, lorsque la particule arrive à x=0 elle peut soit réfléchie soit transmise, alors le terme$(e^{-ik_1(1-\beta\hbar^2{k_1}^2)x})$ est représente l'onde réfléchie et$(e^{ik_2(1-\beta\hbar^2{k_2}^2)x})$ représente l'onde transmise. Dans la région I il existe une onde évanescente $(e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x})$ et une onde diverge infini il faut donc éliminer le terme $B_1 e^{-\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$ .Dans la région II le terme $(e^{-ik_1(1-\beta\hbar^2{k_1}^2)x})$ correspond une onde venant de$+\infty$ allant vers la gauche comme nous n'avons pas de particule qui provient dans se sens alors nous annulons ce terme, Aussi pour que la solution reste bornée lorsque $x \to +\infty$ Il faut négliger le terme $(e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x})$ et le terme $(e^{-\frac{1}{\ell_{Pl}}x})$ représente une onde évanescente dans cette région**[19]**.

Alors les solutions deviennent **[21]** :

$$\psi_1(x) = Ae^{ik'x} + Be^{-ik'x} + A_1 e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x} \quad , \quad x \leq 0 \tag{3.24}$$

$$\psi_2(x) = Ce^{i{k_1}'x} + D_1 e^{-\frac{1}{\ell_{Pl}}x} \quad , \quad x \geq 0 \tag{3.25}$$

On utilise les conditions de raccordement **[22]** suivantes :

$$d^n\psi_1 \,|_{x=0} = d^n\psi_2 \,|_{x=0} \quad , \quad n = 0,1,2,3 \tag{3.26}$$

On obtient le système :

$$A + B + A_1 = C + D_1 \tag{3.27}$$

$$ik'(A - B) + \frac{A_1}{\ell_{Pl}} = i{k_1}'C - \frac{D_1}{\ell_{Pl}} \tag{3.28}$$

$$-{k'}^2(A + B) + \frac{A_1}{{\ell_{Pl}}^2} = -{k_1}'^2 C + \frac{D_1}{{\ell_{Pl}}^2} \tag{3.29}$$

$$-i{k'}^3(A - B) + \frac{A_1}{{\ell_{Pl}}^3} = -{k_1}'^3 C - \frac{D_1}{{\ell_{Pl}}^3} \tag{3.30}$$

Faisons les changements $x=\frac{B}{A}$ $y=\frac{A_1}{A}$ $z=\frac{C}{A}$ $t=\frac{D_1}{A}$ les équations précédentes devient :

$$x+y-z-t=-1 \tag{3.31}$$

$$x+\frac{i}{k'\ell_{Pl}}y+\frac{k_1{}'}{k'}z+\frac{i}{k'\ell_{Pl}}t=1 \tag{3.32}$$

$$x-\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y-\frac{k_1{}'^2}{k'^2}z+\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}t=-1 \tag{3.33}$$

$$x-\frac{i}{k'^3\ell_{Pl}{}^3}y+\frac{k_1{}'^3}{k'^3}z-\frac{i}{k'^3\ell_{Pl}{}^3}t=1 \tag{3.34}$$

Multiplions les équations (3.31) et (3.32) par $\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}\right)$ on obtient :

$$\begin{cases}\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}x+\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y-\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}z-\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}t=-\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}\\ x-\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y-\frac{k_1{}'^2}{k'^2}z+\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}t=-1\end{cases}$$

$$\begin{cases}\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}x+\frac{i}{k'^3\ell_{Pl}{}^3}y+\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}\frac{k_1{}'}{k'}z+\frac{i}{k'^3\ell_{Pl}{}^3}t=\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}\\ x-\frac{i}{k'^3\ell_{Pl}{}^3}y+\frac{k_1{}'^3}{k'^3}z-\frac{i}{k'^3\ell_{Pl}{}^3}t=1\end{cases}$$

On fait la somme des deux équations on aura :

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+1\right)x-\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+\frac{k_1{}'^2}{k'^2}\right)z=-\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+1\right)\\ \left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+1\right)x+\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}\frac{k_1{}'}{k'}+\frac{k_1{}'^3}{k'^3}\right)z=\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+1\right)\end{cases}$$

$$\begin{cases}-\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+1\right)x+\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+\frac{k_1{}'^2}{k'^2}\right)z=\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+1\right)\\ \left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+1\right)x+\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}\frac{k_1{}'}{k'}+\frac{k_1{}'^3}{k'^3}\right)z=\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}+1\right)\end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}^2}+\frac{k_1'^2}{k'^2}+\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}^2}\frac{k_1'}{k'}+\frac{k_1'^3}{k'^3}\right)z=\frac{2}{k'^2\ell_{Pl}^2}+2$$

$$\left(\frac{k'+k_1'}{k'^3\ell_{Pl}^2}\right)z=\frac{2\left(1+k'^2\ell_{Pl}^2\right)}{k'^2\ell_{Pl}^2}$$

$$z=\frac{2}{k'^2\ell_{Pl}^2}\frac{k'^3\ell_{Pl}^2}{(k'+k_1')}=\frac{2k'}{k'+k_1'}$$

On a donc :

$$\frac{C}{A}=\frac{2k'}{k'+k_1'}$$

Pour déterminer x on a :

$$\begin{cases}\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}^2}+1\right)x-\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}^2}+\frac{k_1'^2}{k'^2}\right)z=-\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}^2}+1\right)\\ z=\frac{2k'}{k'+k_1'}\end{cases}$$

$$\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}^2}+1\right)x-\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}^2}+\frac{k_1'^2}{k'^2}\right)\frac{2k'}{k'+k_1'}=\frac{-1-k'^2\ell_{Pl}^2}{k'^2\ell_{Pl}^2}$$

$$\left(\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}^2}+1\right)x=\frac{-1-k'^2\ell_{Pl}^2}{k'^2\ell_{Pl}^2}+\frac{2k'}{(k'+k_1')k'^2\ell_{Pl}^2}=\frac{2k'-k'-k_1'}{(k'+k_1')k'^2\ell_{Pl}^2}$$

$$x=\frac{k'-k_1'}{(k'+k_1')k'^2\ell_{Pl}^2}\frac{k'^2\ell_{Pl}^2}{\left(1+k'^2\ell_{Pl}^2\right)}=\frac{k'-k_1'}{k'+k_1'}$$

On trouve donc :

$$\frac{B}{A}=\frac{k'-k_1'}{k'+k_1'}$$

Pour déterminer $\boldsymbol{y}$ on remplace la valeur de x et z dans (3.32):

$$\frac{k'-k_1'}{k'+k_1'}+\frac{i}{k'\ell_{Pl}}y+\frac{k_1'}{k'}\frac{2k'}{k'+k_1'}+\frac{i}{k'\ell_{Pl}}t=1$$

$$\frac{i}{k'\ell_{Pl}}y+\frac{i}{k'\ell_{Pl}}t=0$$

On obtient :

$$y=-t$$

Ensuit on remplace cette valeur dans l'équation (3.33) :

$$x-\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y-\frac{k_1{}'^2}{k'^2}z+\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}t=-1$$

$$\frac{k'-k_1{}'}{k'+k_1{}'}-\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y-\frac{k_1{}'^2}{k'^2}\frac{2k'}{k'+k_1{}'}\frac{1}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y=-1$$

$$\frac{k'^2-k_1{}'k'-2k_1{}'^2}{(k'+k_1{}')k'}-\frac{2}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y=-1$$

$$\frac{2}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y=1+\frac{k'^2-k_1{}'k'-2k_1{}'^2}{(k'+k_1{}')k'}$$

$$\frac{2}{k'^2\ell_{Pl}{}^2}y=\frac{2k'^2-2k_1{}'^2}{(k'+k_1{}')k'}=\frac{2(k'-k_1{}')(k'+k_1{}')}{(k'+k_1{}')k'}=\frac{2(k'-k_1{}')}{k'}$$

$$y=\frac{2(k'-k_1{}')}{k'}\frac{k'^2\ell_{Pl}{}^2}{2}$$

On obtient donc :

$$y=k'(k'-k_1{}')\ell_{Pl}{}^2$$

$$\frac{A_1}{A}=k'(k'-k_1{}')\ell_{Pl}{}^2$$

On a :

$$t=-y$$

$$t=-k'(k'-k_1{}')\ell_{Pl}{}^2$$

Donc :

$$\frac{D_1}{A}=-k'(k'-k_1{}')\ell_{Pl}{}^2$$

Alors On a :

$$\frac{B}{A}=\frac{k^{'}-k_1{}^{'}}{k^{'}+k_1{}^{'}} \tag{3.35}$$

$$\frac{C}{A}=\frac{2k^{'}}{(k^{'}+k_1{}^{'})} \tag{3.36}$$

$$\frac{A_1}{A}=k^{'}(k^{'}-k_1{}^{'})\ell_{Pl}{}^2 \tag{3.37}$$

$$\frac{D_1}{A}=-2k^{'}(k^{'}-k_1{}^{'})\ell_{Pl}{}^2 \tag{3.38}$$

Tel que $k^{'}=k_1(1-\beta\hbar^2k_1{}^2)$ Et $k_1{}^{'}=k_2(1-\beta\hbar^2k_2{}^2)$ et $\ell^2{}_{Pl}=2\beta\hbar^2$.

Calculons maintenant les courants à partir de la relation (2.52)

Pour la Région I :

$$\vec{J}_{\mathrm{I}}=\frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*{}_1\vec{\nabla}\psi_1-\psi_1\vec{\nabla}\psi^*{}_1\right)-\frac{\beta}{mi}\hbar^3[\left(\psi^*{}_1\vec{\nabla}\Delta\psi_1-\psi_1\vec{\nabla}\Delta\psi^*{}_1\right)+(\Delta\psi^*{}_1\vec{\nabla}\psi_1-\Delta\psi_1\vec{\nabla}\psi^*{}_1)]$$

$$\vec{J}_{\mathrm{I}}=\vec{J}_0+\vec{J}_1$$

$$\vec{J}_0=\frac{\hbar}{2mi}\left(\psi^*{}_1\vec{\nabla}\psi_1-\psi_1\vec{\nabla}\psi^*{}_1\right)$$

On a :

$$\psi_1(x)=Ae^{ik^{'}x}+Be^{-ik^{'}x}+A_1e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$$

$$\nabla\psi_1(x)=ik^{'}Ae^{ik^{'}x}-ik^{'}Be^{-ik^{'}x}+\frac{A_1}{\ell_{Pl}}e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$$

$$\Delta\psi_1(x)=-k^{'2}Ae^{ik^{'}x}-k^{'2}Be^{-ik^{'}x}+\frac{A_1}{\ell_{Pl}{}^2}e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$$

Et :

$$\psi^*{}_1(x)=A^*e^{-ik^{'}x}+B^*e^{ik^{'}x}+A_1{}^*e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$$

$$\nabla\psi^*{}_1(x)=-ik^{'}A^*e^{-ik^{'}x}+ik^{'}B^*e^{ik^{'}x}+\frac{A_1{}^*}{\ell_{Pl}}e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$$

$$\Delta\psi^*{}_1(x)=-k^{'2}A^*e^{-ik^{'}x}-k^{'2}B^*e^{ik^{'}x}+\frac{A_1{}^*}{\ell_{Pl}{}^2}e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}$$

On obtient:

$$\mathcal{J}_0 = \frac{\hbar}{2mi}\left[\left(A^* e^{-ik'x} + B^* e^{ik'x} + {A_1}^* e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}\right)\left(ik' A e^{ik'x} - ik' B e^{-ik'x} + \frac{A_1}{\ell_{Pl}} e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}\right)\right.$$
$$\left. - \left(A e^{ik'x} + B e^{-ik'x} + A_1 e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}\right)\left(-ik' A^* e^{-ik'x} + ik' B^* e^{ik'x} + \frac{{A_1}^*}{\ell_{Pl}} e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}\right)\right]$$

$$= \frac{\hbar k'}{m}\left[|A|^2 - |B|^2 + A_1(A - B) e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}\right]$$
$$= \frac{\hbar k'}{m}\left[|A|^2 - |B|^2 + k'(k' - k_1')\ell_{Pl}{}^2 A^2 \left(1 - \frac{k' - k_1'}{k' + k_1'}\right) e^{\frac{1}{\ell_{Pl}}x}\right]$$

$$\mathcal{J}_0 = \frac{\hbar k'}{m}[|A|^2 - |B|^2]$$

$$\vec{\mathcal{J}}_1 = -\frac{\beta}{mi}\hbar^3[(\psi^*{}_1\vec{\nabla}\Delta\psi_1 - \psi_1\vec{\nabla}\Delta\psi^*{}_1) + (\Delta\psi^*{}_1\vec{\nabla}\psi_1 - \Delta\psi_1\vec{\nabla}\psi^*{}_1)]$$

On a :

$$\psi^*{}_1\vec{\nabla}\Delta\psi_1 - \psi_1\vec{\nabla}\Delta\psi^*{}_1 = -2ik'^3(|A|^2 - |B|^2)$$

Et :

$$\Delta\psi^*{}_1\vec{\nabla}\psi_1 - \Delta\psi_1\vec{\nabla}\psi^*{}_1 = 2ik'^3(|A|^2 - |B|^2)$$

Donc :

$$\mathcal{J}_0 = 0$$

Le courant de probabilité a l’expression :

$$\mathcal{J}_{\mathrm{I}} = \frac{\hbar k'}{m}[|A|^2 - |B|^2] \tag{3.39}$$

Pour la région II et de même façon on obtient :

$$\mathcal{J}_{\mathrm{II}} = \frac{\hbar k'_1}{m}|C|^2 \tag{3.40}$$

On obtient donc les courants de probabilités suivantes :

$$\mathcal{J}_1 incident = \frac{\hbar k'}{m}|A|^2 \tag{3.41}$$
$$\mathcal{J}_1\ réfléchi = -\frac{\hbar k'}{m}|B|^2 \tag{3.42}$$
$$\mathcal{J}_2 \mathrm{Transmis} = \frac{\hbar k'}{m}|C|^2 \tag{3.43}$$

Pour calculer ***R*** et ***T*** utilisons les relations (3.41), (3.42), (3.43) on obtient:

$$R=\left|\frac{B}{A}\right|^2=\left(\frac{k'-k_1'}{k'+k_1'}\right)^2 \tag{3.44}$$

Et comme on a:

$$k' = k_1(1-\beta\hbar^2 k_1{}^2) \qquad \text{et} \qquad k_1{}' = k_2(1-\beta\hbar^2 k_2{}^2)$$

On remplace ces expressions de k' et $k_1{}'$ dans la relation (3.44) on obtient :

$$R = \frac{(k'-k_1{}')^2}{(k'+k_1{}')^2} = \frac{(k_1-k_2)^2}{(k_1+k_2)^2}(1-4\beta\hbar^2 k_1 k_2) \tag{3.45}$$

On a aussi :

$$T = \frac{k'}{k_1{}'}\left|\frac{C}{A}\right|^2 = \frac{k'}{k_1{}'}\left(\frac{2k'}{k'+k_1{}'}\right)^2 = \frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2}(1+\beta\hbar^2(k_1-k_2)^2) \tag{3.46}$$

On peut vérifie facilement :

$$R + T = 1 \tag{3.47}$$

L'équation de probabilités reste conservée avec des corrections dans les quantités R et T en β due la longueur minimale.

CONCLUSION GENERALE

D'une part et comme nous savons que les expériences de diffusion ont une grande importance dans l'étude des propriétés de la matière, d'autre part le concept de la longueur minimale introduit par Kempf et ces collaborateurs joue un rôle très important en physique dans les dernières années Pour ces raisons, Nous avons présenté dans ce travail le phénomène de la diffusion des particules non relativistes par un potentiel scalaire en mécanique quantique à la présence de cette longueur minimale.

Nous avons présenté les outils fondamentaux du formalisme de la mécanique quantique déformée par la longueur minimale introduite comme une incertitude supplémentaire sur la position, en modifiant la relation d'incertitude de Heisenberg. Ceci équivaut à modifier les relations de commutation entre les opérateurs de position et d'impulsion sous la forme: $\left[\mathrm{X}_i\,,\mathrm{P}_j\right] = i\hbar\,\left[\delta_{ij}\,(1+\beta \mathrm{P}^2) + \beta' \mathrm{P}_i \mathrm{P}_j\right]$ ce qui conduit à une algèbre non Commutative des opérateurs de position ($\left[\mathrm{X}_i\,,\mathrm{X}_j\right] \neq 0$).

Les nouveaux opérateurs De position et d'impulsion sont en général considérés comme des fonctions des Anciens opérateurs x_i et p_j satisfaisant aux relations de commutation canoniques de la mécanique quantique ordinaire.

La partie principale de notre mémoire est l'application du formalisme de cette Version déformée de la mécanique quantique au formalisme de la diffusion des particules en calculons les probabilités de transmission et de réflexion basée sur la solution de la nouvelle équation de Schrödinger en prenons comme Application le potentiel step. On a constaté que l'équation de probabilités R+T=1 reste conservée avec des corrections dans les quantités R et T en β due à la longueur minimale.

REFERENCES

[1] Sabine. Hossenfelder. Minimal Length Scale Scenarios for Quantum Gravity. *Living Rev.Relativity* 16 (2013), 2.

[2] Djamil Bouazizen. Mécanique quantique avec un principe d'incertitude généralisé, Application à l'interaction$1/r^2$. Thèse présentée en vue de l'obtention du grade de docteur en sciences -Spécialité : Physique théorique -Promoteur : Michel Bawin - Juin 2009.

[3] Achim Kempf, Gianpiero Mangano , and Robert B. Mann , Phys . Rev. D52, 1108 (1995).

[4] R. Akhoury and Y.-P.Yao , Phys. Lett. B 572 , 37-42 (2003) .

[5] Jacques WEYERS. PHYSIQUE GENERALE III Mécanique quantique. Notes du cours PHY 1222 Année académique (2006-2007).

[6] Claude Cohen-tannoudji, Bernard, Diu et Franck Laloe. Mécanique quantique 1et2. Edition Hermann(1973).

[7] Jean Hladik Michel Chrysos Pierre-Emmanuel Hladik Lorenzo Ugo Ancarani. Physique quantique, Atomes et noyaux Applications technologiques, 3^e Édition. Inmagine(2006)

[8] Jean-Louis Basdevant et Jean Dalibard. Mécanique quantique Cours de l'´Ecole polytechnique. Février 2002.

[9] Université Pierre et Marie curie (Paris 6), Maitrise de physique. Mécanique quantique (Année 2003/2004).

[10] Abramowitz, M., and Stegun, I. A. Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables, ninth dover printing, tenth gpo printing ed.Dover, New York, 1964.

[11] Sandor Zoltan Benczik. .Investigations on the Minimal-Length Uncertainty Relation. January 22, 2007.

[12] On the Physics of the Minimal Length: The Question of Gauge Invariance. ArXiv: 1602.07752v1 [hep-th] 24 Feb 2016.

[13] Achim. Kempf, J. Phys. A: Math. Gen. 30, 2093 (1997).

[14] M. M. Stetsko and V. M. Tkachuk, Phys. Rev. A 74, 012101 (2006).

[15] Kempf, A. Nonpointlike particles in harmonic oscillators. J. Phys. A30 (1997), 2093-2102.

[16] Brau, F. Minimal length uncertainty relation and hydrogen atom. J. Phys. A32(1999), 7691-7696.

[17] M. Maggiore, Phys. Lett. B304 (1993) 65.

[18] S. Hossenfelder, Phys.Rev. D70 (2004) 105003. S. Hossenfelder, Mod.Phys.Lett. A19 (2004) 2727-2744.

[19] S. Hossenfelder et al, Phys. Lett. B 575 (2003) 85-99.

[20] Kourosh Nozari and Tahereh Azizi. Some Aspects of Minimal Length Quantum Mechanics. ArXiv : quant-ph/0507018v1 3 Jul 2005 .

[21] Gardo Blado*, Vincent Meyers and Constance Owens. Quantum Wells and the Generalized Uncertainty Principle. College of Science and Mathematics Houston Baptist University 7502 Fondren Rd., Houston, Texas , U.S.A.

[22] Griffiths D J 2005 Introduction to Quantum Mechanics (New Jersey: Prentice Hall).

الملخص:

في هذا العمل قدمنا دراسة عن ظاهرة انتشار الجزيئات الغير نسبية بواسطة كمون الدرجة في بعد واحد. الدراسة كانت بواسطة مكانيك الكم المشوه المستند على مبدأ الارتياب العام الذي يدل على وجود طول أولي.ندرس حل معادلة شرودينغر في فضاء الترتيبات و نستعمل الصيغة الجديدة للتيارات لحساب معاملات النفوذ و الانعكاس، ووجدنا أيضا أن معادلة لاحتمالات تبقى محققة مع تصحيحات في R و T , معامل النفوذ+ معامل الانعكاس=1.

كلمات افتتاحية: انتشار الجزيئات الغير نسبية , كمون الدرجة, الطول الأولي. , مبدأ الارتياب العام , مكانيك الكم المشوه

Résumé :

Dans ce travail, nous avons présenté une étude théorique sur le phénomène de diffusion des particules non relativistes par un potentiel step à une dimension dans le cadre de la mécanique quantique déformée basée sur un principe d’incertitude généralisé, impliquant l’existence d’une longueur minimale. Nous avons étudié la solution de l'équation de Schrödinger dans l’espace des configurations et Nous avons utilisé la nouvelle formule des courants pour calculer les coefficients de la transmission et réflexion et on trouvait que L’équation de probabilités $R + T = 1$ reste conservée avec des corrections en β dans les quantités R et T.

Mots clés : diffusion des particules non relativistes, la potentiel step, mécanique quantique déformée, longueur minimale, principe d’incertitude généralisé.

Abstract:

In this work we have presented the one-dimensional study of the scattering phenomenon of the non-relativistic particles with step potential in deformed quantum mechanics based on a generalized principle uncertainty, implying the existence of a minimal length. We have solve analytically the one –dimensional Schrodinger equation in configuration space, we used the new formula of the currents to calculate the transmission and reflection coefficients and finds that the equation of probabilities $R + T = 1$ remains preserved with β corrections in the quantities R end T. generalized uncertainty principle.

Keys word: scattering of the non-relativistic particles, step potential, deforms quantum mechanics, minimal length.