



UNIVERSITE DE M'SILA
FACULTÉ DES SCIENCES ET DES SCIENCES DE L'INGENIEUR

Département de Mathématiques

MÉMOIRE DE FIN D'ETUDE POUR LICENCE (LMD)

Spécialité : *Mathématiques Appliquées*

Par

Babi Oumayma

Debabi Hassiba

Lakhdari Barkahoum

SUJET

Les applications linéaires continues

Encadré par : M^{re} Dahia Elhadj

Promotion : 2013/2014

SOMMAIRE

Introduction	1
CHAPITRE I :	
Espaces normés	
1 – Normes	3
2 – topologie associée à une norme	5
3 – Espace produit – Sous Espaces Normés	8
4 – Espace de Banach	9
5 – Espace Normé de dimension finie	10
CHAPITRE II :	
Les applications linéaires Continues	
1 – Définition	12
2 – Continuité d'une application linéaire	13
3 – Norme de l'espace $\mathcal{L}(E, F)$	15
CHAPITRE III :	
Les Théorèmes fondamentaux	
1 – Théorème	20
1 – Théorème de l'application ouverte	21
2 – Théorème du Graphe fermé de Banach	21
3 – Théorème Banach (STENHAUSSE).....	22
4 – Théorème Hahn Banach (Analytique)	23
5 – Théorème Hahn Banach (Géométrique).....	26
Références	

Introduction

Une application linéaire d'un espace vectoriel E dans espace vectoriel F définis sur le corps des réels ou des complexes est continue si E et F sont de dimension finie, la question de la continuité d'une application linéaire ne se pose pas en revanche, si E et F , par exemple des espaces vectoriels normé quelconque, ce n'est plus vrai, et il y a donc lieu de préciser ce qu'on entend par une application linéaire continue.

Parmi les applications linéaires, celles qui sont continues sont les seules intéressantes en analyse fonctionnelle. il importe également, de manière à pouvoir définir la notion de convergence vers 0 d'une suite d'application linéaire continue (u_n) , de munir l'espace des application linéaire continues d'une topologies, plus ou moins finies, sont possibles. Déjà quand on considère des formes linéaires continues sur un espace vectoriel normé E , c'est-à-dire des application linéaire de E dans le corps de base K (corps des nombres réel ou complexes), ces formes constituent le dual topologique de E noté E' , cet espace peut être muni de diverses topologies. Cela vaut encore dans le cas d'espace d'application linéaires continues à valeurs, par exemple dans un espace vectoriel normé : l'étude des différentes topologies qu'on peut définir sur ces espace rend nécessaire le cadre des espace localement convexes. Cela est 'autant plus vrai les développements de l'analyse fonctionnelle depuis le début des année 1950 (la théorie des distributions notamment).

Références

- 1) **[Sid04]** A.B.Siddiqi, *Applied Functional Analysis*, Marcel Dekker New York, 2004.
- 2) **[Wal73]** A. H. Wallace, *Introduction a la topologie algébrique*, Gauthier-Villars, Paris, 1973.
- 3) **[Boc84]** H. Boccara, *Analyse fonctionnelle. Une introduction pour physiciens*. Editions Marketing. Paris. 1984.
- 4) **[Bre87]** H. Brezis. *Analyse fonctionnelle, théorie et applications*. MASSON Paris, New York Barcelona Milan Mexico Sao Paulo 1987
- 5) **[Jar81]** H. Jarchow, *Locally convex spaces*, B. G. Teubner, Stuttgart, 1981.
- 6) **[Haz94]** M. Hazi, *Introduction aux espaces normés*, O.P.U Alger 1994
- 7) **[Bou90]** N. Bourbaki, *Topologie générale*. Masson, 46. Paris, 1990.
- 8) **[DL84]** R. Dautray et Jacques-Louis Lions, *Analyse Mathématique et Calcul Numérique, Tome1*, édition Masson, 1984