الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة محمد بوضياف - المسيلة

كلية: العلـــــوم.
قسم : الفيـــــزياء.
رقم: Ph/TH/08/2022.

ميدان: علـــــــوم المادة
فرع: الفـــيزيـاء.
تخصص: الفيزياء النظرية

مذكرة مقدمة لنيل شهادة الماستر أكاديمـــي

إعداد الطالب(ة): قويني صليحة

تحت عنوان

مفعول اهرنوف - بوم في فضاء دوسيتر

تمت المناقشة يوم 25 /06 /2022 أمام اللجنة المكونة من:

د. صهيب مجدل	جامعة المسيلة	رئيســا
د. صابري يوسف	جامعة المسيلة	مشرفا و مقررا
د. بوفراش كريم	جامعة المسيلة	مناقشا

السنة الجامعية: 2022/2021

إهداء

الحمد لله الذي وفقني و ألهمني بهذا الجهد المتواضع

اهدي ثمرة جهدي إلى:

أمي و أبي حفظهما الله و أدامهما نورا لدربي

جدي حفظه الله وأطال في عمره

روح جدتي الطاهرة رحمها الله

من ربتني وعالتني كابنتها إلى أمي الثانية

كل العائلة الكريمة التي ساندتني ولا تزال من إخوة و أخوات

كافة الأهل و الأقارب

صديقاتي اللواتي كانوا برفقتي أثناء دراستي الجامعية.

شكر و عرفان

الحمد والشكر لله الذي وفقني و أعانني على إتمام هذه المذكرة، و أتقدم بجزيل الشكر والعرفان إلى الأستاذ المشرف صابري يوسف على كل ما قدمه لي من دعم وتوجيه و إرشاده لإتمام هذا العمل المتواضع، كما لا يسعني إلا أن أتقدم بخالص الشكر إلى السادة مجدل صهيب و بوفراش كريم على قبولهم مناقشة هذه المذكرة.وأيضا أتوجه بالشكر إلى كافة أساتذتنا الكرام بقسم الفيزياء تخصص فيزياء النظرية والى كل من مد يد العون في انجاز هذه المذكرة من قريب أو بعيد.

الفهرس

الفصل الاول:
مقدمة حول مفعول اهرنوف- بوم

1. مقدمة

قبل أكثر من قرن، غير جيمس كليرك ماكسويل[1] نظرتنا إلى ما نسميه اليوم بحقول ماكسويل حيث اثبت أنها كميات فيزيائية تحتوي على الطاقة وكمية الحركة وتحقق قوانين الانحفاظ. وبالتالي فهي ليست فقط دوال رياضية تلخص المعلومات اللازمة عن حركة الشحنة. في وقت لاحق، بعد صياغة ميكانيك الكم، كان لابد ان تكون هذه الحقول الفيزيائية مكممة. في الميكانيك الكمي, اثبت ياكر اهارونوف وديفيد بوم[2] أن حقول ماكسويل لا تستطيع إعطاء التفسير الفيزيائي الكلي لظاهرة ما, بل تتطلب الاستعانة بالكمون الشعاعي حتى تكتمل الدراسة الفيزيائية. أصبح هذا الاكتشاف معروفا باسم مفعول اهارونوف – بوم أو باختصار مفعول BA. مما لا شك فيه أن هذه واحدة من أهم النتائج الناتجة عن دراسة ميكانيك الكم.

حيث اكتشاف مفعول AB لم ياخد شعبية كبيرة حيث أن فقط عدد قليل جدا من الفيزيائيين اعتبر أن الالكترونات يمكن أن تتأثر فيزيائيا بالحقول الكهربائية أو المغناطيسية رغم أنها لا تؤثر عليها بشكل مباشر. في عام 1960 تم إضافة تأكيد أخر بصحة وجود مفعول AB من قبل فوري ورمزاي[4], حيث اثبتا أن مفعول BA هو ظاهرة كمية بحتة وليس لها أي مكافئ كلاسيكي. ميلر [5](1961) أيضا قام بدراسة تأثير تقلبات الفراغ على قابلية حساب مفعول BA, حيث وجد أن مفعول BA موجود حتى عندما تكون هذه الاضطرابات موجودة. بعد دلك اثبتا بشيكينوتامي و تاسي [6] (1961) بان مفعول BA ضروري للتوافق مع مبدأ الارتياب. أخد فاينمان، لايتون و ساندز [7] (1964) مفعول BA في كتابهم «محاضرات فاينمان في الفيزياء», حيث شرحوا هذا المفعول جيدا واعتبروه كإثبات لحقيقة الكمون الشعاعي. في تلك الوقت، تم الحصول على بعض النتائج التجريبية المتوافقة مع نظرية BA، وبدا أن الناس يؤمنون بوجود مفعول BA. ومع ذلك أشار اهارونوف وبوم

في ورقتهما[8]، انه لا يمكن اعتبار أي من هذه التجارب تأكيدا صحيحا لنظريتهما. كان من الضروري انتظار التجارب الرائعة لتونومورا [8,9,10] و التي تعتبر على الدليل التجريبي الوحيد الذي يؤكد وجود مفعول اهارونوف –بوم.

من ناحية أخرى، في الكثير من ورقهم الأصلية، ركز اهارونوف وبوم [2]على حساب انتشار الجسيمات بواسطة سوليونويد قطره صغير جدا ودلك باستعمال معادلة شرود ينغر. بما انه في العادة تستعمل في هده التجارب الجسيمات الأولية التي لها سبين2 /1، فمن المنطقي التساؤل كيف يؤثر إدخال السبين على النتائج؟ للإجابة على هدا السؤال, قام الفورد و فيلساك بدراسة التفاعل بين الخيوط الكسمولوجية و الضوء حيث وجد أن سعة الانتشار لم تتأثر بوجود السبين. هذا العمل ، شجع هاجن [5,1] على اقتراح نموذجا للحقل المغناطيسي مناسبا لمفعول BA حيث قام بإدخال دلتا ديراك لدراسة انتشار جسيمات سبينها يساوي 1/2 . لقد اثبت هاغن أن تأثير دالة ديراك لا يمكن إهماله في وجود السبين, حيث اثبت ان بعض الحلول التي تكون شاده عند المركز تصبح مسيطرة بعيدا عنه وبالتالي تصبح مقبولة فيزيائيا. وبالتالي, فان هده الحلول تؤثر على زاوية الطور ومنه تغير المقطع الفعال لهدا الانتشار.

الحالات المرتبطة درست كذلك في وجود مفعول AB في الورقة [8] وقد استنتج من هده الدراسة أن طاقة الحالات المستقرة يجب أن تكون متعلقة بالتدفق المغناطيسي. بالإضافة إلى ذلك، إذا تم اخذ السبين في عين الاعتبار، فقد اثبت انه في بعض الحالات الخاصة أين تكون فيها الحلول شاده، فان طيف الطاقة يكون متعلق بقيمة السبين. على سبيل المثال على هدا, دراسة كمون كولوم[11,12]، و هزاز ديراك[13].

بالإضافة إلى هذه المقدمة، يحتوي الفصل الأول على تذكير مفصل مفعول اهارونوف –بوم. وكذلك سوف نذكر بالخصائص المهمة للكومونات الكهرومغناطيسية. كذلك نعطي مختصر حول دراسة مفعول AB في النظرية الكمومية و كذلك لمحة عامة موجزة عن التجربة التي أجراها تونومورا ومعاونوه.

في الفصل الثاني سنقوم بدراسة انتشار الجسيمات المشحونة و الغير نسبية بطريقة هاغن أين سنقوم بإيجاد حلول معادل شرودينغر واستنتاج طيف الطاقة وكذلك المقطع الفعال التفاضلي.

في الفصل الثالث و الرابع نقوم بنفس الدراسة ولكن هدا المرة لجسيمات نسبية في وجود السبين في الفصل الثالث وهزاز ديراك في الفصل الرابع ودلك باستعمال معادلة ديراك مكان معادلة شرودينغر.

في الفصل الخامس سنقوم بإعادة دراسة الفصل الخامس, أي دراسة جسيمات سبينية لكن هده المرة في فضاء دو سيتر. اين تكون علاقة الارتياب لهايزنبرغ معدلة.

2. معادلات ماكسويل وتحويلات جوج

كما هو معروف فان نظرية الكهروديناميكا الكلاسيكية هي نظرية فيزيائية تعتمد على أربع معادلات تفاضلية جزئية تصف ديناميكية الحقل الكهرومغناطيسي وتسمى معادلات ماكسويل

$$\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{E} = \rho \qquad (1.1)$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{B} - \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t} = \boldsymbol{j} \qquad (1.2)$$

$$\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{B} = 0. \qquad (1.3)$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{E} + \frac{\partial B}{\partial t} = 0 \qquad (1.4)$$

وتعبر هذه المعادلات الأربعة عن العلاقات بين الحقل الكهربائي والحقل المغناطيسي ومنبعهما المتمثل في كثافة التيار j وكثافة الشحنة ρ.

يمكن تبسيط حل معادلات ماكسويل إلى حد كبير, حيث نلاحظ أن المعادلتين (1.3) و(1.4) متجانستين وفقا للحقول أي لا تتعلق بالمنابع, حيث يمكن حل هاتين المعادلتين عن طريق كتابة الحقلين كدالة للكمون السلمي φ والكمون الشعاعي A بالطريقة التالية:

$$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{A} \qquad (1.5)$$

$$\boldsymbol{E} = -\boldsymbol{\nabla}\varphi - \frac{\partial \boldsymbol{A}}{\partial t} \qquad (1.6)$$

الكمونيين A وφ يشكلان معا ما يسمى الحقل الكهرومغناطيسي بشكل واحد فقط. أي أن الكمونيين يحددان الحقلين بشكل فريد لكن الحقلين لا تحددان الكمونيين بشكل واحد فقط هذا يعني انه إذا قمنا بتحويل الكمونيين A وφ بالطريقة التالية:

$$\begin{cases} \boldsymbol{A} \rightarrow \boldsymbol{A}' = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{\nabla}\chi \\ \varphi \rightarrow \varphi' = \varphi - \frac{1}{c}\frac{\partial \chi}{\partial t} \end{cases} \qquad (1.7)$$

فإننا نحصل على نفس الحقول الكهربائية والمغناطيسية مهما كانت الدالة χنظرا لان معادلات ماكسويل يمكن أن تكون محققة لكل أشكال الكمونات المختلفة. نقول أن هذه المعادلات صامدة بتحويل Jauge .(1.7)

إن صمود معادلات ماكسويل بتحويل Jauge هو السبب الرئيسي وراء اعتبار الكمونات عموما كدوال رياضية بحتة دون أي أهمية فيزيائية. لكن وجهة النظر هذه تغيرت مع تطور ميكانيك الكم وبشكل أكثر تحديدا مع اكتشاف تأثير اهارونوف –بوم حيث سنرى في الفصول القادمة أن هذه الكمونات لها تأثير فريائي في النظرية الكمية

1. جسيم مشحون تحت تأثير الحقل الكهرومغناطيسي

يعطي الهاملتوني لجسيم كتلته m وشحنته q وخاضع لحقل كهرومغناطيسي بالعلاقة التالية.:

$$H = \frac{\left[p - \frac{q}{c}A(r,t)\right]^2}{2m} + q\varphi(r,t) \qquad (1.8)$$

بما أن الكمون الشعاعي يتغير بتحويل جوج فان دالة الموجة ليست صامدة. لمعرفة تأثير حرية اختيار الكمون في تحويل Jauge فإننا نطبق التحويل (1.7) على معادلة شرودينغر التالية:

$$H(\boldsymbol{A})\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} \qquad (1.9)$$

والتي تتحول إلى:

$$H(\boldsymbol{A})\Psi' = i\hbar\frac{\partial\Psi'}{\partial t} \qquad (1.10)$$

في ظل هذا التحول، تكتسب دالة الموجة دالة طور جديدة:

$$\Psi' = exp\left(i\frac{q}{\hbar c}\chi(\boldsymbol{r}.t)\Psi\right) \qquad (1.11)$$

حيث$\chi(r,t)$ هي دالة سلمية. و دالة الموجة $\Psi(r,t)$ حل معادلة شرودينغر المشتقة من هاملتوني (1.8) أي ان:

$$\left(\frac{[p-\frac{q}{c}A(r.t)]^2}{2m} + q\varphi(r.t)\right)\Psi(r.t) = i\hbar\frac{\partial\Psi(r,t)}{\partial t} \qquad (1.12)$$

لتكن $\Psi'(r,t)$ حل معادلة شرودينغر الناتج عن تحويل جوج (1.7):

$$\frac{[p-\frac{q}{c}A'(r.t)]^2}{2m} + q\varphi'(r.t)\Psi'(r,t) = i\hbar\frac{\partial\Psi`(r,t)}{\partial t} \qquad (1.13)$$

لإيجاد العلاقة بين الدالتين $\Psi(r,t)$ و $\Psi'(r,t)$ نفرض أن:

$$\Psi'(\boldsymbol{r},t) = u(\boldsymbol{r},t)\Psi(\boldsymbol{r},t) \qquad (1.14)$$

حيث $u(r,t)$ هي دالة للتحديد، لذلك نعوض (1.14) في (1.13) فنحصل على:

$$\frac{1}{2m}[\frac{\hbar}{i}\boldsymbol{\nabla}-\frac{q}{c}\boldsymbol{A}-\frac{q}{c}\boldsymbol{\nabla}\chi]^2u\Psi+q\varphi u\Psi-\frac{q}{c}\left(\frac{\partial\chi}{\partial t}\right)u\Psi = i\hbar\frac{\partial u}{\partial t}\Psi+i\hbar u\frac{\partial\Psi}{\partial t} \quad (1.15)$$

بما أن Ψ هو حل معادلة (1.12) فان المعادلة السابقة تصبح:

$$\frac{1}{m}\left\{\frac{\hbar}{i}\boldsymbol{\nabla}-\frac{q}{c}(\nabla\chi)\right\}u.\left(\frac{\hbar}{i}\boldsymbol{\nabla}-\frac{q}{c}A\right)\Psi+\frac{1}{2m}(\boldsymbol{\nabla}\chi)\Psi.\left\{\frac{\hbar}{i}\boldsymbol{\nabla}-\frac{q}{c}(\boldsymbol{\nabla}\chi)\right\}u = \left[i\hbar\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{q}{c}u\left(\frac{\partial\chi}{\partial t}\right)\right]\Psi. \quad (1.16)$$

لكي يكون$\Psi'(r,t)$ حلا ل(1.13) يجب أن نختار الدالة$u(r,t)$ كالتالي:

$$\begin{cases} i\hbar\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{q}{c}u\left(\frac{\partial\chi}{\partial t}\right)=0 \\ \left\{\frac{\hbar}{i}\boldsymbol{\nabla}-\frac{q}{c}(\boldsymbol{\nabla}\chi)\right\}u=0 \end{cases} \quad (1.17)$$

بحل هاتين المعادلتين نجد:

$$u = exp\left(i\frac{q}{\hbar c}\chi(\boldsymbol{r},t)\right) \quad (1.18)$$

و من ثم النتيجة (1.11) وبالتالي فان تحويل جوج يؤدي إلى ظهور دالة طور جديدة في دالة الموجة والتي لا تأثر على كثافة الاحتمال حيت تبقى صامدة$|\psi|^2 = |\psi'|^2$.

2. مفعول اهارونوف –بوم المغناطيسي : نظريا وتجريبيا

نعتبر جسيم مشحون بشحنة كهربائية q يتحرك على مسار مغلق (c) أين يكون الحقل المغناطيسي يساوي صفر أي **B**=0. لكن هذا لا يعني أن الكمون الشعاعي **A** هو أيضا يساوي صفر. أثناء عبور المسار، ستكتسب الدالة الموجية فرقا في الطور φ يكتب كما يلي:

$$\varphi = \frac{q}{\hbar c}\int_c \boldsymbol{A}\,.\,dr \quad (1.19)$$

حيث يمتد التكامل على طول المسار. إذا أخذنا في الاعتبار مسارين منفصلين (c)و(c′) لهما نفس نقاط البداية والنهاية، فان الدالة الموجية ستكتسب فرقا في الطور $\Delta\varphi$ يساوي:

$$\begin{aligned}\Delta\varphi &= \frac{q}{\hbar c}\int_{c}\boldsymbol{A}\,.\,d\boldsymbol{r} - \frac{q}{\hbar c}\int_{c'}\boldsymbol{A}\,.\,d\boldsymbol{r}\\ &= \frac{q}{\hbar c}\int_{s}\boldsymbol{B}\,.\,d^{2}\boldsymbol{r}\end{aligned} \qquad (1.20)$$

حيث حصلنا على العلاقة الأخيرة من تطبيق نظرية ستوكس ويمتد التكامل على السطح المغلق المحدد ب(c) و (c′). ومنه نستنتج انه رغم انعدام الحقل الكهرومغناطيسي خلال المسارين, فان الدالة الموجية تكتسب فرق في الطور غير معدوم:

$$\Delta\varphi = \frac{q}{\hbar c}\varphi = \frac{q}{\hbar c}\times \text{التدفق المغناطيسي} \qquad (1.21)$$

هده الظاهرة تعرف بتأثير اهارونوف –بوم وينتج عنها تأثيرات فيزيائية حيث نلاحظ تداخل الأهداب.

الفصل الثاني:
مفعول اهرنوف- بوم لجسيم بدون سبين

1. حل معادلة شرودنغر

معادلة شرودنغر لجسيم بدون سبين يخضع لحقل كهرومغناطيسي يعطى ب

$$\frac{1}{2m}\left[\boldsymbol{p}-\frac{e}{c}\boldsymbol{A}(r,t)\right]^2\Psi=E\Psi \qquad (2.1)$$

يفترض أن يكون الحقل المغناطيسي عموديا على المستوى ومحصورا في ملف لولبي بنصف قطر صغير للغاية بحيث يكون التدفق محدودا وليس صفرا.

$$\varphi=2\pi\int_0^\infty B(r)\,r\,dr \qquad (2.2)$$

حيث يؤخذ الحقل المغناطيسي على الشكل:

$$\boldsymbol{B}(r)=\frac{\varphi}{2\pi}\frac{\delta(r)}{r}\boldsymbol{e}_z \qquad (2.3)$$

الكمون الشعاعي هو:

$$\boldsymbol{A}=\frac{\varphi}{2\pi r}\Theta(r)\boldsymbol{e}_\Theta \qquad (2.4)$$

حيث $\Theta(r)$ هي دالة هيفسايد. نلاحظ أن الاختيار (2.3) يجعل المعادلة (2.1) شاذة عند النقطة $r=0$. ولهذا يجب إدخال تغيير بسيط وذلك بإعادة تعريف الجملة الفيزيائية, حيث نعرف الجملة الفيزيائية عهد النقطة R ثم نقوم بالنهاية $R=0$ هدا يعني أن

$$\boldsymbol{B}(r)=\frac{\varphi}{2\pi}\frac{\delta(r-R)}{R}e_{\ z} \qquad (2.5)$$

وبالتالي:

$$\boldsymbol{A}=\frac{\varphi}{2\pi r}\ \Theta(r-R)e_\Theta \qquad (2.6)$$

معادلة شرودينغر للإلكترون في وجود الحقل (2.5) تكتب كما يلي:

$$\frac{1}{2m}\left[\boldsymbol{p}-\frac{e}{c}\boldsymbol{A}(r,t)\right]^2\Psi = E\Psi \qquad (2.7)$$

في الإحداثيات الاسطوانية، تتم كتابة المعادلة السابقة كما يلي:

$$\left[\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2-\frac{\hbar e}{2imc}(\boldsymbol{\nabla}.\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}\boldsymbol{\nabla})+\frac{e^2A^2}{2mc^2}\right]\Psi = E\Psi \qquad (2.8)$$

$$[\nabla^2-\frac{2e}{\hbar c}\boldsymbol{A}.\boldsymbol{\nabla}-\frac{e^2A^2}{\hbar^2c^2}+\frac{2mE}{\hbar^2}]\,\Psi = 0 \qquad (2.9)$$

باستخدام معيار كولوم $(\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A}=0)$ نكتب المعادلتين السابقتين كما يلي

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}+\frac{1}{r^2}(\frac{\partial}{\partial\Theta}+i\alpha\Theta(r-R))^2+K^2\right]\Psi = 0 \qquad (2.10)$$

حيث $K^2=\frac{2ME}{\hbar^2}$ و $\alpha=-e\Phi/2\pi\hbar c$

بإدخال السلسلة التالية

$$\Psi(r.\Theta)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}e^{im\Theta}f_m(r) \qquad (2.11)$$

نحصل على معادلة الجزء القطري:

$$\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}-\frac{1}{r^2}[m+\alpha\theta(r-R)]^2+k^2\right]f_m(r)=0 \qquad (2.12)$$

حل هده المعادلة هو:

$$f_m(r)=\begin{cases}A_mJ_{|m+\alpha|}(kr)+B_mJ_{-|m+\alpha|}(kr), & r>R\\ C_mJ_{|m|}(kr), & r<R\end{cases} \qquad (.2)$$

حيث $J_{|m+\alpha|}(kr)$ تمثل دالة **بسال**

2. تعديل الحلول

يتم تحديد المعاملات من خلال شروط الاستمرارية التالية:

$$\begin{cases} f_m(R-\varepsilon) = f_m(R+\varepsilon) \\ \frac{d}{dr} f_m(R-\varepsilon) = \frac{d}{dr} f_m(R+\varepsilon) \end{cases} \tag{2.14}$$

باستخدام الحلول, (2.13) تتم كتابة الشروط(2.14) :

$$\begin{gathered} C_m J_{|m|}(kR) = A_m J_{|m+\alpha|}(kR) + B_m J_{-|m+\alpha|}(kR) \\ C_m \frac{d}{dR} J_{|m+\alpha|}(kR) = A_m \frac{d}{dR} J_{|m+\alpha|}(kR) + B_m \frac{d}{dR} J_{-|m+\alpha|}(kR) \end{gathered} \tag{2.15}$$

باستعمال التقريب بالرتبة O(R) لدالة بيسال

$$\begin{gathered} J_\upsilon(kR) \sim \frac{(kR)^\upsilon}{2^\upsilon \Gamma(\upsilon+1)} + O(R^{\upsilon+2}). \\ \frac{d}{dR} J_\upsilon(kR) \sim \frac{k\upsilon(kR)^{\upsilon-1}}{2^\upsilon(\upsilon+1)} + O(R^{\upsilon+1}). \end{gathered} \tag{2.16}$$

بالتعويض في المعادلتين (2.15) نجد

$$\frac{B_m}{A_m} = \frac{\Gamma(|m+\alpha| - |m|)}{|m+\alpha| + |m|} (KR)^{2|m+\alpha|} + O(R^{|m+\alpha|}) \tag{2.16}$$

B_m/A_m يجب أن يؤول إلى الصفر بسرعة اكبر من $R^{2|m+\alpha|}$. وبالتالي $A_m J_{|m+\alpha|}(KR)$ يكون معرف عند النهاية $R \to 0$ بالتالي الحل (2.11) يصبح

$$f_m(r) = A_m J_{|m+\alpha|}(kr) \tag{2.18}$$

ومنه فان دالة الموجة (2.11) تكتب كما يلي:

$$\Psi(r,\Theta) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_m J_{|m+\alpha|}(kr) e^{im\Theta} \tag{2.19}$$

ومن ثم يمكن استنتاج انه بالنسبة للجسيمات بدون سبين يجب ان تكون دالة الموجة معرفة عند المبدأ

3. المقطع الفعال

لكي نرى بوضوح تأثير الكمون الشعاعي على الجسيمات الواردة في تجربة التشتت قام اهارونوف وبوم بحساب المقطع الفعال للتشتت التفاضلي لجملة من الالكترونات القادمة من اليمين (Θ=0) ومن هنا نعطي النتائج الرئيسية لهذه الدراسة للحصول على تفاصيل الحساب.

يجب أن يكون السلوك التقريبي لدالة الموجة من الشكل:

$$\Psi \rightarrow \Psi_{inc} + \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} f(\Theta) \qquad (2.20)$$

حيث f(Θ) سعة الانتشار يجب اختيار دالة الموجة الواردة Ψ بطريقة تستوفي الشرط الأولي حيث كثافة شعاع التيار

$$\boldsymbol{j} = \frac{\hbar(\Psi^* \boldsymbol{\nabla}\Psi - \Psi\boldsymbol{\nabla}\Psi^*)}{2im} - \frac{e}{mc}\boldsymbol{A}\Psi\Psi^* \qquad (2.21)$$

يجب أن تكوم ثابتة الاتجاه (**ox**). لهدا اختار اهرانوف-بوم دالة الموج الواردة $e^{-ikx-i\alpha\theta}$ بدل e^{-ikx} .

هذا يعني أن (2.21) تصبح $\boldsymbol{j} = -\frac{\hbar K e_z}{m}$. في هده الحالة تصبح دالة الموجة تصبح:

$$\Psi \rightarrow e^{-i(kr\cos\theta + \alpha\theta)} + \frac{f(\theta)}{\sqrt{r}} e^{ikr} \qquad (2.22)$$

أو

$$f(\theta) = \frac{\sin(\pi\alpha)}{(2\pi ik)^{1/2}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} e^{-i\frac{\theta}{2}} \qquad (2.23)$$

وبالتالي فان المقطع الفعال التفاضلي يصبح

$$\left(\frac{d\sigma}{d\alpha}\right)_{AB} = \frac{\sin^2(\pi\alpha)}{2\pi K\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \qquad (2.24)$$

وهذه النتيجة لا تصلح إلا من اجل $|\alpha|<1$ وبما انه يمكن عموما تجنب مثل هذا التقيد فقد عدل هاغن بشكل طفيف نهج الورقة الأصلية [4] عن طريق الفصل

أو $0<\beta<1$ و N هو أكبر عدد صحيح. وهذا يسمح بإعادة كتابة السلوك (2.23) للقيم α كالتالي

$$\Psi(r) \to e^{-ikr\cos\theta-\alpha\Theta} + \frac{f_{AB}(\Theta)}{\sqrt{r}} e^{ikr} \qquad (2.25)$$

مع:

$$f_{AB}(\Theta) = -i \frac{e^{-iN(\theta-\pi)}}{(2\pi i\ \ )^{\frac{1}{2}}} \frac{\sin(\pi\alpha)}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} e^{-i\frac{\theta}{2}} \qquad (2.26)$$

نلاحظ أن هناك فرق بين العلاقة (2.26) و (2.23) حيث ظهر طرف جديد $e^{-iN(\theta-\pi)}$ ولكنه لا يؤثر على المقطع الفعال التفاضلي.

الفصل الثالث:

مفعول اهرنوف- بوم لجسيم بسبين 1/2

1. معادلة ديراك لجسيم نسبي ب سبين 1/2

في هدا الفصل سنقوم بدراسة مفعول اهرنوف – بوم بالنسبة لجسيم متعلق بالسبين. أي أننا سنقوم بحل معادلة ديراك لجسيم كتلته m في وجود حقل مغناطيسي معرف بالعبارة (2.5). في هده الحالة تكون معادلة ديراك كالتالي

$$\beta(M+\gamma.\pi)\Psi = E\Psi \qquad (3.1)$$

حيث $\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{p} - e\boldsymbol{A}$ واخذنا $\hbar=c=1$ من حيث المصفوفتين $\beta\gamma^i, \beta$ معرفتين بدلالة مصفوفات باولي

$$\beta = e_z \ , \beta\gamma^i = \left(e_{x,} s\sigma_y\right)$$

و هي s يساوي $+1$ بالنسبة للسبين up و يساوي -1 بالنسبة للسبين down .

بضرب $\beta(M+\beta E-\gamma\pi)$ في طرفي المعادلة (3.1) , نحصل على المعادلة التالية :

$$[E^2 - M^2 + (\gamma.\pi)\ (\gamma.\pi)]\Psi = 0 \qquad (3.2)$$

والحد$(\gamma.\pi)(\gamma.\pi)$يمكن تبسيطه باستخدام الخاصية:

$$(\sigma.A)(\sigma.B) = AB + i\sigma.(A\times B)$$

حيث يصبح:

$$(\gamma.\pi)(\gamma.\pi) = -\pi^2 - \alpha s\sigma_z \frac{\delta(r-R)}{R} \qquad (3.3)$$

بالتعويض في المعادلة (3.2) نجد المعادلة التفاضلية التالية:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial}{\partial\theta} + i\alpha\Theta(r-R)\right)^2 + k^2 - \sigma_z\frac{\alpha s}{R}\delta(r-R)\right]\psi = 0 \qquad (3.4)$$

حيث $\psi = (\psi_1, \psi_2)^T, k^2 = E^2 - M^2$

نكتب ψ_1 على شكل السلسلة التالية

$$\psi_1 = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_m(r)\, e^{im\theta} \tag{3.5}$$

بالتعويض في المعادلة (3.4) نجد معادلة الجزء القطري التالية

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{d}{d\theta} + i\alpha\Theta(r-R)\right)^2 + k^2 - \sigma_z \frac{\alpha s}{R}\delta(r-R)\right] f_m(r) = 0 \tag{3.6}$$

حل هده المعادلة بالشكل التالي:

$$f_m(r) = \begin{cases} A_m J_{|m+\alpha|}(kr) + B_m J_{-|m+\alpha|}(kr), & r > R \\ C_m J_{|m|}(kr)\,, & r < R \end{cases} \tag{3.7}$$

حيث $J_{|m|}(kr)$ تمثل دالة بيسال

2. تعديل الحلول

لاحظنا أن المعادلة تحتوي على دالة ديراك في حين أن الحلول في المنطقتين لا تتأثران بها. لكن عند البحث عن ثوابت التكامل عند الشروط الابتدائية فان تأثير دالة ديراك يدخل كما يلي:

$$\begin{aligned} f_m(R-\varepsilon)_{in} &= f_m(R+\varepsilon)_{out} \\ \left[\frac{df_m}{dr}\right]_{R+\varepsilon}^{R+\varepsilon} &= \frac{\alpha s}{R} f_m(R) \end{aligned} \tag{3.8}$$

أي أن:

$$\begin{aligned} C_m J_{|m|}(kR) &= A_m J_{|m+\alpha|}(kR) + B_m J_{-|m+\alpha|}(kR) \\ \frac{\alpha s}{R} J_{|m|}(R) &= A_m \partial_R J_{|m+\alpha|}(kR) + B_m \partial_R J_{-|m+\alpha|}(kR) - C_m \partial_R J_{|m|}(kR) \end{aligned} \tag{3.9}$$

عند الرتبة *O(R)* نحصل على العلاقة التالية

$$\frac{B_m}{A_m} = \frac{\Gamma(1-|m+\alpha|)}{\Gamma(|m+\alpha|+1)}\left(\frac{1}{2}\right)^{2|m+\alpha|}\left(\frac{|m+\alpha|-|m|-\alpha s}{|m+\alpha|+|m|+\alpha s}\right)(kR)^{2|m+\alpha|} + O\left(R^{|m+\alpha|}\right) \tag{3.10}$$

عند النهاية R=0, هذه النسبة تؤول إلى الصفر بسرعة اكبر من$R^{2|m+\alpha|}$, إلا إذا تحقق:

$$|m+\alpha| = -|m| - \alpha s \qquad (3.11)$$

بالإضافة إلى العلاقة (3.11), يجب أن نلاحظ أن أس الحد KR في المعادلة (3.10) يجب أن تحقق المتراجحة التالية:

$$2|m+\alpha| < |m+\alpha| + \qquad (3.12)$$

أي:

$$|m+\alpha| < 1 \qquad (3.13)$$

الدالة $f_m(r)$ في الحالة $r>R$ يمكن كتابتها على الشكل التالي

$$f_m(r) = C_m(kR)^{|m|}\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{|m|+s\alpha}{2|m+\alpha|}\right)(kR)^{-|m+\alpha|}J_{|m+\alpha|}(kr) + \left(\frac{1}{2}+\frac{|m|+s\alpha}{2|m+\alpha|}\right)(kR)^{|m+\alpha|}J_{-|m+\alpha|}(kr)\right] \qquad (3.14)$$

من المهم التأكيد هنا أن حل المعادلة (3.6) هو دائما الحل المنتظم الا ادا تحقق الشرطين (3.11) و (3.12) في وقت واحد. في هذه الحالة يصبح الحل غير المنتظم $J_{-|m+\alpha|}(kr)$ هو الحل المقبول فيزيائيا. من جهة أخرى, يمكن أن نتحقق أن هدين الشرطين يتحققان ادا كان:

$$\begin{cases} m=-N, \quad N\geq 0\,, \quad s=-1 \qquad , \text{او} \\ m=-N-1, \; N+1<0, \; s=+1 \end{cases} \qquad (3.15)$$

نلاحظ أن الشرط (3.13) يفرض المتراجحة $\alpha s<0$. مما يجعل دالة دلتا في المعادلة (3.7) كمؤثر جدب. هدا يعني أن الدالة $J_{-|m+\alpha|}(kr)$ أكثر تأثيرا من الدالة $J_{|m+\alpha|}(kr)$ في المركز.

المركبة الأولى ψ_1 تعطى ب

$$\psi_1 = \sum e^{-i\frac{\pi}{2}|m+\alpha|} J_{|m+\alpha|}(kr)e^{im\theta} + \Theta(s)\Theta(-\alpha)e^{-i(N+1)\theta}e^{i\frac{\pi}{2}(1-\beta^2)}J_{\beta-1}(kr) + \Theta(-s)\Theta(\alpha)e^{-iN\theta}e^{i\frac{\pi}{2}}J_{\beta}(kr) \qquad (3.16)$$

3. المقطع الفعال

ليس من الصعب أن نرى أن دالة الموجة يمكن أن تعطى بالشكل التقريبي التالي:

$$\psi \to \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{k}{E+M} \end{pmatrix} e^{-ikr\cos\theta - i\alpha} + \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{k}{E+M} \end{pmatrix} \frac{e^{ikr}}{\sqrt{r}} f_s(\theta) \qquad (3.17)$$

حيث يتم الحصول على السعة$f_s(\theta)$كالتالي

$$f_s(\theta) = -\frac{\sin(\pi\alpha)e^{-iN(\theta-\pi)}}{(2\pi ik)^{\frac{1}{2}}\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} e^{-i\frac{\theta}{2}}\left[\epsilon(\alpha s)e^{-i\theta\epsilon(s)\Theta(-\alpha s)}\right] = \left[\epsilon(\alpha s)e^{-i\theta\epsilon(s)\Theta(-\alpha s)}\right] f_{AB}(\theta) \qquad (3.18)$$

حيث $\epsilon(s) = x/|x|$. من المعادلة (3.18), نلاحظ أن المقطع الفعال للانتشار التفاضلي يتم تعديله عندما يتم استقطاب الجسيمات في اتجاه ***n***

$$\left(\frac{d\sigma}{d\theta}\right) = \frac{\sin^2(\pi\alpha)}{2\pi k\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)}\left[1 - (\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{e_z})^2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] = \left(\frac{d\sigma}{d\theta}\right)_{AB}\left[1 - (\boldsymbol{n}\times\boldsymbol{e_z})^2\cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \qquad (3.19)$$

من المهم ملاحظة انه في الحالة المثلى حيث يكون n عموديا على e_z ، يكون المقطع الفعال (3.19) صفرا لما $\theta = 0$. قياس هذه التأثيرات وبالتالي تأكيد وجود حالات شاذة يكون ممكنا من الناحية التجريبية.

الفصل الرابع:
مفعول اهرنوف- بوم لهزاز ديراك

1. حل معادلة ديراك:

كما رأينا في الفصل السابق, فان معادلة ديراك لجسيم كتلته M بدلالة مركبتي السبينور ψ تكتب كما يلي:

$$(\beta\gamma\pi + \beta M)\psi = E\psi \tag{4.1}$$

حيث $\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{p} - e\boldsymbol{A}$ يمثل الارتباط الاصغري و $\boldsymbol{A}$ هو الكمون الشعاعي,

يتم تعريف هزاز ديراك ثنائي البعد عن طريق تغيير $\boldsymbol{p}$ في معادلة ديراك بالكمية التالية:

$$\boldsymbol{p} \to \boldsymbol{p} - iM\omega\beta\boldsymbol{r} \tag{4.2}$$

الحقل المغناطيسي H، المرتبط بمفعول AB يفترض أن يكون عموديا على المستوي ومحصور داخل مسار مغلق صغير القطر بحيث يكون التدفق:

$$\alpha = -e\int_0^{\infty} H(r)\, r\, dr \tag{4.3}$$

محدود وغير معدوم. في هده الحالة, H يجب أن ياخد القيمة التالية

$$eH = -\frac{\alpha}{R}\delta(r - R) \tag{4.4}$$

الكمون الشعاعي $\boldsymbol{A}$ المتعلق بهدا الحقل في معيارية كولوم هو:

$$e\boldsymbol{A} = \begin{cases} -\frac{\alpha}{r} & , r > R \\ 0 & , r < R \end{cases} \tag{4.5}$$

ادن معادلة ديراك لهزاز ديراك ثنائي البعد في وجود مفعولAB هي:

$$E\psi = [\beta\gamma(\pi - iM\omega\beta r) + \beta M]\psi \tag{4.6}$$

نظرا لأننا نستخدم مركبتين فقط لسبينور، فان β و $\beta\gamma_i$ يتم تعريفهما بدلالة مصفوفات باولي السبينية

$$\beta\gamma_1 = \sigma^1, \beta\gamma_2 = s\sigma^2, \beta = \sigma^3, s = \pm 1$$

المعادلة (4.6) يمكن إعادة كتابتها على الشكل التالي:

$$\beta[\gamma(\pi - iM\omega\beta r) + M - \beta E]\psi = 0 \qquad (4.7)$$

بضرب المعادلة في المؤثر $[\gamma(\pi - iM\omega\beta r) - M - \beta E]\beta$ نحصل على

$$[\gamma(\pi - iM\omega\beta r)\gamma(\pi - iM\omega\beta r) - M^2 + E^2]\psi = 0 \qquad (4.8)$$

يمكن حساب الحد الأول في الجانب الأيسر كما يلي:

$$\begin{aligned}\gamma(\pi - iM\omega\beta r)\gamma(\pi - iM\omega\beta r) &= \gamma\pi\gamma\pi + 2M\omega\beta + 2M\omega s(\pi\wedge\boldsymbol{r})_z\beta - M^2\omega^2 r^2\\ &= \gamma\pi\gamma\pi + 2M\omega\beta - 2M\omega s[L_z\wedge\alpha]\beta - M^2\omega^2 r^2\end{aligned}$$

و بالتالي تصبح المعادلة كالتالي:

$$[\gamma\pi\gamma\pi - M^2\omega^2 r^2 + 2M\omega[1 - s(L_z + \alpha)]\beta + E^2 - M^2]\psi = 0 \qquad (4.9)$$

حيث

$$\gamma\pi\gamma\pi = -\pi^2 + es\sigma_3 H \, , L_z = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\theta}$$

في تمثيل الإحداثيات, المعادلة تكتب كما يلي:

$$\begin{aligned}\Big\{&\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial}{\partial\theta} + i\alpha\right)^2 - M^2\omega^2 r^2 + E^2 - M^2\\ &+2M\omega\left[1 - s\left(\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial\theta} + \alpha\right)\right]\sigma^3 - \frac{\alpha s}{R}\delta(r - R)\sigma^3\Big\}\psi = 0\end{aligned} \qquad (4.10)$$

نلاحظ أن المعادلة الأخيرة تحتوي على حد ارتباط السبين بالعزم المغناطيسي.

نكتب المركبة الأولى كالتالي:

$$\psi_1 = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} f_m(r)e^{im\theta} \qquad (4.11)$$

بالتعويض في المعادلة السابقة نحصل على معادلة الجزء القطري التالية:

$$\left[\!\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}-M^2\omega^2r^2-\frac{(m+\alpha)^2}{r^2}+E^2-M^2 + 2M\omega[1-s(m+\alpha)]-\frac{\alpha s}{R}\delta(r-R)\right]\!\right]f_m(r)=0 \quad (4.12)$$

و بالتالي, هدا يؤدي إلى معادلتي كلتا المنطقتين:

$$\begin{aligned}&\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}-\lambda^2r^2-\frac{m^2}{r^2}+{k_{int}}^2\right]f_m(r)=0 \qquad ,r<R\\ &\left[\frac{d^2}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d}{dr}-\lambda^2r^2-\frac{(m+\alpha)^2}{r^2}+{k_{out}}^2\right]f_m(r)=0 \quad ,r>R\end{aligned} \quad (4.13)$$

حيث:

$$\begin{aligned}{k^2}_{out}&=E^2-M^2+2M\omega[1-s(m+\alpha)]\\ {k^2}_{in}&=E^2-M^2+2M\omega(1-sm) \quad ,\lambda^2=M^2\omega^2\end{aligned} \quad (4.14)$$

الحل العام للمعادلة القطرية يعطى بدلالة الدالة الفوق هندسية المتقاربة:

$$\begin{aligned}f_m(r)=exp&\left(-\frac{M\omega}{2}r^2\right)\\ &\times\left\{A_m r^{(m+\alpha)}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[m+\alpha+1-\frac{{k_{out}}^2}{2M\omega}\right],m+\alpha+1\,,M\omega r^2\right)\right.\\ &\left.+B_m r^{-(m+\alpha)}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[1-(m+\alpha)-\frac{{k_{out}}^2}{2M\omega}\right],1-(m+\alpha),M\omega r^2\right)\right\}\end{aligned} \quad .(4.15)$$

حيث C_mوB_m, A_m ثوابت.

هذه المعادلة يمكن إعادة كتابتها كالتالي:

$$\begin{aligned}f_m(r)=exp&\left(-\frac{M\omega}{2}r^2\right)\\ &\times\left\{A_m r^{|m+\alpha|}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[|m+\alpha|+1-\frac{{k^2}_{out}}{2M\omega}\right],|m+\alpha|+1,M\omega r^2\right)\right.\\ &\left.+B_m r^{-|m+\alpha|}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[1-|m+\alpha|-\frac{{k^2}_{out}}{2M\omega}\right],1-|m+\alpha|,M\omega r^2\right)\right\}\end{aligned} \quad (4.16)$$

و بالتالي فان الحل في المتطقتين يعطى ب:

$$\begin{aligned}f_m(r)_{in}=C_m r^{|m|}exp&\left(-\frac{M\omega}{2}r^2\right) \qquad ,r<R\\ &\times F_1\left(\frac{1}{2}\left[|m|+1-\frac{{k^2}_{in}}{2M\omega}\right],|m|+1,M\omega r^2\right)\end{aligned} \quad (4.17)$$

و

$$\begin{aligned} f_m(r)_{out} &= exp\left(-\frac{M\omega}{2}r^2\right) \qquad\qquad r > R \\ &\times \left\{A_m r^{|m+\alpha|}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[|m+\alpha|+1-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right], |m+\alpha|+1\,, M\omega r^2\right)\right. \\ &\left. + B_m M\omega r^{-|m+\alpha|}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[1-|m+\alpha|-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right], 1-|m+\alpha|\,, M\omega r^2\right)\right\} \end{aligned} \qquad (4.18)$$

2. تعديل الحلول

تأثير دالة دلتا يؤخذ في عين الاعتبار في علاقات الاستمرارية التالية:

$$\begin{aligned} f_m(R-\varepsilon)_{in} &= f_m(R+\varepsilon)_{out} \\ \left[\frac{df_m(r)}{dr}\right]_{R-\varepsilon}^{R+\varepsilon} &= \frac{\alpha s}{R} f_m(R-\varepsilon)_{in} \end{aligned} \qquad (4.19)$$

في التقريب الاصغري, تكتب السلسلة المتقاربة ومشتقها الأول كالتالي:

$$\begin{aligned} [F_1(a,c,M\omega r^2)]_{r=R} &\approx 1 \\ \left[\frac{d\ \ {}_1F_1(a,c,M\omega\ \ ^2)}{dr}\right]_{r=R} &= \frac{2a}{c} M\omega R \end{aligned} \qquad (4.20)$$

وبالتالي فان المعادلة الأولى من (4.19) تصبح:

$$C_m R^{|m|} = A_m R^{|m+\alpha|} + B_m R^{-|m+\alpha|} \qquad (4.21)$$

بتطبيق المعادلتين (4.19)، نحصل على الدالة غير مقننة $f_m(r)$ للحالة R < r (عند التقريب الاصغري

بدلالة R)

$$
\begin{aligned}
f_m(r) = R^{|m|}e^{-\frac{M\omega}{2}r^2}\Bigg\{ & R^{-|m+\alpha|}\frac{|m|+|m+\alpha|+\alpha s+\ {}^2M\omega\left[\frac{|m|+1-\frac{k^2{}_{in}}{2M}}{|m|+1}-\frac{1-|m+\alpha|-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}}{1-|m+\alpha|}\right]}{2|m+\alpha|+R^2M\omega\left[\frac{-\frac{k^2}{2M}}{|m+\alpha|+1}-\frac{-\frac{k^2}{2M\omega}}{1-|m+\alpha|}\right]} \\
& \times r^{|m+\alpha|}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[|m+\alpha|+1-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right],|m+\alpha|+1,M\omega r^2\right) \\
& +R^{|m+\alpha|}\left[1-\frac{(|m|+|m+\alpha|+\alpha s)+R^2M\omega\left[\frac{|m|+1-\frac{k^2{}_{in}}{2M\omega}}{|m|+1}-\frac{1-|m+\alpha|-\frac{k^2{}_{out}}{1-|m+\alpha|}}{1-|m+\alpha|}\right]}{2|m+\alpha|+R^2M\omega\left[\frac{-\frac{k^2}{2M\omega}}{|m+\alpha|+1}-\frac{-\frac{k^2}{2M\omega}}{1-|m+\alpha|}\right]}\right] \\
& \times r^{|m+\alpha|}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[1-|m+\alpha|-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right],1-|m+\alpha|,M\omega r^2\right)\Bigg\}
\end{aligned}
\tag{4.22}
$$

باخد النهاية R=0, نحصل على

$$
\begin{aligned}
f_m(r) = & R^{|m|}exp\left(-\frac{M\omega}{2}r^2\right) \\
\times & \left\{\left(\frac{R}{r}\right)^{-|m+\alpha|}\left(\frac{1}{2}+\frac{|m|+\alpha}{2|m+\alpha|}\right){}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[|m+\alpha|+1-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right],|m+\alpha|+1,M\omega r^2\right)\right. \\
& \left.+\left(\frac{R}{r}\right)^{|m+\alpha|}\left(\frac{1}{2}-\frac{|m|+\alpha s}{2|m+\alpha|}\right){}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[1-|m+\alpha|-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right],1-|m+\alpha|,M\omega r^2\right)\right\}
\end{aligned}
\tag{4.23}
$$

نلاحظ أن المعاملات المحسوبة في المعادلة الأخيرة هي نفسها في [9]. الحل الوحيد الممكن هو الحل الشاذ.

من المعادلتين (a.11) و (b.11) في [9] نستنتج أن الحل الشاذ يحدث عندما تكون

$$
\begin{aligned}
&(a)\quad m=-N,\quad N\geq 0,\quad s=-1\ \ or \\
&(b)\ m=-N, N+1\ \leq 0,\quad s=+1
\end{aligned}
\qquad q
$$

وبالتالي فان الدالة ψ_1 تعطى ب

$$
\begin{aligned}
\psi_1(r,\theta) = & \theta(s)\theta(-\alpha)_{a-N-1}e^{-i(N+1)\theta}r^{\xi-1}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[\xi-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right],\xi,M\omega r^2\right)e^{-\frac{M\omega}{2}r^2} \\
& +\theta(-s)\theta(\alpha)_{a-N}e^{-iN\theta}r^{-\xi}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[1-\xi-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right],1-\xi,M\omega r^2\right)e^{-\frac{M\omega}{2}r^2} \\
& +\sum\nolimits_{-\infty}^{\prime+\infty}a_m r^{|m+\alpha|}{}_1F_1\left(\frac{1}{2}\left[|m+\alpha|+1-\frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right],|m+\alpha|+1,M\omega r^2\right)e^{-\frac{M\omega}{2}r^2}e^{im\theta}
\end{aligned}
\tag{4.24}
$$

حيث N عدد صحيح ثابت

ك $\alpha = N + \xi, 0 \leq \xi < 1$

السلسلة المقاربة تؤول عند القيم الموجبة الكبيرة إلى العبارة التالية

$$F(a,c,z) = \frac{\Gamma(c)}{\Gamma(a)} e^{z} z^{a-c} \qquad (4.25)$$

و بالتالي تصبح دالة الموجية ψ_1 كما يلي

$$\begin{aligned}\psi_1 \sim \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m r^{|m+\alpha|} e^{\frac{M\omega}{2}r^2} r^{-\frac{1}{2}\left(\frac{k^2{}_{out}}{M\omega}+|m+\alpha|+1\right)} \\ +\theta(-s)\theta(\alpha)_{a-N} e^{-i} \quad r^{-\xi} e^{\frac{M\omega}{2}r^2} r^{-\frac{1}{2}\left(\frac{k^2{}_{out}}{M\omega}+1-\xi\right)} \\ +\theta(s)\theta(-\alpha)_{a-N-1} e^{-i(N+1)\theta} r^{\xi-1} e^{\frac{M\omega}{2}r^2} \; r^{-\frac{1}{2}\left(\frac{k^2{}_{out}}{M\omega}+\xi\right)}\end{aligned} \qquad (4.26)$$

حيث $\theta(x)$ هي دالة Heaviside و a_m عبارة عن ثابت.

العبارة الأخيرة متباعدة أسيا. لا يمكن تجنب هدا التباعد إلا بوضع $a = -n$ حيث $n = 0,1,2, \dots$,

وبالتالي تحويل السلسلة إلى كثير حدود من الدرجة n (كثير الحدود Laguerre). ادن

$$\begin{aligned}\psi_1(r,\theta) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \left[a_{m,n} r^{|m+\alpha|} L_n{}^{|m+\alpha|}(M\omega r^2) e^{-\frac{M\omega}{2}r^2} e^{im\theta}\right] \\ +\theta(-s)\; \theta(\alpha)_{a-N,n} r^{-\xi} L_n{}^{-\xi}(M\omega r^2) e^{-\frac{M\omega}{2}r^2} e^{-iN\theta} \\ +\theta(s)\; \theta(-\alpha)_{a-N-1,n} r^{\xi-1} L_n{}^{\xi-1}(M\omega r^2) e^{-\frac{M\omega}{2}r^2} e^{-i(N+1)\theta}\end{aligned} \qquad (4.27)$$

حيث الثوابت $a_{m,n}$ تعطى ب :

$$a_{m,n} = \frac{n!\,\Gamma(|m+\alpha|+1)}{\Gamma(|m+\alpha|+n)} a_m \qquad (4.28)$$

عندما تكون الشروط (q) غير محققة، فإننا نحصل على طيف الطاقة للحل الغير شاد من الشرط:

$$\frac{1}{2}\left[|m+\alpha| + 1 - \frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right] = -n \qquad (4.29)$$

و بالتالي، نحصل على عبارة الطاقة التالية:

$$E = \pm\sqrt{M^2 + 2M\omega[|m+\alpha| + s(m+\alpha) + 2n]}. \qquad (4.30)$$

بالنسبة للحل الشاذ لدينا حالتين. في الحالة الأولى أين تكون $(m = -N, N \geq 0, s = -1)$, فان طيف الطاقة يتم استنتاجه من الشرط:

$$\frac{1}{2}\left[1 - \xi - \frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right] = -n \qquad (4.31)$$

من ثم

$$E = \pm\sqrt{M^2 + 4M\omega[n - \xi]} \qquad (4.32)$$

أما بالنسبة للحالة الثانية أين يكون $(m = -N - 1, N + 1 \leq 0, s = +1)$ فطيف الطاقة يستنتج من الشرط

$$\frac{1}{2}\left[\xi - \frac{k^2{}_{out}}{2M\omega}\right] = -n \qquad (4.33)$$

ومنه

$$E = \pm\sqrt{M^2 + 4M\omega[n + \xi - 1]} \qquad (4.34)$$

نلاحظ أن مستويات الطاقة (4.32) و (4.24) يتعلقان فقط بمعامل AB فقط

يمكن حساب المركبة الثانية ψ_2 من المعادلة :

$$E\psi = \left[\beta\gamma^i\pi_r + \beta\gamma^\theta\pi_\theta - iM\omega\beta\gamma^r r\beta + \beta M\right]\psi. \qquad (4.35)$$

حيث

$$\begin{aligned} \gamma^r &= \gamma^1 \cos\theta + \gamma^2 \sin\theta \\ \gamma^\theta &= -\gamma^1 \sin\theta + \gamma^2 \cos\theta \end{aligned} \qquad (4.36)$$

وهذا يؤدي إلى المعادلتين التفاضليتان من الدرجة الأولى التاليتين

$$\begin{cases} E\psi_1 = M\psi_1 + e^{-is\theta}(\pi_r - is\pi_\theta + iM\omega r)\psi_2 \\ E\psi_2 = e^{is\theta}(\pi_r + is\pi_\theta - iM\omega r)\psi_1 - M\psi_2 \end{cases} \qquad (4.37)$$

يمكن كتابة المعادلة الثانية كما يلي:

$$\psi_2 = \frac{-i}{(E+M)} e^{is\theta}\left(\frac{d}{dr} - s\frac{1}{r}\frac{1}{i}\frac{d}{d\theta} - s\frac{\alpha}{r} + M\omega r\right)\psi_1 \qquad (4.38)$$

باستخدام العلاقة التالية:

$$\frac{dL_n^{\mu}(M\omega r^2)}{dr} = -2M\omega r L_{n-1}^{\mu+1}(M\omega r^2), n \geq 1 \qquad (4.39)$$

و تعويض (4.27) في (4.38)، نحصل على

$$\psi_2 = \Big\{\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\big[a_{m,n}[\mu - s(\alpha+m)]r^{\mu-1}L_n^{\mu}(M\omega r^2) - 2M\omega r^{\mu+1}L_{n-1}^{\mu+1}(M\omega r^2)\big]e^{im\theta}$$
$$+\theta(-s)\theta(\alpha)_{a-N,n}\Big[[-\xi + s(N-\alpha)]r^{-\xi-1}L_n^{-\xi}(M\omega r^2)$$
$$-2M\omega r^{-\xi+1}L_{n-1}^{-\xi+1}(M\omega r^2)\Big]e^{-iN\theta} \qquad (4.40)$$
$$-$$
$$+\theta(s)\theta(-\alpha)_{a-N-1,n}\Big[[\xi - 1 + s(N+1) - s\alpha]r^{\xi-2}L_n^{\xi-1}(M\omega r^2)$$
$$-2M\omega r^{\xi}L_{n-1}^{\xi}(M\omega r^2)\Big]e^{-i(N+1)\theta}\Big\}\frac{-ie^{is\theta}e^{-\frac{M\omega}{2}r^2}}{(E+M)}$$

حيث $\mu = |m + \alpha|$

3. تحليل طيف الطاقة:

لنقم بتحليل طيف الطاقة المرتبط بالحل الغير شاد:

$$E = \pm\sqrt{M^2 + 2M\omega[|m+\alpha| + s(m+\alpha) + 2n]} \qquad (4.41)$$

من هذه العلاقة، نلاحظ أن طيف الطاقة مرتبط بالسبين ومعامل التدفق المغناطيسيAB. نلاحظ انه يوجد حالتين يمكن مناقشتهما:

(a) لما $m + \alpha > 0$: المعادلة تصبح

$$E = \pm\sqrt{M^2 + 2M\omega[(m+\alpha)(s+1) + 2n]} \qquad (4.42)$$

لما 1 =s, نلاحظ أن كل حالة (m,n) لهما نفس الطاقة الموجودة في حالة $(m \mp l, n \pm l)$ حيث l

عدد صحيح. لما $1-$=s الطاقة تتعلق فقط بالعدد الطبيعي n

(b) لما $m + \alpha < 0$ تصبح المعادلة:

$$E = \pm\sqrt{M^2 + 2M\omega[(m+\alpha)(s-1) + 2n]} \qquad (4.43)$$

لما -1 =s, نلاحظ أن كل حالة (m,n) لهما نفس الطاقة الموجودة في حالة $(m \pm l, n \pm l)$ حيث l

عدد صحيح. لما 1=s الطاقة تتعلق فقط بالعدد الطبيعي n.

4. النهاية غير النسبية:

دعونا الآن بدراسة النهاية الغير نسبية بوضع $E = M + \epsilon$، وفرض $\epsilon \ll M$ وبالتالي

$E^2 \approx M^2 + 2M\epsilon$, . في هده الحالة, تصبح المعادلة كالتالي

$$\left\{\frac{\pi^2}{2M} + \frac{1}{2}M\omega^2 r^2 - \omega[1 - s(L_z + \alpha)]\sigma^3 - s\frac{e}{2M}H\sigma^3\right\}\psi = \epsilon\psi \qquad (4.44)$$

نلاحظ ان هده المعادلة عبارة عن معادلة باولي لهزاز توافقي ثنائي الأبعاد مع وجود حد جديد يعبر عن التفاعل بين العزم المغناطيسي والسبين. في تمثيل الإحداثيات تصبح هده المعادلة كما يلي:

$$\left\{\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{\partial}{\partial\theta} + i\alpha\right)^2 - M^2\omega^2 r^2 + 2M\omega[1 - s(L_z + \alpha)]\sigma^3 \right. \\ \left. - \frac{\alpha s}{R}\delta(r - R)\sigma^3\right\}\psi = 0 \qquad (4.45)$$

باستعمال نفس طريقة الحالة النسبية, نحصل على مستويات الطاقة المزاحة $\epsilon + \omega$

$$\epsilon + \omega = \omega[2n + 1 + |m + \alpha| + s(m + \alpha)], \qquad \text{مع } n = 0,1,2,.. \, .$$

بالنسبة للحالتين, أين يكون الحل شاد، نجد:

$$\epsilon + \omega = \omega[2n + 1 - |m + \alpha| + s(m + \alpha)] \tag{4.46}$$

هده النتيجة يمكن أن تكتب بدلالة ξ كما يلي

$$\begin{aligned} &\epsilon + \omega = \omega[2n + 1 - 2\xi], \text{لما} \; m = -N\,, \quad N \geq 0 \; \text{و} \; s = -1 \\ &\epsilon + \omega = \omega[2n - 1 + 2\xi], \text{لما} \; m = -N - 1, \quad N + 1 \leq 0 \; \text{و} \; s = +1 \end{aligned} \tag{4.47}$$

حيث $0 \leq \xi < 1$.

الفصل الخامس:
مفعول اهرنوف- بوم لجسيم

بسبين 1/2 في فضاء دوسيتر

في الفصل الثالث قمنا بدراسة مفعوا اهرنوف–بوم لجسيم كتلته m وشحنته q في وجود السبين. في هدا الفصل سنعيد هده الدراسة ولكن في فضاء De sitter.

1. ميكانيك الكم على الفضاء دو سيتر للزمكان:

في فضاء دو سيتر، علاقات التبادل لجبر هايزنبرغ تصبح كالتالي:

$$\left[X_i, P_j\right] = i\hbar\left(\delta_{ij} - \alpha X_i X_j\right) \tag{5.1}$$

وبالتالي فان علاقة الارتياب لهايزنبرغ تتغير إلى الشكل التالي:

$$(\Delta X_i)(\Delta P_i) \geq \frac{\hbar}{2}\left(1 - \alpha(\Delta X_i)^2\right) \tag{5.2}$$

حل هده المتراجحة بدلالة الارتياب في الموضع (ΔX_i) يعطى ب:

$$-\frac{(\Delta P_i)}{\alpha\hbar} - \frac{1}{\alpha}\sqrt{\alpha + \frac{(\Delta P_i)^2}{\hbar^2}} \leq (\Delta X_i) \leq -\frac{(\Delta P_i)}{\alpha\hbar} + \frac{1}{\alpha}\sqrt{\alpha + \frac{(\Delta P_i)^2}{\hbar^2}}\,. \tag{5.3}$$

في تمثيل الإحداثيات فان المؤثران X_i و P_i المرتبطان بالعلاقة (5.1) يعرفان بالشكل التالي:

$$\begin{aligned} X_i &= x_i \\ P_i &= \frac{\hbar}{i}\left(\delta_{ij} - \alpha x_i x_j\right)\frac{\partial}{\partial x_j} \end{aligned} \tag{5.4}$$

كذلك الجداء السلمي يتغير إلى الشكل التالي

$$\langle \Phi | \psi \rangle = \int \frac{d^D\vec{r}}{(1-\alpha r^2)^{\frac{1+D}{2}}}\Phi^*(\vec{r})\psi(\vec{r}) \tag{5.5}$$

2. حل معادلة ديراك

كما رأينا في الفصل الثالث فان معادلة ديراك تكتب كما يلي

$$\left[\pi^2 - E^2 + M^2 + \alpha s\sigma_z\frac{\delta(r-R)}{R}\right]\Psi = 0 \tag{5.6}$$

حيث $\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{P} - e\boldsymbol{A}$.

في تمثيل الاحداثيات لدينا

$$\begin{aligned} P_x &= -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial x} - \alpha\left(x^2\frac{\partial}{\partial x} + xy\frac{\partial}{\partial y}\right)\right) \\ P_y &= -i\hbar\left(\frac{\partial}{\partial y} - \alpha\left(y^2\frac{\partial}{\partial y} + xy\frac{\partial}{\partial y}\right)\right) \end{aligned} \tag{5.7}$$

في الاحداثيات القطبية:

$$\begin{aligned} P_x &= -i\hbar\left[\cos\theta\,(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r}\frac{\sin\theta}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\right] \\ P_y &= -i\hbar\left[\sin\theta(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\right] \end{aligned} \tag{5.8}$$

بالتعويض في المعادلة (5.6) نجد:

$$\left[(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r}(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{d}{d\theta} + i\upsilon\theta(r-R)\right)^2 - \frac{\upsilon s}{\hbar R}(1-\alpha r^2)\delta(r-R)\sigma^3\right]\psi = 0 \tag{5.9}$$

وبالتالي

$$\begin{cases} \left[(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r}(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{d}{d\theta} + i\upsilon\right)^2 + k^2\right]\psi = 0 & ,r > R \\ \left[(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r}(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\left(\frac{d}{d\theta}\right)^2 + k^2\right]\psi = 0 & ,r < R \end{cases} \tag{5.10}$$

حيث $k^2 = E^2 - M^2$. بوضع

$$\psi = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m f_m\,(r)e^{im\theta} \tag{5.11}$$

نجد معادلتي الجزء القطري

$$\left[(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r}(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r}-\frac{m^2}{r^2}+k^2\right]f_m(r)=0 \qquad ,r<R$$
$$\left[(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r}(1-\alpha r^2)\frac{\partial}{\partial r}-\frac{(m+\upsilon)^2}{r^2}+k^2\right]f_m(r)=0 \qquad ,r>R \tag{5.12}$$

نحل المعادلة الأولى ونستنتج حل المعادلة الثانية. من اجل إيجاد الحل، ندخل متغير جديد التالي:

$$q=\frac{arctanh\sqrt{\alpha r}}{\sqrt{\alpha}}\Longrightarrow r=\frac{tan\ \sqrt{\alpha q}}{\sqrt{\alpha}} \tag{5.13}$$

فتصبح المعادلة

$$\left[\frac{d^2}{dq^2}-\frac{\alpha m^2}{\tanh^2\sqrt{\alpha}\,q}+k^2\right]f_m(r)=0 \tag{5.14}$$

نلاحظ أن المعادلة مازالت معقدة, لدلك ندخل متغير جديد $y=\cosh^2\sqrt{\alpha}\ q$ فنحصل على المعادلة التالية

$$\left[y(y-1)\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\left(\frac{1}{2}-y\right)\frac{\partial}{\partial y}-\frac{m^2}{4(1-y)}-\frac{\frac{k^2}{2}-m^2}{4}\right]f_m(y)=0 \tag{5.15}$$

بإدخال الدالة الجديدة والمتغير الجديد التاليين

$$f=(1-y)^{\frac{1}{4}}\cdot g,\qquad y=x^2 \tag{5.16}$$

نحصل على معادلة من شكل معادلة Legendre

$$(1-x^2)\frac{\partial^2 g}{\partial^2 x}-2x\frac{\partial g}{\partial x}+\left(m^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{4}-\frac{m^2+\frac{1}{4}}{1-x^2}\right)g=0 \tag{5.17}$$

حيث

$$\lambda(\lambda+1) = m^2 - \frac{k^2}{2} - \frac{1}{4}$$
$$\upsilon^2 = m^2 + \frac{1}{4}$$

الحل العام لهده المعادلة يعطى ب

$$g = C_m \rho^{\sqrt{(m+\upsilon)^2}}_{\sqrt{m^2-\frac{1}{4}}}(X),\ r > R$$
$$g = A_m \rho^{\sqrt{m^2+\frac{1}{4}}}_{\sqrt{m^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{2}}}(X) + B_m Q^{\sqrt{m^2+\frac{1}{4}}}_{\sqrt{m^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{2}}}(X),\ r > R \tag{5.18}$$

باسترجاع المتغير والدالة الأصليين نجد الحل التالي

$$f_m = \left(1 - \frac{1}{1-\alpha r^2}\right)^{\frac{1}{4}} C_m \rho^{\sqrt{m^2+\frac{1}{4}}}_{\sqrt{m^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{2}}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\alpha r^2}}\right) \quad r > R \tag{5.18}$$

$$f_m = \left(1 - \frac{1}{1-\alpha r^2}\right)^{\frac{1}{4}} \left[A_m\, \rho^{\sqrt{(m+\upsilon)^2+\frac{1}{4}}}_{\sqrt{(m+\upsilon)^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{2}}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\alpha r^2}}\right) + B_m\, Q^{\sqrt{(m+\upsilon)^2+\frac{1}{4}}}_{\sqrt{(m+\upsilon)^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{2}}}\left(\frac{1}{\sqrt{1-\alpha r^2}}\right)\right] \quad r < R \tag{5.19}$$

و بالتالي فان دالة السبينور تعطى ب

$$\psi = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m\, e^{im\theta} \left(\frac{-\alpha r^2}{1-\alpha r^2}\right)^{\frac{1}{4}} C_m \rho^{\sqrt{m^2+\frac{1}{4}}}_{\sqrt{m^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{2}}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\alpha r^2}}\right) \qquad , r < R$$

$$\psi = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} a_m\, e^{im\theta} \left(\frac{-\alpha\ {}^{2}}{1-\alpha r^2}\right)^{\frac{1}{4}} \left[A_m\, \rho^{\sqrt{(m+v)^2+\frac{1}{4}}}_{\sqrt{(m+v)^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{2}}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\alpha r^2}}\right) + B_m\, Q^{\sqrt{(m+v)^2+\frac{1}{4}}}_{\sqrt{(m+v)^2-\frac{k^2}{2}-\frac{1}{2}}} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\alpha r^2}}\right) \right] \qquad , r > R \tag{5.20}$$

النتيجة

الهدف من هده المذكرة هو دراسة مفعول AB بالنسبة لجسيمات مشحونة سبينية وغير سبينية وكذلك في فضاء عادي وكذلك في فضاء دوسيتر.

في الفصل الأول قمنا بعرض مفصل عن مفعول اهارونوف –بوم وكذلك الخصائص المهمة للكومونات الكهرومغناطيسية. وانهينا الفصل بدراسة مفعول AB في النظرية الكمومية.

في الفصل الثاني سنقوم بدراسة انتشار الجسيمات المشحونة و الغير نسبية بطريقة هاغن أين حللنا معادلة شرودينغر واستخرجنا طيف الطاقة وكذلك المقطع الفعال التفاضلي.

في الفصل الثالث قمنا بدراسة مفعول AB ولكن هدا المرة لجسيمات نسبية في وجود السبين باستعمال طريقة هاغن حيث قام بإدخال دلتا ديراك لدراسة انتشار جسيمات سبينها يساوي $1/2$. حيث وجدنا أن تأثير دالة ديراك لا يمكن إهماله في وجود السبين, حيث أن بعض الحلول التي تكون شاده عند المركز تصبح مسيطرة بعيدا عنه وبالتالي تصبح مقبولة فيزيائيا. وبالتالي, فان هده الحلول تؤثر على زاوية الطور ومنه تغير المقطع الفعال لهدا الانتشار.

في الفصل الرابع قمنا بدراسة مفعول AB لهزاز ديراك ودلك باستعمال معادلة ديراك حيث وجدنا ان مستويات الطاقة تتعلق بالسبين و بمعامل AB للتدفق المغناطيسي.

في الفصل الخامس سنقوم بإعادة دراسة الفصل الخامس, أي دراسة جسيمات سبينية لكن هده المرة في فضاء دو سيتر. اين تكون علاقة الارتياب لهايزنبرغ معدلة. وقد حصلنا حلول معدلة حيث وجدنا دوال Legendreعوض دوال Bessel المحصل عليها في الحالة العادية.

المراجع

1- C. R. Hagen, Phys. Rev. Lett. 64, 503 (1990).

2- Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. 115, 485 (1959).

3- J. D. Jackson, Classical Electrodynamics, 3rd Ed. J. Wiley & Sons. (1999).

4- W. H. Furray and N. F. Ramsey, Phys. Rev. 118, 623 (1960).

5- H. E. Mitler, Phys. Rev. 124, 940 (1961).

6- M. Peshkin, I. Talmi and L. J. Tassie, Ann. Phys. 16, 426 (1961).

7- R. P. Feynman, R. B. Leighton and M. Sands, "The Feynman Lectures in Physics" (Addison-Wesley, Reading MA, 1964) Vol. 2, p.15. BIBLIOGRAPHIE 77

8- Y. Aharonov and D. Bohm, Phys. Rev. 123, 1511 (1961).

9- M. Peshkin and A. Tonomura, "The Aharonov-Bohm Effect, Lecture Notes in Physics". 340, Springer, Berlin, 1989.

10- A. Tonomura, T. Matsuda, R. Suzuki, A. Fukuhara, N. Osakabe, H. Umezaki, J. Endo, K. Shinagawa, Y. Sugita and H. Fujiwara, Phys. Rev. Lett. 48, 1443 (1982).

11- A. Tonomura, N. Osakabe, T. Matsuda, T. Kawasaki, J. Endo, S. Yano and H. Yamada, Phys. Rev. Lett. 56, 792 (1986).

12- N. Osakabe, T. Matsuda, T. Kawasaki, J. Endo, A. Tonomura, S. Yano and H. Yamada, Phys. Rev. A 34, 815 (1986).

13- M. G. Alford and F. Wilczek, Phys. Rev. Lett. 62, 1071 (1989).

14- C. R. Hagen, Phys. Rev. D 48, 5935 (1993).

15- C. R. Hagen and D. K. Park, Ann. Phys. 251, 45 (1996).

16- N. Ferkous and A. Bounames, Phys. Lett. A 325, 21 (2004).

17- A. Tonomura, Nuovo Cimento B 110, 571 (1995).

18- C. R. Hagen, Phys. Rev. D 41, 2015 (1990).

الملخص:

في هده المدكرة قمنا بدراسة مفعول اهرنوف – بوم في عدة حالات فيزيائية حيث درسنا تأثيره على الجسيمات الغير سبينية وعلى الجسيمات بسبين $1/2$ وكذلك تأثيره على هزاز ديراك و انهينا هده المذكرة بإعادة دراسة الجسيمات بسبين $1/2$ في فضاء دوسيتر. لاحظنا أن وجود مفعول AB يؤدي إلى زيادة انحلال مستويات الطاقة. من جهة أخرى, لاحظنا أن الحلول الشاذة تصبح مقبولة فيزيائيا بعيدا عن المبدأ.

Résumé :

Dans ce mémoire, nous avons étudié l'effet Aharanov-Bohm dans plusieurs cas physiques, où nous avons étudié son effet sur les particules sans spin et sur les particules avec spin 1/2, ainsi que son effet sur l'oscillateur de Dirac, et nous avons terminé cette remarque en revoyant les particules de spin 1/2 dans l'espace De Sitter. Nous avons observé que la présence de l'effet AB lève la dégénérescence des niveaux d'énergie. Par contre, nous avons remarqué que les solutions singulières deviennent acceptables physiquement.

Abstract :

In this memory, we have studied the Aharanov-Bohm effect in several physical cases, where we studied its effect on non-spin particles and on particles with spin 1/2, as well as its effect on the Dirac oscillator and we ended this work by re-examining the particles with spin 1/2 in De Sitter space. We observed that the presence of the AB effect leads to an increased degenerate of energy levels. On the other hand, we noticed that the anomalous solutions become acceptable physically apart from the principle.