REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Université Mohamed Boudiaf de M'sila
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique
Département des Mathématiques

Mémoire de Master

Domaine : Mathématiques et Informatique
Filière : Mathématiques
Option : Analyse Mathématique et Numérique

Thème

Solution numérique de l'équation intégrale en utilisant la méthode de Galerkin avec des polynômes orthogonaux

Présentée par : *NEBATI El ghalia*

Soutenu publiquement le : ../06/2022.

Devant le jury composé de :

Mr. NADIR Mostefa	Prof	Université de M'sila	**Président**.
Mr. DILMI Mustapha	M.C.B	Université de M'sila	**Encadreur.**
Mr. GAGUI Bachir	M.C.A	Université de M'sila	**Examinateur.**

Année universitaire 2021/2022

Remerciement

◆ Ce mémoire a été réalisé dans le cadre du projet de fin de l'année 2022 au département de mathématique.

◆ Nous adressons d'abord notre gratitude à notre Allah tout puissant, pour nous avoir permis d'en arriver là, d'aller au bout d'un rêve car sans Lui rien n'est possible.

◆ Nous tenons à présenter nos vifs remerciements à notre encadreur Dr.Dilmi Mustapha pour son encadrement et ses conseils qui ont été précieux et bénéfiques, de nous avoir fait bénéficier de ses compétences, ses qualités humaines et de sa disponibilité pour la réalisation de notre projet de fin d'études.

◆ Nous tenons aussi à exprimer nos plus profonds de reconnaissance à nous chers professeurs qui n'ont cessé de nous aider et de nous encourager pendant les cinq ans de notre formation au sein du département de mathématiques.

◆ On n'oublie pas de dire un grand merci à toutes les personnes, tous les professionnels qui ont contribuées de prés et loin à l'enrichissement de notre travail et à notre épanouissement intellectuel.

◆ Nous remercions cordialement le jury qui a accepté d'examiner et d'évaluer notre travail.

Merci à tous,

Dédicaces

✿ J'ai le plaisir d'offrir ce modeste travail à tous ceux qui de près ou de loin ont aidé à sa réalisation.

❀ A mon très cher mère qui a toujours été là pour moi

…★ Souasi Alalja ★…

✿ A mon très cher père "Que dieu aie âme"

…★ Ammar Nebati ★…

❀ Mes frères et mes sœurs chacun par son nom;

✿ A mon mari …★ G.Boubaker ★…

❀ A mes aimes proches : Hiba,Sina,Iman,Houssem.

✿ A tous ceux que j'aime.

…✿ GHALIA ✿…

Table des matières

Notations

$C([a,b])$	espace des fonctions continues sur $[a,b]$
f	terme libre dans l'équation intégrale
A	opérateur linéaire
I	opérateur identique
X	espèce de Banach
$\int$	signe intégrale
B	polynôme de Bernstein
$k(x,t)$	noyau de l'équation intégrale
y	la fonction inconnue dans l'équation intégrale
y_n	solution approchée
λ	paramètre numérique
$E.I.F$	équation intégrale de Fredholm

Introduction

Une équation intégrale est une équation dont l'une des indéterminées est une intégrale. Les équations intégrales sont l'un des principaux outils dans divers domaines de la mathématique appliquée, de la physique et de l'ingénierie. Les équations intégrales de Fredholm sont l'une des équations intégrales les plus importantes. Comme pour les équations diffrentielles ordinaires ou les équations aux dérivées partielles, il n'est pas connu de méthode universelle pour la résolution des équations intégrales celles dites exactes. Il arrive trés souvent que même celles qui présentent des formes apparemment simples ne se laissent pas résoudre avec ces méthodes dites exactes. Des méthodes numériques de résolution avec des schémas algorithmiques pour leur implémentation sur ordinateur.

Dans cette mémoire, nous étudions les équations intégrales linéaires de Fredholm du deuxième type et il s'écrit comme suit:

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b k(x,t)y(t)dt \tag{1}$$

Ce mémoire est divisé en trois chapitres :

Le premier chapitre aborde des notion sur les équations intégrales, définition et classification des équations intégrales.

Le deuxième chapitre dans ce chapitre, on a étudie l'existence et l'unicité des équations intégrales de Fredholm de seconde espèce, et nous présenterons quelques méthodes analytiques, et numériques importantes pour résoudre les équations intégrales de Fredholm de seconde espèce.

Le troisième chapitre l'utilisation de la méthode de Galerkin avec le Polynômes de Bernstein pour la solutions des équations intégrales de Fredholm de seconde espèce.

Chapitre 1

Préliminiaires Mathématiques

Définition 1.0.1 *Une équation intégrale est une équation dans laquelle la fonction inconnue $y(x)$ à déterminer apparaît sous le signe de l'intégrale. A une forme générale d'une équation intégrale en $y(x)$ est de la forme*

$$y(x) = f(x) + \int_{\omega(x)}^{\mu(x)} K(x,t)y(t)dt \tag{1.1}$$

$K(x,t)$ est le noyaux de l'équation intégrale. $\omega(x)$ et $\mu(x)$ sont les limites d'intégration. Les bornes d'intégration $\omega(x)$ et $\mu(x)$ sont soit constantes,variables ou mixtes et elles peuvent aussi être undimensionnelles ou multidimensionnelles.

Par exmple, pour $a \leq x \leq b$, $a \leq t \leq b$ les équation :

$$y(x) = \int_{a}^{b} K(x,t)y(t)dt \tag{1.2}$$

$$y(x) = f(x) + \int_{a}^{b} K(x,t)y(t)dt \tag{1.3}$$

$$y(x) = \int_{a}^{b} K(x,t)[y(t)]^2dt \tag{1.4}$$

Dans l'équation (1), on observe facilement que la fonction inconnue $y(x)$ apparaît à la fois l'intérieur et à l'extérieur du signe intégral, comme nous l'avons indiqué pérécedemment dans la définition. Il est important de noter que le noyau $K(x,t)$ et la fonction $f(x)$ son toujours donnés à l'avance. Par conséquent, L'idée principale est de déterminer $y(x)$ tel qu' il soit en accord avec l'équation (1).

1.1 Classification des équations intégrales

1.1.1 Équation intégrale de Fredholm

La forme standard des équations intégrales de Fredholm prend la forme;

$$\varphi(x)y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt, a \leq x, t \leq b \tag{1.5}$$

La fonction de noyau de l'équation intégrale est $K(x,t)$ et la fonction non homogène est $v(x)$ qui sont normalement donnés à l'avance et le paramètre λ. La valeur $\varphi(x)$ va donner le type suivant d'équations intégrales Fredholm;

Lorsque la valeur $\varphi(x) = 0$, l'équation (1.5) devient ;

$$0 = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt \tag{1.6}$$

et l'équation intégrale de Fredholm est appelée équation intégrale de Fredholm de première espèce.

Lorsque la valeur $\varphi(x) = 1$, l'équation (1.5) peut s'écrire ;

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt \tag{1.7}$$

et l'équation intégrale est alors appelée équation intégrale de Fredholm de seconde espèce sans perte de généralité, on peut toujours obtenir l'équation (1.6) à partir de (1.5) en divisant (1.5) par $y(x)$ à condition que $y(x) \neq 0$.

1.1.2 Équations intégrales de Volterra

Sa forme générale est donnée par;

$$\varphi(x)y(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x,t)y(t)dt \tag{1.8}$$

avec son intervalle d'intégration étant la fonction de x

1.Pour $\varphi(x) = 0$, alors (1.7) est

$$0 = f(x) + \lambda \int_a^x K(x,t)y(t)dt \tag{1.9}$$

et dans ce cas l'équation intégrale est appelée l'équation intégrale de Volterra du premier type.

2. Pour $\varphi(x) = 1$, alors (1.7) est

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x,t)y(t)dt \tag{1.10}$$

et l'équation intégrale est alors appelée l'équation intégrale de Volterra du deuxième type.

Équations intégrales linéaires de Fredholm

La forme standard de l'équation intégrale linéaire de Fredholm est donnée par

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt, x \leq a, b \leq t \tag{1.11}$$

Équations intégrales linéaires de Volterra

La forme standard d'une équation intégrale linéaire de Volterra est donnée par

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x,t)y(t)dt \tag{1.12}$$

où les limites d'intégration sont une constante a et une variable x et la fonction inconnue $y(x)$ apparaît linéairement sous le signe intégral. Le noyau de l'équation intégrale est donné par $K(x,t)$.

Propriété de linéarité

Comme nous l'avons vu précédemment, la fonction $y(x)$ dans les équations intégrales linéaires de Fredholm et de Volterra (1.6) et (1.9) doit apparaître dans les premières puissances de 1 chaque fois qu'elle existe.

Cependant, des fonctions non linéaires surviennent lorsque la fonction inconnue $y(x)$ est remplacée par une fonction non linéaire $K(y(x))$ telle que $y^2(x)$, $sin(y(x))$, $e^{y(x)}$ et ainsi de suite. Voici des exemples d'équations intégrales non linéaires

$$y(x) = v(x) + \lambda \int_a^x K(x,t) y^2(t) dt \tag{1.13}$$

$$y(x) = v(x) + \lambda \int_a^x K(x,t) e^y(t) dt \tag{1.14}$$

$$y(x) = v(x) + \lambda \int_a^x K(x,t) \sin(y(t)) dt \tag{1.15}$$

Équations intégro-différentielles

Dans ce type d'équations intégrales, la fonction inconnue $y(x)$ apparaît d'un côté comme une dérivée ordinaire et apparaît de l'autre côté sous le signe intégral.

Exemples d'équations intégrales intégro-différentielles

1.
$$y''(x) = 2x + \int_0^x xty(t)dt, y(0) = 0, y' = 1 \tag{1.16}$$

2.
$$y''(x) = \sin x + \int_0^x y(t)dt, y(0) = 1 \tag{1.17}$$

Les équations (1.16) et (1.17) sont des équations Intégro-différentielles de Volterra .

Équations infinies intégrales

Ces types d'équations intégrales surviennent lorsqu'une ou toutes les limites d'intégration deviennent infinies. Aussi lorsque le noyau $K(x,t)$ devient infini. Certains des exemples sont :

1.

$$y(x) = v(x) + \int_{-\infty}^{\infty} e^{\left|x^2-t^2\right|} y(t)dt \tag{1.18}$$

2.

$$y(x) = \int_{0}^{x} \left[\frac{1}{(x-t)^{\alpha}}\right] y(t)dt, 0 < \alpha < 1 \tag{1.19}$$

Où le comportement singulier dans l'équation (1.19) résulte du fait que le noyau est infini.

$$K(x,t)_{x\to t} = \infty$$

Équations intégrales de Volterra-Fredholm

L'équation intégrale de Volterra-Fredholm, qui est une combinaison d'équations intégrales de Volterra et de Fredholm disjointes. Ces équations découlent de problèmes de valeurs limites, en particulier lors de la conversion d'un problème de valeurs limites en équation intégrale dont la forme de base est

$$y(x) = f(x) + \int_{0}^{x} K_1(x,t)y(t)dt + \int_{a}^{b} K_2(x,t)y(t)dt \tag{1.20}$$

Où $K_1(x,t)$, $K_2(x,t)$ et sont les noyaux de l'équation intégrale.

Équations intégro-différentielles de Volterra-Fredholm

Il s'agit d'une combinaison d'intégrales disjointes de Volterra et de Fredholm et d'un opérateur différentiel. Ce type d'équation intégrale provient de nombreuses applications physiques et chimiques similaires aux équations intégrales de Volterra-Fredholm. La forme standard est donnée par

$$y''(x) = f(x) + \int_0^x K_1(x,t)y(t)dt + \int_a^b K_2(x,t)y(t)dt \tag{1.21}$$

Où $K_1(x,t)$ et $K_2(x,t)$ sont les noyaux de l'équation intégrale

Transformation de (PVLs) en équations intégrales

Lorsqu'une équation différentielle ordinaire doit être résolue dans des conditions impliquant une variable dépendante ou des dérivées à deux valeurs différentes des variables indépendantes, le problème considéré est appelé un problème aux valeurs limites (PVL).

Exemple 1.1.1 *2.2.4. Considérons le problème aux limites suivant*

$$y''(x) + \lambda y(x) = e^x, y(0) = 0, y(1) = 1 \tag{1.22}$$

Nous construisons une équation intégrale de Fredholm associée au problème aux limites ci-dessus. Nous intégrons les deux côtés de (1.22) par rapport à x sur 0 à x de la manière suivante

$$\int_0^x y''(x)dx + \lambda\int_0^x y(x)dx = \int_0^x e^x dx [y'(x)]_0^x = [e^x]_0^x - \lambda\int_0^x y(x)dx$$

$$y'(x) - y'(0) = e^x - 1 - \lambda\int_0^x y(x)dx \tag{1.23}$$

Soit $y'(0) = C$, alors on peut réécrire l'équation (1.23) comme

$$y'(x) = e^x - 1 - \lambda\int_0^x y(x)dx + C$$

En intégrant à nouveau par rapport à x sur 0 à x et en utilisant la formule intégrale de Cauchy, nous obtenons

$$\int_0^x y'(x)dx = \int_0^x e^x dx - \int_0^x dx - \lambda\int_0^x y(x)dxdx + \int_0^x C(x)dx$$

En utilisant la formule ci-dessous

$$\int_0^x \ldots \int_0^x y(x)dxdx\ldots = \frac{1}{(n-1)!}\int_0^x (x-t)^{n-1}y(t)dt$$

On a

$$y(x) - y(0) = e^x - 1 - x - \lambda\int_0^x (x-t)y(x)dx + Cx \tag{1.24}$$

Mais $y(0) = 0$, *alors (1.24) devient*

$$y(x) = Cx - x + e^x - 1 - \lambda\int_0^x (x-t)y(t)dt \tag{1.25}$$

C *est inconnu Nous faisons donc de* C *le sujet de la formule de l'équation (1.25). Puisque* $y(1) = 1$ *alors* C *peut être exprimé comme*

$$1 = C - 1 + e - 1 - \lambda\int_0^1 (1-t)y(t)dt$$

$$\Rightarrow C = 3 - e + \lambda\int_0^1 (1-t)y(t)dt$$

Nous substituons la valeur de C *dans l'équation pour obtenir*

$$y(x) = x[3 - e + \lambda\int_0^1 (1-t)y(t)dt] - x + e^x - 1 - \lambda\int_0^x (x-t)y(t)dt$$

Réorganiser pour obtenir

$$y(x) = 2x - 1 - xe + e^x + \lambda\int_0^1 x(1-t)y(t)dt - \lambda\int_0^x (x-t)y(t)dt$$

Nous cassons maintenant l'intervalle de 0 *à* x *de* 0 *à* x *et de* x *à* 1 *ainsi nous avons ;*

$$y(x) = 2x - 1 - xe + e^x + \lambda\int_0^x (x-t)y(t)dt + \lambda[\int_0^x x(1-t)y(t)dt + \int_x^1 x(1-t)y(t)dt]$$

Nous combinons les deux intégrales où la limite d'intégration de 0 *à* x *donc nous l'écrivons comme*

$$y(x) = 2x - 1 - xe + e^x + \lambda[\int_0^x (x(1-t) - (x-t))y(t)dt + \int_x^1 x(1-t)y(t)dt]$$

$$y(x) = 2x - xe - 1 + e^x + \lambda[\int_0^x (t(1-t)y(t)dt + \int_x^1 x(1-t)y(t)dt] \tag{1.26}$$

ou

$$y(x) = f(x) + \lambda \int_0^1 k(x,t)y(t)dt \tag{1.27}$$

Qui est une équation intégrale de Fredholm du deuxième type. Où

$$f(x) = 2x - xe - 1 + e^x$$

$$k(x,t) = \begin{cases} t(1-x), 0 \leq t \leq x \\ x(1-x), x \leq t \leq 1 \end{cases}$$

1.2 Types de noyaux

Nous discutons donc des différents types de noyaux dans les équations intégrales, car les noyaux jouent un rôle important dans la recherche de la solution du système d'équations intégrales donné

Noyau symétrique

Un Noyau $K(x,t)$ est symétrique (ou symétrique complexe ou hermitien) si

$$K(x,t) = K^*(t,x) \tag{1.28}$$

Où désigne le conjugué complexe. Si le noyau est réel, alors nous avons

$$K(x,t) = K(t,x) \tag{1.29}$$

Par exemple, voici quelques exemples de noyaux symétriques

1.$K(x,t) = cos(x+t)$

2. $K(x,t) = logxt$

3. $K(x,t) = x^2t^2 + xt$

Noyaux séparables

Un noyau $K(x,t)$ est dit séparable ou dégénéré s'il peut être exprimé comme la somme d'un nombre fini de termes, dont chacun est le produit d'une fonction de x et t seulement c'est-à-dire

$$K(x,t) = \sum_{i=1}^{n} a_i(x)b_i(x) \tag{1.30}$$

Où $a_i(x)$ et $b_i(t)$ sont supposés être linéairement indépendants, sinon le nombre de termes dans la relation (1.30) peut être réduit par indépendance linéaire si $c_1a_1+c_2a_2+...+c_na_n = 0$, où ci sont des constantes arbitraires, c'est-à-dire $c_1 = c_2 = ... = c_n = 0$

Noyau résolvant

Donnons les solutions des équations intégrales ci-dessous

$$u(x) = \phi(x) + \lambda \int_a^b G(x,t)u(t)dt \tag{1.31}$$

et

$$v(x) = \phi(x) + \lambda \int_a^x G(x,t)v(t)dt \tag{1.32}$$

respectivement par

$$u(x) = \phi(x) + \lambda \int_a^b R(x,t,\lambda)u(t)dt \tag{1.33}$$

et

$$v(x) = \phi(x) + \lambda \int_a^x \Gamma(x,t,\lambda)v(t)dt \tag{1.34}$$

Alors $R(x,t,\lambda)$ et $\Gamma(x,t,\lambda)$ sont appelés les noyaux Résolvants ou Réciproques des équations intégrales données.

Noyaux itérés

Ici, nous considérons la forme générale de l'équation intégrale de Fredholm du deuxième type.

$$\phi(x) = \varphi(x) + \lambda \int_a^b G(x,t)\phi(t)dt \tag{1.35}$$

Alors les noyaux itérés $G_n(x,t)$ pour $n = 1, 2, ...$ sont définis comme indiqué ci-dessous :

$$\begin{aligned} G_1(x,t) &= G(x,t) \\ G_n(x,t) &= \int_a^b G(x,z)G_{n-1}(x,t)dt, n = 2, 3, ... \end{aligned} \tag{1.36}$$

Où $G(x,t)$ est le Noyau de l'équation intégrale

Chapitre 2

Existence et unicité des solutions des E.I

Dans ce chapitre nous rappelons les théorèmes que nous allons utiliser pour obtenir des résultats d'existence variés, et nous présenterons quelques méthodes analytiques, et numériques importantes pour résoudre les équations intégrales de deuxième espèce

Théorème de la série géométrique de Neumann [7]

Pour les équations d'opérateur du deuxième type

$$y - Ay = f$$

L'unicité et l'existence de la solution peut etre donnée par la série de Neumann pour vu que l'opérateur A soit une contraction $\|A\| < 1$.

Théorème 2.0.1 *Soit $A : X \to X$ etre un opérateur linéaire borné d'un espèce de Banach X en lui-même avec $\|A\| < 1$, et laissez $I : X \to X$ soit l'operateur identique. Alors $I - A$ admet un opérateur inverse borné donné par la série de Neumann*

$$(I - A)^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} A^k \tag{2.1}$$

et qui satisfait

$$\| (I - A)^{-1} \| \leq \frac{1}{1 - \| A \|} \tag{2.2}$$

Les opérateurs itérés A^n sont définis par $A^0 = I$ et $A^n = AA^{n-1}$ pour $n \in \mathbb{N}$

Preuve. Comme $\|A^n\| \leq \|A\|^n$ .De puis $\| A \| \leq 1$, on a la convergence absolue

$$\sum_{k=0}^{\infty} \| A^k \| \leq \sum_{k=0}^{\infty} \| A \|^k = \frac{1}{1 - \|A\|}$$

dans léspace de Banach $\mathcal{L}(X)$, par consequent la série de Neumann converge en norme et définit un opérateur borné

$$S = \sum_{k=0}^{\infty} A^k$$

Avec $\|S\| \leq (1 - \|A\|)^{-1}$ de plus S est l'inverse de $I - A$, Comme on peut voir que

$$(I - A)S = (I - A) \lim_{n \to \infty} \sum_{k=0}^{n} A^k = \lim_{n \to \infty} (I - A^{n+1}) = I$$

aussi

$$S(I - A) = \lim_{n \to \infty} \sum_{k=0}^{n} A^k(I - A) = \lim_{n \to \infty} (I - A^{n+1}) = I$$

puisque $\|A^{n+1}\| \leq \|A\|^{n+1} \to 0, n \to \infty$. ■

Théorème 2.0.2 *(Alternative de Fredholm)*

On considère les équations intégrales homgène dules, l'une de l'autres, issues d'une noyau qui sont donc définies par

$$\text{trouver } \varphi \in C[a,b],\ \varphi(x) - \lambda \int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt = 0 \tag{2.3}$$

$$\text{trouver } \psi \in C[a,b],\ \psi(x) - \lambda \int_a^b K(x,t)\psi(t)dt = 0 \tag{2.4}$$

On considère pour $f \in C[a,b], g \in C[a,b]$ les équations intégrales avec seconds membres

$$\text{trouver } \varphi \in C[a,b]; \qquad \varphi(x) - \lambda \int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt = f(x) \tag{2.5}$$

$$\text{trouver } \psi \in C[a,b]; \qquad \psi(x) - \lambda \int_a^b K(x,t)\psi(t)dt = g(x) \tag{2.6}$$

alors on a l'alternative

Ou bien les équations (2.3) et (2.4) n'ont que les solutions triviales $\varphi = 0, \psi = 0$ *dans ces cas les équations* (2.5) *et* (2.6) *admettent une solution unique* $\varphi \in C[a,b]$ *et* $\psi \in C[a,b]$ *pour chaque* $f \in C[a,b], g \in C[a,b]$.

$$\int_a^b f(x)\psi(x)dx = \int_a^b \varphi(x)g(x)dx$$

Dans ces conditions, la solution générale de (2.5) *s'écrit sous la forme*

$$\varphi = \varphi + \sum_{i=1}^{m} \alpha_i \varphi_i$$

où φ *est la solution particulière de* (2.5) *et les* $(\varphi_i)_{1\leq i\leq m}$ *forment une famille libre de solution de* (2.3).

Exemple 2.0.1 *Considérons l'équation intégrale de Fredholme*

$$\varphi(x) - \lambda\int_0^1 (5x^2-3)t^2\varphi(t)dt = e^x, \;\; x \in [0,1]. \tag{2.7}$$

On a

$$\varphi(x) = e^x + C\lambda(5x^2-3) \tag{2.8}$$

où

$$C = \int_0^1 t^2\varphi(t)dt \tag{2.9}$$

substituant (2.8) *dans* (2.9), *il vient*

$$C = \int_0^1 t^2 e^t dt + C\lambda\int_0^1 (5t^4-3t^2)dt$$

d'où

$$C = e - 2$$

Quels que soient λ, *l'équation proposée a la solution*

$$\varphi(x) = \lambda(e-2)(5x^2-3) \;\; + e^x$$

et l'équation homogène associée

$$\varphi(x) - \lambda\int_0^1 (5x^2-3)t^2\varphi(t)dt = 0$$

la seule solution nulle $\varphi(x) = 0$.

2.1 Méthodes de solutions des E.I.F

2.1.1 Méthodes analytiques pour résoudre les E.I.F

Il existe de nombreuses méthodes analytiques pour résoudre les équations intégrales de Fredholm du deuxième type.

La méthode de décomposition modifiée

La méthode introduit une légère variation dans la relation de récurrence

$$y_0(x) = v(x) \tag{2.10}$$

$$y_{k+1}(x) = \lambda \int_a^b K(x,t)y(t)dt \quad k \geq 0 \tag{2.11}$$

dont la somme infinie est donnée par

$$y(x) = \sum_{n=0}^{\infty} y_n(x) \tag{2.12}$$

qui conduisent à trouver les composantes de $y(x)$ de la manière la plus simple et la plus rapide. Dans de nombreux cas, la fonction $v(x)$ peut être prise comme la somme de deux fonctions partielles, c'est-à-dire $v_1(x)$ et $v_2(x)$ ou comme

$$v(x) = v_1(x) + v_2(x) \tag{2.13}$$

Compte tenu de (2.13), nous introduisons un changement dans la structure de la relation d'occurrence (2.10). Afin de minimiser l'ampleur du calcul, nous identifions la composante zéro $y_0(x)$ par une partie de $v(x)$ qui est $v_2(x)$ et $v_2(x)$. Tandis que l'autre partie peut être ajoutée à la composante $y_1(x)$ ainsi que d'autres termes. Autrement dit, la méthode introduit une relation d'occurrence modifiée

$$y_0(x) = v_1(x) \tag{2.14}$$

$$y_1(x) = v_2(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)y_0(t)dt \tag{2.15}$$

$$y_{k+1}(x) = \lambda \int_a^b K(x,t) y_k(t) dt, k \geq 1 \tag{2.16}$$

Ce qui affiche l'écart entre la relation d'occurrence standard (2.10) et la relation altérée (2.14) repose uniquement sur la catégorisation des deux premières composantes $y_0(x)$ et $y_1(x)$ tandis que le reste des composantes $y_i(x), i \geq 2$ reste inchangé dans les deux relations d'occurrence. Même si cette variation dans la formation de $y_0(x)$ et $y_1(x)$ est faible, elle participe néanmoins à accélérer la convergence de la solution et à minimiser l'ampleur du travail de calcul. De plus, la diminution du nombre de les termes en $v_1(x)$ influencent les composantes de $y_1(x)$ et d'autres composantes également.

Exemple 3.1.6. Considérer

$$y(x) = \sin x - x + x \int_0^{\frac{\pi}{2}} t y(t) dt \tag{2.17}$$

Tout d'abord, nous séparons $f(x) = \sin x + x$ en deux parties à savoir

$$g(x) = \sin x$$

$$h(x) = -x$$

Maintenant, en utilisant la formule de récurrence modifiée (2.14), nous obtenons

$$y_0(x) = g(x) = \sin x \tag{2.18}$$

$$y_1(x) = h(x) + x \int_0^{\frac{\pi}{2}} t y_0(t) dt = -x + x \int_0^{\frac{\pi}{2}} t \sin t dt = 0 \tag{2.19}$$

En conséquence

$$y_{i+1}(x) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} K(x,t) y_i(t) dt = 0, \; i \geq 1 \tag{2.20}$$

Aussi, en utilisant (2.20), la structure de $y_i, i \geq 1$ est équivalente à zéro. D'où

$$y(x) = \sin x$$

La méthode itérative variationnelle

Dans cette section, nous appliquerons la méthode itérative variationnelle pour traiter les équations intégrales de Fredholm. Cette technique ne fonctionne mieux que pour un noyau dégénéré tel que

$$G(x,t) = u(x)v(t), \qquad u = g, v = h \tag{2.21}$$

D'après (2.21), cela implique que nous différencions les deux côtés de l'équation intégrale de Fredholm pour la convertir en son équation différentielle identique de Fredholm Integro qui nécessite une condition initiale définie. Pour cette raison, nous nous limitons à l'étude de $u(x) = x^n, n \geq 1$.

L'équation intégrale standard de Fredholm est de la forme

$$y(x) = f(x) + \int_a^b G(x,t)y(t)dt \tag{2.22}$$

Ou de manière équivalente de (2.21)

$$y(x) = f(x) + u(x)\int_a^b v(t)y(t)dt \tag{2.23}$$

Puisque la valeur sous le signe intégral, c'est-à-dire l'intégrale, est constante. Ainsi, la différenciation de l'équation (2.23) par rapport à x donne

$$y'(x) = f\prime(x) + g'(x)\int_0^b h(t)y(t)dt \tag{2.24}$$

Ce qu'on appelle l'équation intégro-différentielle et sa fonctionnelle de correction est donnée par

$$y_{n+1}(x) = y_n(x) + \int_0^x \lambda(\zeta)(y_n'(x) - f'(\zeta) - u'(\zeta)\int_a^b v(x)\overline{y}_n(x)dx)d\zeta \tag{2.25}$$

Nous substituons la valeur λ obtenue dans (2.25) où la restriction a été exclue ce qui donne

$$y_{n+1}(x) = y_n - \int_a^b [y_n'(\zeta) - f'(\zeta) - g\prime(\zeta)\int_a^b h(r)y_n(x)dx]d\zeta \tag{2.26}$$

et il est utilisé pour le calcul d'approximations consécutives (successives) $y_{n+1}(x), n \geq 0$ de la solution $y(x)$. D'après (2.26), la zéroième approximation $y_0(x)$ peut être n'importe quelle fonction sélective, et l'utilisation de la première valeur y_0 est utilisée pour l'approximation sélective du terme zéro et finalement nous obtenons

$$y(x) = \lim_{n\to\infty} y_n(x) \tag{2.27}$$

Exemple 3.1.9. En utilisant la méthode de la méthode d'itération variationnelle, résolvez l'équation intégrale de Fredholm suivante

$$y(x) = \sin(x) - x + x\int_0^{\pi} y(t)dt \tag{2.28}$$

La solution de l'équation intégrale de Fredholm ci-dessus par la méthode d'itération variationnelle nous oblige à d'abord dériver l'équation intégrale donnée (2.28) par rapport à x en gardant t fixe et nous obtenons

$$y'(x) = \cos x - 1 + \int_0^{\pi} y(t)dt \tag{2.29}$$

A partir de (2.29) la fonctionnelle de correction correspondante est donc donnée par : Soit après utilisation de la formule de l'équation intégro-différentielle (2.26)

$$y_{n+1}(x) = y_n(x) - \int_0^{x} [y_n'(\zeta) - \cos(\zeta) + 1 - \int_0^{\pi} y_n(x)dx]d\zeta \tag{2.30}$$

Nous réalisons queλ est pris égal à -1 pour l'équation intégro-différentielle du premier ordre et que la condition initiale $y(0) = 0$ est atteinte après substitution de $x = 0$ dans l'équation (2.28).

Par la suite, nous utiliserons cette condition initiale pour sélectionner $y_0(x) = y(0) = 0$ et finalement appliquer la même sélection dans la fonctionnelle de correction donne les approximations successives suivantes.

$$y_0(x) = 0 \tag{2.31}$$

$$y_1(x) = y_0(x) - \int_0^{x} [y_0'(\zeta) - \cos\zeta + 1 - \int_0^{x} y_0(x)dx]d\zeta \tag{2.32}$$

mais $y_0'(\zeta)$ est donné par

$$y_0'(\zeta) = \cos\zeta - 1 + \int_0^{\pi} y_0(x)dx = 0$$

en appliquant ce qui précède dans l'équation (2.32), nous avons

$$y_1(x) = -\int_0^{x} [\cos\zeta + 1 -]d\zeta = \sin(x) - x$$

on obtient ainsi

$$y_1(x) = \sin x - x \tag{2.33}$$

$$y_x(x) - y_1(x) - \int_0^{x} [y_1'(\zeta) - \cos\zeta + 1 - \int_0^{x} y_1(x)dx]d\zeta \tag{2.34}$$

Ici

$$y\prime_1(\zeta) = \cos\zeta - 1 = 0at\ \zeta = 0$$

Et en utilisant la valeur de $y_1'(\zeta) = 0$ dans (2.34)nous avons

$$y_2(x) = \sin x - x - \int_0^{x} [-\cos\zeta + 1 - \int_0^{\pi} (\sin s - s)ds]d\zeta$$

$$= \sin x - x - [\sin x - x + \frac{\pi^2}{2}x]$$

$\pm \sin x$ est un des termes de bruit et on l'annule donc pour obtenir

$$y_2(x) = (\sin x - x) + (x - \frac{\pi^2}{2}) \tag{2.35}$$

En utilisant (2.35), nous avons

$$y_3(x) - y_2(x) - \int_0^{x} [y\prime_2(\zeta) - \cos\zeta + 1 - \int_0^{\pi} y_2(x)dx]d\zeta \tag{2.36}$$

En utilisant la même méthode que dans le cas de $y_0(x)$, $y_1(x)$ et $y_2(x)$ dans $y_3(x)$ on obtient

$$y_3(x) = (\sin x - x) + (x - \frac{\pi^2}{2}x) + (x - \frac{\pi^4}{4}x) \tag{2.37}$$

$$\Longrightarrow\ y_4(x) = (\sin x - x) + (x - \frac{\pi^2}{2}x) + (x - \frac{\pi^4}{4}x) + (x - \frac{\pi^{16}}{16}x)$$

et la solution générale devient donc

$$y_n(x) = (\sin x - x) + (x - \frac{\pi^2}{2}x) + (x - \frac{\pi^4}{4}x) + (x - \pi\frac{\pi^{16}}{16}x) + (x - \frac{\pi^{256}}{256}x) + ... + (x - \frac{\pi^n}{n}x) \quad (2.38)$$

Par conséquent, à partir de (2.38), les termes de bruit sont $\pm x$ et $\pm\frac{\pi^n}{n}$ que nous annulons maintenant pour obtenir la réponse au problème comme

$$y(x) = \sin x \quad (2.39)$$

2.1.2 Méthodes numériques pour résoudre les E.I.F

Il existe de nombreuses méthodes numériques pour résoudre les équations intégrales de Fredholm du deuxième type.

Méthode d'approximation de Galerkin

La solution de l'équation intégrale de Fredholm du deuxième type

$$y(x) = f(x) + \lambda\int_a^b K(x,t)y(t)dt,\ a \leq x, t \leq b \quad (2.40)$$

$y(x)$ peut être approché par la somme partielle

$$y_n(x) = \sum_{i=1}^{n} \alpha_i \Phi_i(x) \quad (2.41)$$

de n fonctions linéairement indépendantes $\Phi_1(x), \Phi_2(x), ..., \Phi_n(x)$ sur l'intervalle (a, b). Ici l'erreur associée $\varepsilon(x, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ dépend de x et du choix des coefficients $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$. Ainsi, lorsque nous substituons la solution approchée à $y(x)$, l'équation (2.40) devient

$$y_n(x) = f(x) + \lambda\int_a^b K(x,t)y_n(t)dt + \varepsilon(x, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n) \quad (2.42)$$

Où les n conditions doivent être trouvées pour donner les n équations qui détermineront les coefficients $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$. Pour la méthode de Galerkin, nous supposons que le terme d'erreur $\varepsilon(x, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)$ est orthogonal à n fonctions linéairement indépendantes $\Phi_1(x), \Phi_2(x), ..., \Phi_n(x)$ sur l'intervalle $[a, b]$ où les n conditions sont données par

$$\int_a^b \Phi_k(x)(\varepsilon, x, \alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n)dx, \;\; k = 1, ..., n$$

$$\int_a^b \Phi_k(x)[y_n(x) - f(x) - \int_a^b K(x,t)y_n(t)dt]dx = 0, k = 1, ..., n$$

Où $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ sont des coefficients intermédiaires et en affirmant que $\lambda = 0$. Ce qui implique que la solution approchée peut s'écrire sous la forme

$$\int_a^b \Phi_k(x)[y_n(x) - \int_a^b K(x,t)y_n(t)dt]dx = \int_a^b \Phi(x)f(x)dx, k = 1, ..., n \tag{2.43}$$

ou

$$\int_a^b \Phi_k(x)(\sum_{k=1}^{n} \alpha_k \Phi_k(x) - \int_a^b K(x,t)[\sum_{k=1}^{n} \alpha_k \Phi_k(t)]dt)dx = \int_a^b \Phi_k(x)f(x), k = 1, ..., n \tag{2.44}$$

qui est la formule générale après substitution de la somme partielle (2.41).

Chapitre 3

Solution d'équation intégrale de Fredholm

Dans ce chapitre, nous avons appliqué la méthode de Galerkin avec le polynôme de type Bernstein sur certaine classe des équations intégrales de Fredholm de deuxième type [13].

3.1 Polynômes de Bernstein

La forme générale des polynômes de Bernstein $[4-7]$ de degré n sur l'intervalle $[a, b]$ est défini par

$$B_{i,n}(x) = \binom{n}{i} \frac{(x-a)^i (b-x)^{n-i}}{(b-a)^n}, \quad a \leq x \leq b, \qquad i = 0, 1, 2, .., n \tag{3.1}$$

Notez que chacun de ces $n+1$ polynômes de degré n satisfait les conditions suivantes

$i)\ B_{i,n}(x) = 0,\ if \quad i \prec 0 \ or \quad i \succ n,$ $\qquad ii) \sum_{i=0}^{n} B_{i,n}(x) = 1$

$$iii) B_{i,n}(a) = B_{i,n}(b) = 0,\ 1 \leq i \leq n-1$$

Les premiers polynômes de Bernstein sur l'intervalle $[a, b]$, sont donnés ci-dessous :

$$\begin{aligned}
B_{0,10}(x) &= (b-x)^{10}/(b-a)^{10} \\
B_{1,10}(x) &= 10(b-x)^{9}(x-a)/(b-a)^{10} \\
B_{2,10}(x) &= 45(b-x)^{8}(x-a)^{2}/(b-a)^{10} \\
B_{3,10}(x) &= 120(b-x)^{7}(x-a)^{3}/(b-a)^{10} \\
B_{4,10}(x) &= 210(b-x)^{6}(x-a)^{4}/(b-a)^{10} \\
&\vdots
\end{aligned}$$

3.2 Méthode de Galerkin avec polynôme de Bernstein

Considérons qu'une équation intégrale linéaire générale de Fredholm (FIE) de deuxième espèce est donnée par

$$a(x)y(x)+\lambda\int_a^b k(x,t)y(t)dt = f(x), \quad a \leq x \leq b \tag{3.2}$$

Où $a(x)$ et $f(x)$ sont des fonctions données, $k(t,x)$ est le noyau, et $\phi(x)$ est l'inconnue fonction ou solution exacte de (3.2), qui reste à déterminer.

Maintenant, nous utilisons la technique de la méthode de Galerkin [3] pour trouver une solution approchée $\tilde{\phi}(x)$ de (3.2). Pour cela, nous supposons que

$$y_n(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i B_{i,n}(x) \tag{3.3}$$

Où $B_{i,n}(x)$ sont des polynômes de Bernstein (base) de degré i définis en équation (3.1), et a_i sont des paramètres inconnus, à déterminer. En substituant (3.3) à (3.2), on obtient

$$a(x)\sum_{i=0}^{n} a_i B_{i,n}(x)\lambda\int_a^b \left[k(x,t)\sum_{i=0}^{n} a_i B_{i,n}(x)\right] dt = f(x)$$

ou,

$$a_i\sum_{i=0}^{n} a(x) B_{i,n}(x)\lambda\int_a^b \left[k(x,t)\sum_{i=0}^{n} a_i B_{i,n}(x)\right] dt = f(x)$$

Alors les équations de Galerkin [3] sont obtenues en multipliant les deux côtés de (3.3) par $B_{j,n}(x)$ puis en intégrant par rapport à x de a à b, on a

$$\sum_{i=0}^{n} a_i \left[\int_a^b \left[a(x)B_{i,n}(x) + \lambda\int_a^b k(x,t)\sum_{i=0}^{n} a_i B_{i,n}(x)dt\right] B_{j,n}(x)dx\right] = \int_a^b B_{j,n}(x)f(x)dx, \;\; j = 0, 1, ..., n$$

Puisque dans chaque équation, il y a trois intégrales. L'intégrande intérieure du côté gauche est une fonction de x et t , et est intégré par rapport à t de a à b. En conséquence l'intégrande externe devient une fonction de x uniquement et l'intégration par rapport à x donne un constant. Ainsi pour chaque $j(j = 0, 1, ..., n)$ on a une équation linéaire à $n + 1$ inconnues $a_i(i = 0, 1, ..., n)$. Enfin (3.4) représente le système de $n + 1$ équations linéaires en $n + 1$ inconnues, sont données par

$$\sum_{i=0}^{n} a_i C_{i,j} = F_j, \quad j = 0, 1, 2, ..., n \tag{3.4}$$

où

$$C_{i,j} = \int_a^b \left[a(x)B_{i,n}(x) + \lambda\int_a^b k(x,t)\sum_{i=0}^{n} a_i B_{i,n}(x)dt\right] B_{j,n}(x)dx, \qquad i, j = 0, 1, 2, ..., n \tag{3.5}$$

$$F_j = \int_a^b B_{i,n}(x)f(x)dx, \quad j = 0, 1, 2, ..., n \tag{3.6}$$

Maintenant, les paramètres inconnus ai sont déterminés en résolvant le système d'équations (3.4), et en substituant ces valeurs de paramètres dans (3.3), on obtient la solution approchée $\tilde{\phi}(x)$ de l'équation intégrale (3.2). L'erreur absolue E pour cette formulation est définie par

$$E = \left|\frac{y(x) - y_n(x)}{y(x)}\right|$$

3.3 Résultats numériques

Exemple 3.3.1 *Considérons l'équation intégrale linéaire de Fredholm*

$$y(x) = \exp(x) + \int_0^1 2\exp(x)\exp(y)y(t)dt$$

où la solution exacte soit donnée par

$$y(x) = \frac{\exp(x)}{(2 - \exp(2)}$$

La solution approximative $y_n(x)$ de $y(x)$ est obtenue par la méthode de Galerkin avec le polynôme de type Bernstein.

Tableau 1. Nous présentons les solutions exactes et approximatives de l'équation dans l'exemple 3.2.1 dans certains points arbitraires, l'erreur pour $N = 6$ est calculée

x	solution exacte	solution approchée	Erreur
0.0	-0.1856	-0.1856	3.1192E-07
0.1	-0.2051	-0.2051	9.1987E-08
0.2	-0.2266	-0.2266	8.5653E-08
0.3	-0.2505	-0.2505	3.8398E-08
0.4	-0.2768	-0.2768	6.9270E-08
0.5	-0.3059	-0.3059	5.8711E-08
0.6	-0.3381	-0.3381	3.7137E-08
0.7	-0.3737	-0.3737	7.6296E-08
0.8	-0.4130	-0.4130	8.7094E-09
0.9	-0.4564	-0.4564	8.4581E-08
1	-0.5044	-0.5044	1.8771E-07

Exemple 3.3.2 *Considérons l'équation intégrale linéaire de Fredholm*

$$y(x) = \exp(2x) - x + \int_0^1 x\exp(-2t)y(t)dt$$

où la solution exacte soit donnée par

$$y(x) = \exp(2x)$$

La solution approximative $y_n(x)$ de $y(x)$ est obtenue par la méthode de Galerkin avec le polynôme de type Bernstein.

Tableau 1. Nous présentons les solutions exactes et approximatives de l'équation dans l'exemple 3.2.2 dans certains points arbitraires, l'erreur pour $N = 6$ est calculée:

x	solution exacte	solution approchée	Erreur
0.0	1.0000	3.0716	2.0716E+00
0.1	1.2214	2.8174	1.3067E+00
0.2	1.4918	2.6804	7.9675E-01
0.3	1.8221	2.6590	4.5930E-01
0.4	2.2255	2.7563	2.3851E-01
0.5	2.7183	2.9804	9.6414E-02
0.6	3.3201	3.3441	7.2119E-03
0.7	4.0552	3.8660	4.6646E-02
0.8	4.9530	4.5713	7.7077E-02
0.9	6.0496	5.4921	9.2166E-02
1.0	7.3891	6.6694	9.7396E-02

Exemple 3.3.3 *Considérons l'équation intégrale linéaire de Fredholm*

$$y(x) = \exp(x+2) - 2\int_0^1 \exp(x+t)y(t)dt$$

où la solution exacte soit donnée par

$$y(x) = \exp(x)$$

La solution approximative $y_n(x)$ de $y(x)$ est obtenue par la méthode de Galerkin avec le polynôme de type Bernstein.

Tableau 1. Nous présentons les solutions exactes et approximatives de l'équation dans l'exemple 3.2.3 dans certains points arbitraires, l'erreur pour $N = 6$ est calculée:

x	solution exacte	solution approchée	Erreur
0.0	1.0000	1.0000	1.2606E-07
0.1	1.1052	1.1052	5.0498E-08
0.2	1.2214	1.2214	3.6022E-08
0.3	1.3499	1.3499	3.9208E-08
0.4	1.4918	1.4918	3.1714E-08
0.5	1.6487	1.6487	5.7678E-08
0.6	1.8221	1.8221	6.0617E-09
0.7	2.0138	2.0138	7.4012E-08
0.8	2.2255	2.2255	1.9706E-08
0.9	2.4596	2.4596	1.0335E-07
1.0	2.7183	2.7183	2.6075E-07

Conclusion

Dans ce mémoire, nous étudierons l'équation intégrale de Fredholm par la méthode de Galerkin avec le polynômes de Bernstein, On a illustré à la fin par des exemples avec la programation par logiciel de calcul numérique MATLAB, et comparer les solutions exactes avec les solutions approximatives.

Bibliographie

[1] S. Abbasbandy, E. Shivanian, A new analytical technique to solve Fredholm's integral equations, in Numer Algor, 56, (2011) 27–43.

[2] W. Abdul-Majid, A first cours in integral equations, saint xavier university, USA, second edition, 2005.

[3] W. Abdul-Majid. Linear and Nonlinear Integral equations (Methods and Applications), Saint Xavier University SHDLNY 2011.

[4] A. Adawi, F. Awawdeh, A numerical method for solving linear integral equations, Int. J. Contemp. Mathematics Sciences, 10, (2009) pp 485-496.

[5] G. Arfken, Laguerre functions, mathematical methods for physicists, 1985.

[6] K. Atkinson, The numerical solution of Integral équations of the second kind,the press syndicate of the university of cambridge, united kingdom, 1997.

[7] K. Atkinson, W. Han, Theoretical Numerical Analysis A Functional Analysis Framework. Springer, 2001.

[8] K. E. Atkinson, The Numerical Solution of Integral Equations of the Second Kind, Cambridge University Press, Cambridge,pp50-52, 1997.

[9] E. Babolian, A. Davari, Numerical implementation of Adomian decomposition method for linear Volterra integral equations of the second kind, App. Math. Comput, 165 (2005) 223–227.

[10] E. Babolian, H.R. Marzban, M. Salmani, Using triangular orthogonal functions for solving Fredholm integral equations of the second kind, App. Math. and Comput., 201, (2008) 452-464.

[11] A. Jerri. Introduction to integral equations with applications. John Wiley and Sons, INC, 1999.

[12] R. Kress, Linear Integral Equations. Springer. Verlag, New York, 2d ed , pp224-225, 1999.

[13] P. Lewis and J. P. Ward, The Finite Element Method, Principles and Applications Addison-Wesley, 1991.

[14] M. Mohamadi , E. Babolian, S. A. Yousefi. A Solution For Volterra Integral Equations of the First Kind Based on Bernstein Polynomials, Int. J. Industrial Mathematics, 10, (1) (2018), 19-27

[15] M. Nadir, Cours sur les équations intégrales, université M'sila 2008.

[16] M. Nadir, Solving Fredholm integral equations with application of the four Chebyshev polynomials, in Journal of Approximation Theory and Applied Mathematics, 4, (2014), pp 37-44.

[17] M. Nadir, D. Mustapha**,** Euler Series solutions for linear Integral equations AJMAA, Vol. 14, No. 2, Art. 11, (2017) pp 1-7.

الملخص

في هذا العمل ، طبقنا طريقة جاليركين مع طريقة متعدد الحدود من نوع بارنشتاين على فئة معينة من المعادلات التكاملية من نوع فريدهولم من أجل إيجاد حلول تقريبية ومقارنتها بالحلول الدقيقة.

الكلمات المفتاحية: معادلة فريدهولمي المتكاملة ، كثيرة حدود بارنشتاين، طريقة جاليركين.

Résumé

Dans ce travail, nous avons appliqué la méthode de Galerkin avec le polynomiale de Bernstein sur certaine classe des équations intégrale de type Fredholm afin de trouver des solutions approchées et de le comparer avec des solutions exactes .

Mots-clés : équation intégrale de Fredholm, Polynôme de Bernstein, Méthode de Galerkin.

Abstract

In this work, we have applied the Galerkin method with Bernstein type polynomial method to Fredholm type integral equation in order to find approximate solutions and compare them with exacte solutions.

Keywords : integral equation of Fredholm, Bernstein Polynomials, Galerkin Méthod.