

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA



Faculté de Technologie
Département d'Hydraulique

Polycopié de cours

Hydrologie II

Destiné aux étudiants 3^{èmes} Année Licence Hydraulique



Embouchure de l'Oued Cheliff

Présenté par : Dr. MOKHTARI Elhadj

Année 2024

Université Mohamed Boudiaf - M'sila

Faculté de Technologie
Département d'Hydraulique



جامعة محمد بوضياف - المسيلة
كلية التكنولوجيا
قسم الري

N : 01-04/2024/CSD/DH

M'sila le, 25/09/2024

Extrait du procès-verbal du comité scientifique du département

Le Président,

Suite à la réception des **trois avis favorables** émis par les experts désignés par le comité scientifique du département d'hydraulique, comme en atteste l'extrait du procès-verbal en date du 24 septembre 2024, concernant **l'évaluation du polycopié intitulé "Hydrologie II"** soumis par Monsieur **Mokhtari Elhadj**, Maître de Conférences de classe A (MCA), le comité exprime son accord unanime. Il recommande la publication du contenu sur la plateforme E-learning de l'Université Mohamed Boudiaf de M'sila.

Le président du CSD



دعوة مصطفى

SOMMAIRE

	Titre	Page
	Introduction	00
	Chapitre 1. Notion de probabilité et d'analyse statistique appliquée à l'hydrologie	
1.1.	Rappel	01
1.2.	Type de fonction de probabilité en hydrologie	03
1.3.	Théorie générale d'ajustement statistique	11
1.4.	Tests d'ajustement	12
1.4.1.	Test de Kolmogorov-Smirnov	12
1.4.2.	Test de χ^2 de Pearson	12
1.5.	Exercices	13
	Chapitre 2. Etude statistique et probabiliste des précipitations	
2.1.	Définition	15
2.2.	Présentation et analyse des données pluviométriques relatives à une station (pluies ponctuelles)	15
2.3.	L'analyse statistique des précipitations	15
2.4.	Étude des précipitations annuelles : loi de Gauss	20
2.5.	Etude des précipitations mensuelles	21
2.6.	Etude des précipitations journalières	23
2.7.	Homogénéisation des données pluviométrique	27
2.8.	Analyse des averses	32
2.9.	Exercices	35
	Chapitre 3. Etude des débits des cours d'eau	
3.1.	La mesure des débits	38
3.2.	Les stations de jaugeages	45
3.3.	Présentation des données relatives aux débits	49
3.4.	Exercices	53
	Chapitre 4. Etude des débits de crues	
4.1.	Introduction	57
4.2.	Choix d'une méthode d'estimation des crues	58
4.3.	Détermination des hydrogrammes probables par la méthode synthétique ou méthode des isochrones.	59
4.4.	Détermination des hydrogrammes probables par la méthode de Sokolovsky	62
4.5.	Formules empiriques pour le calcul du débit maximum probable	64
4.6.	Etudes de cas	66
	Références bibliographiques	84
	Annexe	86

Introduction

Dans ce polycopié de cours, les étudiants seront initiés aux phénomènes hydrologiques et leurs origines, ainsi qu'aux méthodes essentielles pour estimer et évaluer les paramètres associés, tels que les précipitations, les débits des cours d'eau et les crues. À travers les différents chapitres, nous explorerons les divers aspects de l'hydrologie.

Le premier chapitre traitera des bases de la probabilité et de la statistique, telles qu'elles s'appliquent à l'hydrologie. Vous y découvrirez comment ces concepts sont utilisés pour caractériser les événements hydrologiques et évaluer les risques associés.

Le deuxième chapitre se concentrera sur l'analyse statistique des précipitations. Vous apprendrez à interpréter les données pluviométriques, à appréhender les distributions de probabilité des précipitations, et à tirer des conclusions pour une meilleure compréhension des phénomènes hydrologiques.

Le troisième chapitre explorera les différentes méthodes de mesure des débits des cours d'eau. Vous découvrirez les principes fondamentaux du jaugeage, les techniques de mesure sur le terrain, ainsi que l'utilisation d'instruments spécialisés pour évaluer les débits des cours d'eau.

Enfin, le dernier chapitre examinera l'étude des débits des crues. Vous comprendrez les mécanismes de formation des crues, les méthodes d'analyse des données hydrologiques en période de crue.

Chapitre 1 Notion de probabilité et d'analyse statistique appliquée à l'hydrologie

1.1. Rappel

1.1.1. Répartition, échantillon et variable aléatoire

On appelle population un ensemble fini ou infini d'événements.

Un échantillon est un sous-ensemble de la population. La taille de l'échantillon est le nombre d'événements qui le constituent. On dira qu'un échantillon est exhaustif lorsque sa taille est celle de la population.

En hydrologie de surface, les populations sont généralement infinies et par conséquent, les échantillons sont non exhaustifs.

On appelle variable aléatoire (ou variante), le caractère numérique (ou non) qui distingue chaque événement de l'échantillon ou de la population.

Dans l'utilisation que nous ferons des statistiques, nous aurons toujours affaire à des variantes numériques discrètes ou continues. Elles seront discrètes si les valeurs numériques qu'elles peuvent prendre sont en nombre fini (par exemple nombre de jours de gel par an) ou en infinité dénombrable (nombre de crue par an). On dira qu'une variante est continue si ces valeurs numériques peuvent varier de façon continue (pluie journalière, débit, *etc.*).

1.1.2. Notions de probabilité

Supposons que l'on puisse dénombrer l'ensemble E de toutes les éventualités également possibles et soit N le nombre de ces éventualités. Si parmi l'ensemble E, il n'existe que n éventualités favorables à un événement e, on dira que la probabilité de voir arriver l'événement e est la suivante :

$$\text{Pr ob}(e/E) = \frac{n}{N}$$

Malheureusement pour nous, il est bien souvent impossible de dénombrer l'ensemble E et nous devons nous contenter d'une approche expérimentale. En effet, soit une série d'expériences à partir de laquelle on observe un intervalle E' (de taille N') d'éventualités. Parmi ces expériences on observe n' réalisations de l'événement e ; nous définirons alors la fréquence relative de l'événement e comme :

$$f = \frac{n'}{N'}$$

1.1.3. Type de fonction de probabilité en hydrologie

Notion de loi de probabilité

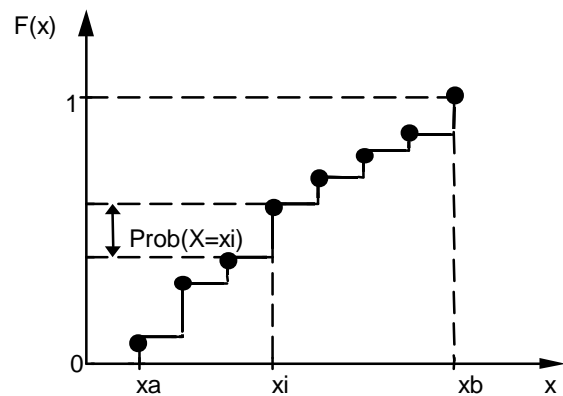
Si la variable aléatoire X est une variable numérique, on peut considérer comme événement e favorable, le fait que X soit inférieure ou égal à une valeur x de E. La probabilité de voir arriver cet événement est une fonction numérique de x, comprise entre 0 et 1 et que l'on appelle fonction de répartition F (x) :

$$F(x) = \text{Prob}(X \leq x) = \text{Prob}(e/E)$$

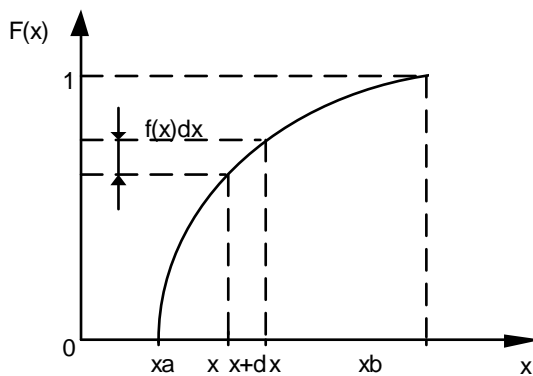
Cette loi de probabilité doit être monotone, non décroissante, et varier de 0 à 1 lorsque x décrit de x_a à x_b l'intervalle de définition de la variante X.

Cas des variantes discrètes

Dans ce cas, la fonction de répartition varie par plage dont la distance représente la probabilité P_i de voir $X = x_i$.



Cas des variantes continues



La fonction de répartition F (x) est alors une fonction continue. Dans le cas général où cette fonction est dérivable, on appellera la dérivée f (x) de F (x) par rapport à x, densité de probabilité.

On a alors les relations suivantes :

$$F(x_i) = \int_{x_a}^{x_i} f(x) dx$$

$$F(x_{i+1}) = \int_{x_a}^{x_{i+1}} f(x) dx$$

$$\text{Prob}(x_i \leq X \leq x_{i+1}) = F(x_{i+1}) - F(x_i)$$

$$F(x_i \leq X \leq x_{i+1}) = \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx$$

Construction d'une loi de probabilité

Une loi de probabilité se définit d'une part par sa formulation mathématique, ce qui distingue les différents types de lois, et d'autre part, par les valeurs des paramètres qui entrent dans la formulation mathématique et qui sont estimés d'après l'échantillon observé.

En hydrologie, nous nous limiterons à l'emploi de cinq à six types de lois unimodales ou amodales, chacune de ces lois ne dépendant que de trois paramètres au plus. Ces paramètres peuvent être les suivants :

1.2. Type de fonction de probabilité en hydrologie

Nous nous contenterons de signaler les lois les plus fréquemment utilisées. Ces lois n'ont que trois paramètres au plus, et bien souvent, que deux.

1.2.1. Loi de Gauss ou loi normale

Fonction de répartition

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-u^2/2} du \quad \text{avec} \quad u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma_x}$$

u est appelée variable réduite de Gauss. L'intervalle de définition est donc : $x \in]-\infty, +\infty[$

Cette loi est symétrique ($\beta_1 = 0$) et présente, par définition, l'aplatissement moyen ($\beta_2 = 0$).

Le tableau ci-dessous donne la fréquence au non-dépassement de u :

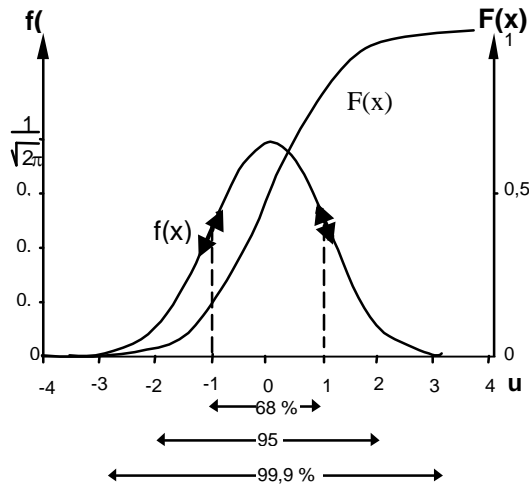
$$F(u) = \text{Prob}(U \leq u)$$

u	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7290	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1	0,8413	0,8438	0,8461	0,8483	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9013
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9662	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2	0,9772	0,9779	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990

3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998

La table correspond aux valeurs de u positive, si u est négatif, la probabilité au non-dépassement est le complément à 1 de F(|u|).

Le paramètre de tendance centrale \bar{x} et à la fois la moyenne, le mode et la médiane. Le paramètre de dispersion σ_x est l'écart-type (racine carrée de la variance).



Le paramètre de tendance centrale \bar{x} et à la fois la moyenne, le mode et la médiane. Le paramètre de dispersion σ_x est l'écart-type (racine carrée de la variance).

La densité de probabilité a pour expression :

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}}$$

La dérivée première s'annule pour $u = 0$ (valeur modale) et la dérivée seconde pour $u \pm 1$.

La fonction de densité est représentée par la courbe "en cloche" symétrique par rapport au mode

$u = 0$ et avec des points d'inflexion pour $u \pm 1$.

Estimation des paramètres

a) Méthode des moments :

On obtient immédiatement les estimations suivantes :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \text{ et } \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1}}$$

b) Méthode du maximum de vraisemblance :

Cette méthode conduit à une autre estimation de l'écart-type :

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Elle est consistante mais moins correcte que la précédente que l'on préférera donc.

Ajustement graphique

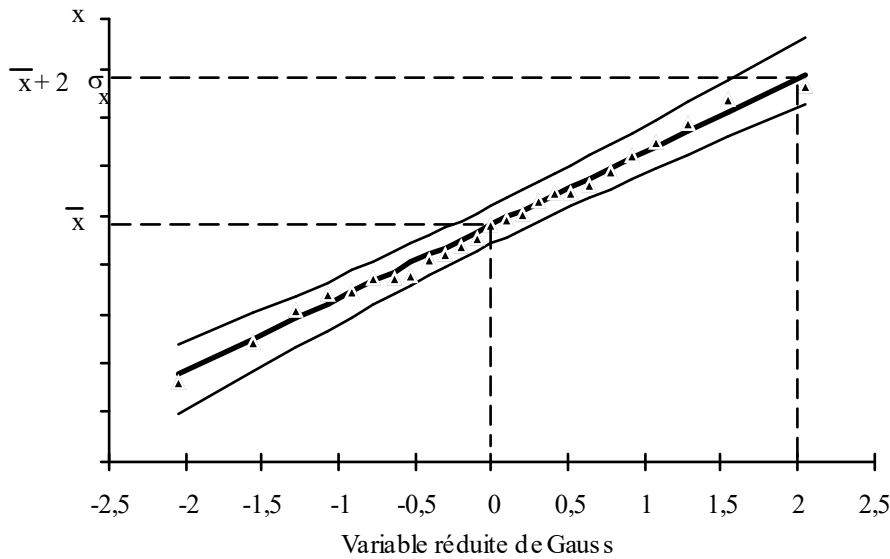
A chaque élément de l'échantillon, on associe une fréquence expérimentale au non-dépassement :

$$F(x_i) = \frac{i - 0,5}{n}$$

A chaque valeur de $F(x_i)$ correspond une valeur de u. Pour chaque élément de l'échantillon, on peut porter dans un graphique gradué en abscisse selon les valeurs de u et en ordonnée selon la variable x, un point de coordonnées $(\frac{i-0,5}{n}, x_i)$.

Si les valeurs de x_i sont distribuées normalement, les points s'alignent sur une droite d'équation : $x_i = \bar{x} + u_i \sigma_x$, appelée droite de Henry.

D'après cette droite, on détermine la moyenne \bar{x} puisque pour $u = 0$, on a $x = \bar{x}$, et l'écart-type en faisant par exemple $u = 2$, donc $x = \bar{x} + 2\sigma_x$.



Ajustement graphique à une loi de Gauss.

Pour ce faire, on peut utiliser les tables de la fonction de Gauss ou approcher la fonction de Gauss par la formule polynomiale suivante :

- Pour $F \leq 0,5$:

$$-u = x - \frac{2.515517 + .802853 x^1 + 0.010328 x^2}{1 + 1.432788 x^1 + 0.189269 x^2 + 0.001308 x^3} \quad \text{avec} \quad x = \sqrt{\ln \frac{1}{F^2}}$$

Cette approximation permet une programmation facile et provoque des erreurs sur W toujours inférieures à 0.00045 !

- Pour $F > 0,5$:

On fera $F = 1 - F$ et $u = -u$

Parfois, on est amené au contraire à calculer F pour u donnée.

On pourra utiliser la formule suivante pour le calcul automatique :

- Pour $u \geq 0$:

- Pour le calcul de $F(x)$

- Pour $u \geq 0$:

$$F(u) = 1 - \frac{0.5}{(1 + 0.196854 \cdot u + 0.115194 \cdot u^2 + 0.000344 \cdot u^3 + 0.019527 \cdot u^4)^4}$$

- Pour $u < 0$ on fera $u = -u$ et $F = 1 - F$

Intervalle de confiance

Intervalle de confiance à α % sur la moyenne :

Les bornes de l'intervalle sont :

$$\bar{x} \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- si $n < 30$, $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ est la valeur du t de Student de fréquence au non-dépassement

$$F = 1 - \frac{1-\alpha}{2} \text{ pour } v = n - 1 ;$$

- si $n > 30$, $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$ la variable réduite de Gauss de fréquence au non-dépassement

$$F = 1 - \frac{1-\alpha}{2} \text{ pour } v = n - 1.$$

Intervalle de confiance à α % sur l'écart-type :

- si $n < 50$, les bornes de l'intervalle de confiance à α % sont :

$$\frac{n\sigma_x^2}{\chi_1^2} < V < \frac{n\sigma_x^2}{\chi_2^2}$$

χ_1^2 : valeur ayant pour fréquence au non-dépassement $F = \frac{1-\alpha}{2}$.

χ_2^2 : valeur ayant pour fréquence au non-dépassement $F = 1 - \frac{1-\alpha}{2}$.

- si $n > 50$, les bornes sont :

$$\sigma_x \pm t_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma_x}{\sqrt{2n}}$$

avec $t_{1-\frac{\alpha}{2}}$: variable réduite de Gauss de fréquence au non-dépassement :

$$F = 1 - \frac{1-\alpha}{2}$$

• Intervalle de confiance à α % sur le quantile x_F :

Les bornes de l'intervalle de confiance sont alors :

$$X_F \pm \frac{\frac{t_\alpha}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{t_F^2}{2}}}{1 - \frac{t_\alpha^2}{2 \cdot n}} \cdot \sigma$$

(2 fois plus pour la borne supérieure et 2 fois moins pour la borne inférieure)

t_F : variable réduite de Gauss ayant la fréquence au non-dépassement F

t_α : variable réduite de Gauss ayant la fréquence au non-dépassement $1 - \frac{1-\alpha}{2}$.

1.2.2. Loi de Galton (ou log-normale ou de Gibrat-Gauss)

Fonction de répartition

Parmi les nombreuses formulations possibles, nous retiendrons la suivante, qui fait le mieux le parallèle avec la loi de Gauss :

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

$$u = a \log(x - x_0) + b$$

Intervalle de définition : $x \in]x_0, +\infty[$

On remarque que l'on passe de la loi de Gauss à la loi de Galton en faisant le changement de variable de x en $\ln(x - x_0)$. Cette loi fait intervenir trois paramètres dont x_0 est le paramètre de position.

Une autre formulation qui fait mieux ressentir le rôle des paramètres est:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^u \frac{1}{u} e^{-\frac{\ln^2(u)}{2\sigma^2}} du$$

$$u = \frac{x - x_0}{s}$$

x_0 : paramètre de position (identique au précédent)

s : paramètre d'échelle positif différent de zéro

σ : paramètre de forme positif différent de zéro

Le coefficient d'aplatissement β_2 est toujours positif ; la loi de Galton est plus "pointue" que la loi de Gauss.

Le coefficient d'asymétrie β_1 est toujours positif ; la loi de Galton est dissymétrique, étendue vers la droite.

a) Méthode des moments

En utilisant la première formulation, les trois paramètres à déterminer sont x_0 , a et b .

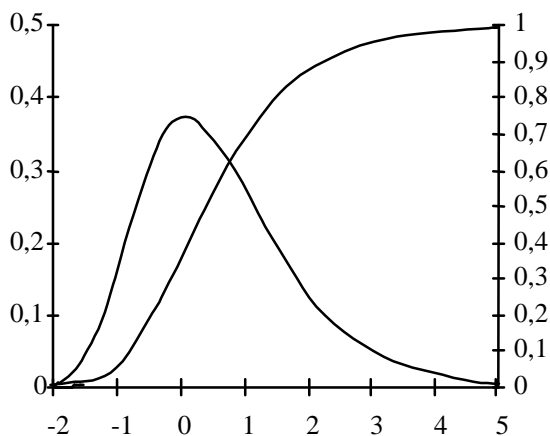
En posant :

\bar{x} : moyenne des x ,

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \quad \text{écart-type des } x,$$

1.2.3. Loi de Gumbel

Fonction de distribution



La fonction de répartition de la loi de Gumbel s'exprime de la manière suivante :

$$F(x) = \exp\left(-\exp\left(-\frac{x-a}{b}\right)\right)$$

$$b = 0.78. \sigma_x.$$

$$a = \bar{x} - 0.5772. b$$

Si on pose :

$$\mu = \frac{x-a}{b} \text{ Variable réduite de Gumbel}$$

$$F(x) = \exp(-\exp(-\mu))$$

$$\mu = \ln(-\ln(-F(x)))$$

1.2.4. Probabilité des valeurs d'un échantillon observé

1) $F_i = \frac{i}{n+1}$. Cette formule est parfois employée pour calculer une fréquence expérimentale mais il serait alors plus judicieux d'utiliser non pas la valeur moyenne de F_i mais sa valeur médiane. Une valeur bien approchée de la médiane est donnée par la formule : gb

$$F_i = \frac{i - 0,3}{n + 0,4}$$

2) La loi de distribution est adaptée à l'échantillon. (On choisit *a priori* le type de formulation, mais un au moins des paramètres est déterminé à partir de l'échantillon.) On démontre dans ce cas, qu'une solution approchée est donnée par la formule :

$$F_i = \frac{i - \frac{1}{2}}{n}$$

En hydrologie, les observations des pluies-débits relèvent toujours de cette seconde hypothèse.

3) Cas mixte :

On a observé des crues durant 20 ans et on connaît les trois plus fortes crues enregistrées durant les 50 ans précédents. Comment voir si ces trois valeurs sont compatibles avec ce que l'on a pu constater sur les 20 dernières années ?

On choisit le type de loi et on ajuste les paramètres à partir de l'échantillon de 20 ans. On

portera donc les valeurs des crues en fonction des fréquences calculées par $F_i = \frac{i - 0,5}{n}$.

On est ensuite ramené au cas 1 et on calculera pour les trois autres valeurs, les fréquences par :

$$F_i = \frac{i - 0,3}{n + 0,4} .$$

1.2.5. Danger d'apparition

Période de retour (période d'occurrence)

Par définition la probabilité est le rapport du nombre d'événement favorable au nombre total d'événement. Souvent à un événement est associé une durée (il y a par exemple une crue maximale annuelle chaque année). La fréquence peut alors se définir également comme étant le nombre d'événement favorable sur le nombre total de durées. On définit alors la période de retour T (au temps de récurrence) comme l'inverse de la fréquence au non-dépassement F (ou de la fréquence au dépassement F1 si F1 est inférieur à 0,5).

$$T = \frac{1}{1-F} \text{ si } F > 0.5 \quad \text{Fréquence au non-dépassement}$$

$$T = \frac{1}{F} \text{ si } F < 0.5$$

Les fréquences ont pour unité (T)⁻¹, puisque l'on associe généralement une durée à chaque événement. La période de retour a donc la dimension d'un temps.

Exemple :

Si on a établi la statistique des crues maximales annuelles (un débit par an), la crue de fréquence au non-dépassement 0,9 a une période de retour de :

$$T = \frac{1}{1 - 0,9} = 10 \text{ ans}$$

En moyenne, cette crue est dépassée une fois tous les dix ans.

Cependant, la crue de fréquence au non-dépassement 0,1 a, elle aussi, une période de retour de 10 ans, mais on dira que cette crue est **non-dépassée** en moyenne une fois tous les dix ans.

Explications

Période de retour, Durée de retour.

Quand on définit une variable aléatoire, il est fréquent qu'on lui associe un intervalle de temps :

X1 = Total de la pluie du mois d'Octobre.

X2 = débit moyen annuel

X3 = durée d'insolation des mois d'été, etc...

X4 = Pluie maximale journalière de chaque année

On définit donc implicitement :

- Une notion d'évènement, ou de "**tirage**" aléatoire dans l'espace des évènements

- souvent associée, dans le cas où les variables sont en fait des processus temporels se déroulant dans le temps, à un **intervalle de temps**.

Exemples :

Pour X_1 , c'est le "mois d'Octobre" (Il n'y en a qu'un par an et on considère que les autres mois, le total pluviométrique a un comportement différent).

Pour X_2 , c'est l'année. (On considère que deux années successives, bien qu'aboutées, correspondent à 2 tirages "indépendants" de la variable).

Pour X_3 , c'est la "saison d'été". (Il n'y en a qu'une par an, car on considère là aussi que l'insolation a un comportement différent sur les autres saisons).

Pour X_4 , c'est l'année, dans laquelle on va chercher quel est le total pluviométrique journalier le plus

fort.etc...

Quand ensuite $\Pr(X \leq \alpha) = 90\%$

Cela signifie que :

- si on fait un tirage indépendant de la variable X .
- il y a 9 chances sur 10 d'être inférieur ou égal à α .

Statistiquement, si on faisait plusieurs fois (par exemple K fois) des paquets de N tirages indépendants, on trouverait que, **en moyenne** sur les K fois, sur les N tirages d'un paquet, $0.10.N$ dépassent α (même si pour un paquet donné de N tirages, on peut avoir un résultat différent de $0.10.N$)

On dira alors que la valeur α est dépassée **en moyenne** 1 fois tous les 10 tirages.

Par abus de langage, on dit que la valeur α "revient" en moyenne tous les 10 tirages et donc qu'elle a une "**période**" de retour moyenne de $T = 10$, en fait de 1 fois tous les 10 tirages.

Quand en plus, chaque "tirage" est associé lui-même à un intervalle de temps, par exemple si on ne fait

que un tirage par an, on dira que la valeur α , qui "revient" en moyenne tous les 10 tirages, a une **durée de retour** moyenne de $T = 10$ ans (exprimée dans la même unité que l'intervalle inter-tirages), et que la valeur α est **décennale**.

Exemple

Si $\Pr(X_2 > 250 \text{ m}^3/\text{s}) = 0.1$ on dira que le débit moyen annuel de $250 \text{ m}^3/\text{s}$ est dépassé en moyenne 1 tirage sur 10, donc 1 année sur 10 en moyenne, donc période de retour « décennale ».

De même si $\Pr(X_1 < 100 \text{ mm}) = 0.9$ (90%), on dira que la valeur de 100 mm est non dépassé en moyenne 9 tirage sur 10, en d'autres termes, la valeur de 100 mm est dépassé en moyenne 1 tirage sur 10, donc a une période de retour décennale.

1.3. Théorie générale d'ajustement statistique

Dans certains cas, on peut penser que les données peuvent être décrites par une ou plusieurs lois de probabilité courantes et simples d'emploi, au moins dans une certaine gamme de probabilité.

Il est alors intéressant de chercher à *ajuster* sur ces données une, ou des lois pour faciliter l'utilisation numérique et parfois, sous certaines réserves, pour en tirer des informations de type probabiliste.

Procédé d'ajustement : soit une série d'observation, et x_i la valeur de la variable aléatoire pour i observation.

Etape 1. Classer la série par ordre croissant

Le classement peut se faire aussi par ordre décroissant (si l'ordre de classement est croissant la fréquence expérimentale est la FND et si le classement est décroissant la fréquence expérimentale sera la FD).

Etape 2. Affecter pour chaque valeur ou observation un numéro de rang (i , allant de 1 à N). Calcul de la fréquence expérimentale $f(x_i)$ à l'aide de la formule de Hazen, pour la plupart des lois normale et quasi-normale.

$$F_i = \frac{i - \frac{1}{2}}{n}$$

Etape 3. Détermination de la variable réduite de la loi de probabilité pour chaque fréquence à l'aide des tables statistiques qui correspond (exp : table de la variable réduite de Gauss).

Etape 4. Tracer sur un papier approprié le nuage de point (x_i , $f(x_i)$) ; papier Gauss pour la loi normale, le papier log-log pour la loi log normale, papier Gumbel pour les lois exponentielles.

Etape 5. Le tracé

: Le tracé peut aussi se faire sur un papier millimétré (l'axe des Y : les observations ; l'axe des X : les variables réduites).

Etape 6. Tracer la droite théorique d'HENRI La droite de Henry c'est un terme utilisé uniquement pour la loi de normale, donc pour être dans le cas générale je propose la forme suivante : Tracer de la courbe théorique.

Etape 07 : Calcul des quantiles pour différentes périodes de retour.

Vérification de l'ajustement à l'aide d'un test d'adéquation.

1.4. Tests d'ajustement

Les tests d'ajustement des données hydrologiques sont des méthodes statistiques utilisées pour évaluer dans quelle mesure un ensemble de données hydrologiques (comme les précipitations, les débits de rivière, les niveaux d'eau, etc.) correspond à une distribution théorique ou à un modèle statistique présumé. Ces tests permettent de déterminer si les données observées suivent une distribution spécifique (par exemple, normale, log-normale, de Gumbel, etc.), ce qui est essentiel pour des analyses hydrologiques telles que l'estimation des crues, la modélisation des ressources en eau, et la prévision des événements hydrologiques extrêmes.

1.4.1. Test de Kolmogorov-Smirnov

Le test de Kolmogorov-Smirnov est un test d'ajustement. La différence avec le test du χ^2 est qu'il est fondé sur les fonctions de répartition plutôt que sur les densités.

L'hypothèse nulle est : H_0 : la loi P a la même fonction de répartition F qu'une loi continue donnée

Voici une description détaillée de la procédure d'exécution du test de Kolmogorov-Smirnov

1. Classer les valeurs observées par ordre croissant ;
2. calculer les nombres $\frac{i}{n}$, c'est-à-dire les valeurs supérieures de la distribution empirique ;
3. Calculer les valeurs absolues des écarts $(F(X_i) - i/n)$ entre F et les valeurs précédentes ;
4. calculer les nombres $(i - 1)/n$, c'est-à-dire les valeurs inférieures de la distribution empirique ;
5. calculer les valeurs absolues des écarts $(F(X_i) - (i - 1)/n)$ entre F et les valeurs précédentes ;
6. la distance de Kolmogorov-Smirnov est le plus grand de tous ces écarts ;

$$D_{KS}(F, \hat{F}) = \max\left(\left|F(x_i) - \frac{i}{n}\right|, \left|F(x_i) - \left(\frac{i-1}{n}\right)\right|\right)$$

n : taille de l'échantillon.

i : valeur du rang

7. on conclut le test en acceptant l'hypothèse H_0 si la distance calculée est inférieure à la valeur critique donnée dans la table $D_{KS}(F, \hat{F}) < D_{KS \text{ critique}}$ et en la rejetant sinon.

1.4.2. Test de χ^2 de Pearson

Parmi tous les tests existants, le test du χ^2 de K. PEARSON est le plus pratique et le plus utilisé bien qu'il ne soit pas très puissant.

Pour mettre en œuvre ce test, on procède de la façon suivante :

- on découpe l'échantillon de n éléments, en K classes ($K > 4$) de façon à ce que chaque classe contienne théoriquement plus de 5 éléments ;

- soit n_i le nombre d'éléments contenus dans la $i^{\text{ème}}$ classe et n'_i (> 5) le nombre théorique qui devrait s'y trouver ; on forme le terme suivant :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^K \frac{(n_i - n'_i)^2}{n_i}$$

Cette variable χ^2 suit une loi de probabilité dite loi du χ^2 , à v degrés de liberté avec :

$$v = K - p - 1$$

K = nombre de classes ;

p = nombre de paramètres estimés d'après l'échantillon.

Les tables données en annexes permettent de connaître la valeur numérique du χ^2 qui a $\alpha\%$ de chance d'être dépassé par le seul fait du hasard, en fonction des valeurs de v .

Si par exemple on ajuste à une loi de Gauss (1 paramètre de tendance centrale, un paramètre de dispersion) un échantillon découpé en 5 classes et que le χ_c^2 calculé est égal à 3,7, est-ce que cette loi peut caractériser la population totale ?

$$\text{Nous avons : } v = 5 - 2 - 1 = 2.$$

Si nous nous fixons un seuil α de 5 %, nous trouvons dans les tables qu'il y a moins de 5 % de chance d'obtenir par hasard un χ^2 supérieur à 5,99. C'est-à-dire que même si la concordance était parfaite, il y aurait 5 % de chance que le χ^2 dépasse 5,99. Il n'y a donc pas lieu de remettre en cause cet ajustement.

1.5. Exercices

Exercice 01

Grace à l'utilisation de tableau des aires limites par la courbe Normale centrée réduite, trouver les surfaces suivantes :

- Surface entre $Z = 0$ et $Z = 0.8$;
- Surface entre $Z = -0.5$ et $Z = 0$;
- Surface entre $Z = -0.4$ et $Z = 2.3$;
- Surface entre $Z = 0.66$ et $Z = 2.02$;
- Surface à gauche de $Z = 0.70$;
- Surface à droite de $Z = 1.05$;
- Surface de $Z > 0$;
- Surface de $Z < 0$.

Exercice 02

La moyenne et l'écart-type d'une série des pluies annuelles distribuée normalement sont respectivement : 623 mm et 155.85 mm.

1. Déterminer les variables réduites des valeurs suivantes : 800, 880, 467.15, 323 ;
2. Quelle est la probabilité des pluies supérieures ou égales à 523 mm ;
3. Quelle est la probabilité des pluies inférieures ou égales à 550 mm ;
4. Quelle est la probabilité des pluies comprises entre 723 et 523 mm ;
5. Quelle est la probabilité des pluies comprises entre 523 et 423mm.

Exercice 03

Soit l'échantillon des pluies annuelles suivant :

Année	Pluie (mm)	Année	Pluie (mm)	Année	Pluie (mm)
1970	627.7	1982	220.7	1994	384.7
1971	541.01	1983	242.2	1995	626.7
1972	844.8	1984	379.4	1996	270.2
1973	257.2	1985	298.4	1997	610.3
1974	121.8	1986	284.9	1998	524.4
1975	436.6	1987	302.8	1999	384.6
1976	618.1	1988	347.2	2000	404.4
1977	492.5	1989	203.4	2001	259.8
1978	272.7	1990	451.75	2002	961.2
1979	468.04	1991	498.2	2003	628.9
1980	212.6	1992	433.5		
1981	320.8	1993	333.5		

- a- Déterminer les caractéristiques empiriques de l'échantillon : moyenne, variance, écart type et coefficient de variation.
- b- Construire l'histogramme et la courbe des fréquences cumulées.
- c- Ajuster une loi normale à l'échantillon.
- d- Vérifiez, grâce au test de khi-deux, l'adéquation d'une loi normale.
- e- Préciser les intervalles de confiance à 95% des paramètres empiriques (moyenne et écart type).
- f- Estimer le module décennal (10 ans).
- g- Estimer l'intervalle de confiance à 95% de ce quantile.

Chapitre 2. Etude statistique et probabiliste des précipitations

2.1. Définition

Les précipitations regroupent toutes les eaux météorologiques recueillies par un bassin versant ou une zone déterminée. Elles se présentent sous forme liquide (pluie, brouillard, rosé,...) ou solide (neige, grêle, grésil, givre...)

La hauteur de précipitation est la hauteur de la lame d'eau qui s'accumulerait sur une surface horizontale si toutes les précipitations y étaient immobilisées sous forme liquide. Elle s'exprime en mm.

2.2. Présentation et analyse des données pluviométriques relatives à une station (pluies ponctuelles)

À chaque station pluviométrique, l'observateur consigne quotidiennement ses relevés, comprenant la hauteur des précipitations (deux fois par jour), ainsi que divers renseignements qualitatifs tels que la survenue d'orages, l'état du pluviomètre, la durée de la pluie, l'heure de début et de fin, etc. Après une certaine période, une longue série de résultats bruts peu maniables est obtenue. Il est alors nécessaire de sélectionner, résumer et traiter ces données afin de trouver quelques éléments synthétiques, en nombre aussi réduit que possible mais suffisants pour caractériser la station du point de vue qui nous intéresse.

Le processus commence par le fichage, qui se déroule en deux étapes :

Dans un premier temps, les relevés journaliers sont reportés sur une fiche dite journalière. Ces fiches sont établies annuellement pour chaque station et contiennent tous les relevés de pluie, jour par jour, pour une année donnée. Elles comprennent également un pré-classement des pluies journalières, les totaux mensuels et annuels, le nombre de jours de pluie par mois et dans l'année, le maximum journalier dans l'année, ainsi que des indications sur la température. Dans un deuxième stade : les totaux mensuels et annuels sont reportés année par année sur des fiches cartonnées à raison d'une fiche par station et que l'on appelle fiche mensuelle (l'unité de base est la pluie mensuelle).

Les données pluviométriques ainsi réduites sont reportées sur ce que l'on appelle des graphiques des hauteurs de précipitations.

2.3. L'analyse statistique des précipitations

L'analyse statistique des données pluviométriques (ou hydrométriques) vise à définir les régimes à travers certaines valeurs caractéristiques et représentatives.

Les valeurs caractéristiques sont deux sortes :

- Valeurs centrales

- Valeurs extrêmes

Les valeurs centrales caractérisent l'abondance des régimes et leurs irrégularités (moyenne, médiane).

Les valeurs extrêmes représentent les valeurs que peuvent prendre les précipitations pour une certaine probabilité choisie à l'avance.

Les problèmes qui se posent devant l'hydrologue sont généralement :

- 1- Calculer une valeur centrale caractéristique d'une série d'observations et déterminer la précision avec laquelle est estimée cette valeur.
- 2- Pouvoir calculer la valeur que prendraient les précipitations (journalières, mensuelles, annuelles) pour une probabilité donnée et avec quelle précision est estimé cette valeur.

Pour le traitement statistique des précipitations, on admet que débarrassée de ses variations périodiques, la pluie se présente comme une variable aléatoire régie par simple hasard. Ou si une averse à une valeur déterminée, celle qui la suit peut prendre toutes les valeurs compatibles avec la saison et le climat, en totale indépendance avec celle qui la précède et celle qui la suit. Il en va de même pour les pluies mensuelles et annuelles qui sont des sommes de variables aléatoires, donc elles-mêmes des variables aléatoires.

Avant d'aborder l'analyse de l'échantillon, quelques notions élémentaires de statistiques doivent être rappelées.

2.3.1. Fréquence expérimentale

En statistique, on appelle une épreuve l'ensemble de toutes les observations pluviométriques pendant une année. De chaque épreuve on tire différents résultats (par exemple le module pluviométrique annuel). L'ensemble de toutes les réalisations des résultats forme une population (P).

La population est une suite indéfinie hypothétique dont on ne connaît jamais qu'une infime partie : l'échantillon (E) qui a été observé pendant une période déterminée de N années.

On dit, en statistique, qu'un évènement est favorable (r) lorsqu'il répond à l'attente que l'on s'était fixée avant l'épreuve.

En procédant à une analyse statistique des modules pluviométriques, on peut, par exemple, considérer comme élément favorable (r) tous les modules supérieurs à 1000 mm. Si l'on dispose d'un échantillon de N modules, il peut contenir n évènements favorables. Si sur un échantillon de 30 modules, 6 sont supérieurs à 1000 mm, on appelle fréquence expérimentale de l'évènement favorable dans l'échantillon le rapport :

$$F = n/N \text{ (dans notre cas } 6/30 = 0.20)$$

On appelle probabilité de l'évènement (r), dans la population N :

Prob .r/N= lim n/N quand N vers ∞

Dans la pratique on calcule :

- a- Soit la fréquence au non-dépassement que l'on note F(x) et qui correspond pour la population indéfinie à la probabilité de non-dépassement.
- b- Soit x une variable aléatoire continue, susceptible de prendre une valeur quelconque sur la droite réelle $-\infty$ à $+\infty$ (ou sur un segment de droite).

Soit x une de ces valeurs. La probabilité que X soit inférieure ou égale à x est :

$$F_{(x)} = \text{prob} [X < x] = \int_{-\infty}^x f(x)dx$$

Avec f(x)= densité de probabilité

X= variable aléatoire

X= une des valeurs de la variable aléatoire X

La fonction $F_{(x)} = \int_{-\infty}^x f(x)dx$ est également désignée sous le nom de fonction de répartition.

En statistique toute fonction monotone croissante de 0 à 1 pour les limites assignées à la variable (ou monotone décroissante de 1 à 0) peut être considéré comme représentant une fonction de répartition. Si la dérivée existe en chaque point, la fonction dérivée est appelée densité de probabilité.

Dans un échantillon de N valeurs on calcule la fréquence expérimentale de non- dépassement pour chacune des valeurs et on trace la courbe expérimentale de distribution des fréquences en procédant comme suit :

- 1- On classe les valeurs de l'échantillon par ordre croissant en attribuant à chaque valeur un numéro de classement compté à partir de 1.
- 2- On calcule la fréquence expérimentale de non-dépassement pour chacune des valeurs suivant la formule empirique :

$$F(x) = \frac{n - 0.5}{N}$$

F(x) : fréquence au non-dépassement

N : nombre de valeurs dans l'échantillon

n : numéro de classement de la valeur.

- 3- On trace la courbe des fréquences expérimentales au non- dépassement en reportant sur un graphique les valeurs de l'échantillon en abscisse et on ordonnée les fréquences

calculées. La courbe expérimentale de répartition des fréquences n'a pas d'expression analytique.

La fréquence au -dépassement $F_i(x)$ qui correspond à la probabilité de dépassement :

$$F_i(x) = \text{prob} [X > x] = \int_{-\infty}^x F(x) dx$$

Pour calculer la fréquence expérimentale au-dépassement et tracer la courbe de distribution des fréquences, on procède comme il a été décrit ci-dessus, mais en classant les différentes valeurs de l'échantillon par ordre décroissant.

2.3.2. Caractéristiques empiriques de l'échantillon

1. Valeurs centrale de l'échantillon. (Module pluviométrique moyen annuel). C'est une valeur type qui représente en première approximation l'ordre de grandeur de l'ensemble des observations. Elle permet la plus sommaire des comparaisons entre deux séries.

Pour représenter une série (échantillon) des hauteurs des précipitations annuelles sur une longue période, on choisit le plus souvent le module pluviométrique annuel moyen \bar{P} . il est défini comme la moyenne arithmétique des hauteurs des précipitations annuelles sur une série d'années aussi longue que possible :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{N}$$

Module pluviométrique annuel moyen :

$$\bar{P} = \frac{\sum P_i}{N}$$

P_i : hauteur de pluie annuelle

N : nombre d'années d'observations (nombre de valeurs dans l'échantillon).

2. dispersion ou fluctuation des diverses observations autour de la valeur centrale. Souvent la connaissance de la valeur centrale ou la moyenne n'est pas suffisante. Surtout lorsque l'on veut comparer deux séries. Il se peut que pour des moyennes voisines nous ayons une répartition très différente des valeurs dans les deux séries. Ces valeurs peuvent être concentrées autour de la moyenne ou bien pour une même moyenne très étalées des deux côtés de celle-ci. Pour caractériser la dispersion des valeurs on peut déterminer :

- la variance σ^2 définie par sa formule. C'est la moyenne arithmétique des carrés des écarts de la valeur de la variable x_i , par rapport à la moyenne arithmétique de la série.

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N-1} = \frac{1}{N-1} [\sum x_i^2 - N\bar{x}^2]$$

- L'écart type (σ). C'est la racine carrée de la variance.
- Le coefficient de variation (Cv)

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

- L'intervalle de variance (w) (range). Différence entre la valeur la plus élevée de la série et la plus faible :

$$w = x_{max} - x_{min}$$

- L'écart absolu moyen :

$$e_a = \frac{1}{N} \sum |x_i - \bar{x}|$$

Il faut tenir compte que les valeurs centrales et la dispersion déterminées sur des échantillons de tailles généralement réduites ne donnent qu'une image déformée de la population.

Les caractéristiques empiriques de l'échantillon convergent vers celles de la population quand l'échantillon grandit. On appelle cette déformation les erreurs d'échantillonnage.

La moyenne, ainsi que la variance que l'on détermine sur un échantillon ont donc un caractère provisoire, et suivant la longueur de l'échantillon auront un caractère plus ou moins précis.

Prenons par exemple les valeurs des précipitations annuelles de la station de Sidi-Aïssa. Nous possédons des données plus ou moins complètes concernant la période 1906-1977. A partir de ces échantillons on calcule le module pluviométrique moyen annuel qui est de 292 mm/an.

Supposons maintenant que l'on ait connu que dès la fraction e cet échantillon : les moyennes pour les différentes périodes sont :

période	\bar{P}	σ
1906-1915	252.2	75.1
1916-1925	314.7	57.3
1926-1940	329.2	66.7
1941-1950	210.8	54.2
1951-1959	341.9	107.4
1969-1975	318.3	119.0
1906-1975	292.0	90

On voit que les différentes moyennes empiriques calculées sur des échantillons de durées différentes oscillent autour de la moyenne empirique observée sur 61 ans (il manque quelques valeurs), qui elle-même n'est qu'une approximation de la vraie moyenne.

2.3.3. Valeurs extrêmes

Une fois l'échantillon classé, les valeurs centrales et la dispersion calculées (\bar{x} et σ), les fréquences expérimentales déterminées et que la courbe de répartition des fréquences expérimentales est tracées, il faut pouvoir calculer les valeurs extrêmes. Ou soit, calculer la valeur que pourrait avoir une pluie (journalière, mensuelle, annuelle) pour une probabilité donnée.

Pour ceci il faut choisir une loi de probabilité susceptible de s'ajuster de manière adéquate à l'échantillon. En fait cette pratique statistique consiste à ajuster une loi théorique de répartition des fréquences (probabilité) connue expérimentale des fréquences de l'échantillon.

La loi théorique doit représenter la courbe expérimentale le plus fidèlement possible. Dans la pratique hydrologique on choisit à priori une loi théorique (GAUSS, GALTON, GUMBEL, FRECHET) et l'ajustement consiste à déterminer au mieux les coefficients qui figurent dans celles-ci. Si quelles que soient les valeurs données à ces coefficients, la loi théorique initialement choisie s'écarte de la courbe expérimentale, on essaye une autre loi et on retient celle qui s'adapte le mieux.

Et c'est à partir de la loi théorique ajustée que l'on pourra estimer la valeur d'un événement quelconque pour une probabilité donnée. L'évènement (précipitation) de probabilité p est donné par l'équation de la fonction de répartition de la loi considérée.

En général en hydrologie, on possède des séries d'observations qui dépassent rarement quelques dizaines d'années. A partir de ces échantillons on essaye de tirer des conclusions centenaires ou millénaires. En règle générale, la prudence exige que l'on ne cherche pas la valeur d'un événement dont la probabilité d'apparition corresponde à une période de retour supérieure au triple de la longueur de l'échantillon. (La période de retour (T), ou récurrence, est l'inverse de la probabilité P) :

$$T = \frac{1}{P}$$

T : période de retour

P : fréquence de dépassement

2.4. Étude des précipitations annuelles : loi de Gauss

Pour l'étude des précipitations annuelles en régimes océaniques et méditerranéens, c'est la loi de Gauss qui s'ajuste mieux à la courbe expérimentale des fréquences tracées à partir des observations.

La loi de Gauss ou loi normale admet pour fonction de répartition :

$$F_x = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^u e^{-\frac{1}{2}u^2} du$$

$$u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

\bar{x} : moyenne de la variable aléatoire

σ : Écart type

U : désigne l'écart de la valeur x à la moyenne mesurée en écart type. On l'appelle variable normale réduite.

Les valeurs de F(x) sont fournies par des tables de l'intégrale de Gauss en fonction de l'écart réduit.

Supposons que la loi de Gauss s'ajuste bien à un échantillon de modules pluviométriques.

Pour chaque valeur x_i de l'échantillon, nous pouvons calculer sa variable réduite u_i . La table de l'intégrale de Gauss nous donne la probabilité de non dépassement de u_i et par conséquent la probabilité de non dépassement de la valeur x_i .

La loi de Gauss offre une répartition symétrique de part et d'autre de la moyenne, qui est en même temps la médiane et le mode.

L'équation de la variable réduite $u = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$, sous forme de :

$$x = \bar{x} + u\sigma$$

Est celle de la droite d'Henri qui représente la courbe de Gauss sur papier à probabilité normale en abscisse.

A partir de la droite de Henri on peut facilement calculer la valeur que prendrait la variable analysée (dans le cas le module annuel) pour une probabilité voulue.

Par exemple pour une probabilité au dépassement $F_{i(x)}=0.10$ (période de retour $1/0.1 = 10$ ans) on trouve sur la table de Gauss :

Pour $u= 1.28$ $F_{i(x)}=0.100$

Le module décennal sera donc :

$$x_{0.10} = \bar{x} + 1.28 \sigma$$

2.5. Etude des précipitations mensuelles

2.5.1. Précipitations moyennes mensuelles

On appelle précipitation mensuelle la somme des pluies tombées à une station en l'espace d'un mois.

Pour caractériser les pluies mensuelles, on détermine, séparément, mois par mois, à partir d'observations de plusieurs années, les caractéristiques suivantes :

- Moyenne mensuelle des précipitations
- Ecart type de la série
- Coefficient de variation
- Maxima et minima mensuels observés.

Pour bien mettre en évidence la répartition des pluies, indépendamment de leur valeur absolue, on calcule le coefficient pluviométrique mensuel de chaque mois. C'est le rapport en % d'une pluie mensuelle à la valeur d'une précipitation moyenne fictive, égale à 1/12 du module pluviométrique moyen annuel.

Pour obtenir une description plus complète, on présente les valeurs sus estimées sous forme de tableau 2.1 :

Tableau 2.1. Précipitations moyennes mensuelles à Sidi Aissa. Période (1906-1961)

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
Précipitations moyennes mensuelle (mm)	27.4	22.2	28.2	24.1	35.4	20.7	7.5	7.9	30.1	30	27.8	32.4
Ecart type (mm)	20.6	17.0	24.7	20.0	29.0	21.7	11.0	10.8	30	25.5	21.6	25.5
Coefficient de variation	0.75	0.77	0.87	0.83	0.82	1.05	1.57	1.36	1	0.85	0.78	0.79
Précipitation maximum (mm)	66.7	73.9	116.4	81.5	129	96	53.4	58	151.3	97.1	86.3	109.7
Précipitations minimum (mm)	0	0	0.7	0	0	0	0	0	0	1.0	0	1
Coefficient pluviométrique mensuel	1.12	0.91	1.16	0.98	1.45	0.85	0.31	1.23	1.23	1.23	1.14	1.33

2.5.2. Valeurs extrêmes

Après avoir déterminé les valeurs moyennes des précipitations mensuelles, on tentera d'adapter une loi théorique de distribution des fréquences à la courbe expérimentale des fréquences. Ceci dans le but de déterminer la valeur qui prendrait une pluie mensuelle pour une probabilité donnée.

En règle générale, pour un climat méditerranéen, les précipitations mensuelles ne suivent pas une loi normale, mais une loi dissymétrique.

Le plus souvent on essaie d'ajuster une loi log normale ou loi de Galton (parfois la loi de Gumel peut être ajustée).

La loi de Galton résulte de la loi normale, mais rendue dissymétrique par un changement de variable.

On prend comme variable gaussienne, non pas la variable étudiée x mais son logarithme népérien ou une fonction linéaire de ce logarithme.

On présente généralement la loi log-normale sous forme :

$$F_{1(x)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_u^{\infty} e^{-\frac{1u^2}{2}} du$$

Avec :

$$u = \frac{\ln x - \overline{\ln x}}{\sigma_{\ln x}}$$

L'équation de la variable réduite

$$u = \frac{\ln x - \overline{\ln x}}{\sigma_{\ln x}}, \text{ présentée sous la forme :}$$

$$\ln x = \overline{\ln x} + u \sigma_{\ln x}$$

Est l'équation d'une droite tracée sur papier à probabilité log-normale (papier Galton) qui est un système de coordonnées dont l'abscisse est en échelle gaussienne et l'ordonnée est en échelle logarithmique.

Pour tracer cette droite, il faut au préalable calculer les logarithmes népériens des précipitations mensuelles.

On constitue, pour un mois donné, un échantillon des logarithmes des valeurs classées des précipitations. On calcule ensuite les caractéristiques empiriques de cet échantillon :

- La moyenne $\overline{\ln x}$
- Ecart type $\sigma_{\ln x}$

On trace la droite $\ln x = \overline{\ln x} + u \sigma_{\ln x}$. u en reportant 3 points particuliers, comme dans le cas de la droite de Henri.

Pour estimer une valeur extrême d'une précipitation mensuelle de probabilité donnée (xp), il faut au préalable estimer le logarithme de cette valeur, en utilisant la formule :

$$\ln xp = \overline{\ln x} + u_p \sigma_{\ln x}$$

En prenant dans la table de Gauss la valeur u_p correspondant à la probabilité voulue P.

La valeur de la précipitation extrême sera obtenue par extraction de son logarithme :

$$x p = e^{\overline{\ln x} + u_p \sigma_{\ln x}}$$

2.6. Etude des précipitations journalières

L'étude des précipitations journalières peut être réalisée sous deux aspects :

- En étudiant la répartition de toutes les pluies journalières,
- En étudiant la répartition des pluies extrêmes de 24 heures.

2.6.1. Répartition des pluies journalières

On s'intéresse à l'ensemble de toutes les précipitations. L'échantillon se présente sous forme de 365 N valeurs de pluies journalières. N est le nombre d'années pour lesquelles nous possédons des valeurs de pluies journalières.

On procède généralement par classes de hauteurs d'eau de 5 ou 10 mm, pour les valeurs de précipitations inférieurs à 100 mm puis tous les 25 mm et tous les 50 mm, de façon que les classes les plus élevées contiennent un nombre suffisant de valeurs.

Une fois le classement réalisé, on note que la classe la plus basse est constituée par les pluies nulles (jours sans pluies). La fonction de répartition se présente donc au départ comme une droite horizontale d'ordonnée nulle.

2.6.2. Répartition des pluies extrêmes de 24 heures. Loi de GUMBEL

Pour l'étude des pluies extrêmes, on ne s'intéresse qu'aux plus fortes valeurs des précipitations. On constitue un échantillon de N valeurs, chacune d'elles représentant la précipitation journalière la plus forte d'une des N années. On étudie ensuite la distribution statistique de cet échantillon. On parvient généralement à lui ajuster la loi de GUMBEL ou la loi de GALTON.

Loi de GUMBEL

La fonction de répartition de la loi de GUMBEL est :

$$F(x) = e^{-e^{-\alpha(x-x_0)}}$$

Avec F(x) : fréquence de non-dépassement de la valeur x

α , x_0 : coefficients d'ajustement.

Par un changement de variable :

$$y = \alpha(x - x_0)$$

La loi de GUMBEL s'écrit :

$$F(x) = F(y) = e^{-e^{-y}}$$

Où y est la variable réduite de GUMBEL, liée à la probabilité attachée à la valeur x.

F(y)= fréquence de non-dépassement de la variable réduite y

L'équation :

$$y = \alpha(x - x_0) \text{ Présentée sous la forme :}$$

$$x = \frac{1}{\alpha} y + x_0$$

Est l'équation d'une droite qui représente la loi de GUMBEL sur du papier diagramme à l'échelle de probabilité GUMBEL.

Le papier à probabilité GUMBEL porte en graduation d'abscisse une échelle de fréquence au non dépassement et une échelle arithmétique de la variable réduite. A chaque valeur de y de la

seconde échelle correspond sur la première échelle la valeur de la fréquence au non-dépassement calculée selon la formule :

$$F(x) = e^{-e^{-y}}$$

L'ordonnée représente une échelle arithmétique de la variable étudiée (x).

La représentation graphique de l'échantillon des valeurs extrêmes sur papier GUMBEL obtenue en portant en ordonnée les valeurs de x et en abscisse les fréquences expérimentales

$$F(x) = \frac{n - 0.5}{N}$$

, permet au premier abord de voir si la loi de GUMBEL est ajustable.

Dans le cas d'un ajustement satisfaisant, on peut calculer les paramètres de la droite de régression (droite de GUMBEL)

$$x = \frac{1}{\alpha} y + x_0$$

En utilisant la méthode des moindres carrés, dans ce cas :

$$\frac{1}{\alpha} = r \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \quad \text{ou :} \quad \frac{1}{\alpha} = \frac{\sum_1^N x_i y_i - N \bar{x} \bar{y}}{\sum_1^N y_i^2 - N \bar{y}^2}$$

$$x_0 = \bar{x} - \frac{1}{\alpha} \bar{y}$$

Avec : y_i : variable réduite de GUMBEL

x_i : variable étudiée.

Les valeurs de y_i correspondant à chacune des fréquences expérimentale $F(x)$ peuvent être lues directement sur le graphique (sur l'échelle des variables réduites de GUMBEL) ou en utilisant deux fois à l'envers la table de la fonction exponentielle e^{-y} . Dans ce cas $y = -[\ln(-\ln F(x))]$. On constitue ainsi une série de N valeurs de y, N étant le nombre de valeurs extrêmes étudiées.

r : coefficient de corrélation linéaire entre la série des x et des y

σ_x : écart type de la série de la variable étudiée x

σ_y : écart type de la série des N variables réduites y

Une fois les paramètres de la droite de GUMBEL déterminés, on trace la droite en calculant trois valeurs de x à partir de trois valeurs de y suivant l'équation :

$$x = \frac{1}{\alpha} y + x_0$$

On trace la droite de GUMBEL en joignant ces trois points.

L'estimation de la valeur que prendrait la variable étudiée pour une probabilité donnée (un quantile) peut se faire soit par la lecture directe du graphe, soit en la calculant suivant la formule précédente.

Dans ce dernier cas on détermine la valeur de y correspondant à la probabilité voulue comme il a été indiqué en utilisant deux fois à l'envers la table de e^{-y} car $F(x) = e^{-e^{-y}}$.

On peut savoir quelques valeurs de y pour des $F(x)$, telle que :

Tableau 2.2. Quelques valeurs de la variable réduite de GUMBEL pour les fréquences les plus utilisées.

Fréquence au dépassement $F1(x)$	Fréquence au non-dépassement $F(x)$	Variable réduite de Gumbel Y	Récurrence (période de retour) ans
0.1	0.9	2.25	10
0.05	0.95	2.97	20
0.02	0.98	3.90	50
0.01	0.99	4.55	100
0.001	0.999	6.90	1000

Souvent dans la pratique hydrologique, on obtient plus rapidement des valeurs approchées de $1/\alpha$ et x_0 en les calculant suivant les deux relations suivantes :

$$1/\alpha = 0.780 \sigma \quad \sigma : \text{écart type de la série des } x$$

$$x_0 = \bar{x} - \frac{0.577}{\alpha} \quad \bar{x} : \text{moyenne des } x.$$

2.6.3. Mesure de la corrélation. Coefficient de corrélation linéaire

L'existence d'une corrélation linéaire entre deux variables ayant été décelée graphiquement, on se doit de mesurer l'intensité de cette corrélation. La mesure de la corrélation peut se faire grâce au coefficient de corrélation linéaire :

$$r = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2} * \sqrt{\sum(y - \bar{y})^2}}$$

Le coefficient de corrélation linéaire varie de -1 à +1

Si :

$r=-1$: La corrélation entre les deux variables est négative et parfaite (relation fonctionnelle entre y et x)

$r=1$: la corrélation entre les deux variables est positive et parfaite (relation fonctionnelle entre y et x)

$r=0$: les deux variables sont indépendantes.

$0 < |r| < 1$: Plus la valeur de r est proche de 1, plus l'hypothèse d'une corrélation entre y et x est envisageable.

2.7. Homogénéisation des données pluviométrique

L'étude climatique ou l'hydrologique d'un bassin ou d'une région est basé sur l'exploitation des données d'observations recueillies sur des périodes plus ou moins longues, continues ou non.

Les méthodes statistiques d'analyse de ces séries exigent de celles-ci une homogénéité de leurs composants. Or bien souvent dans la pratique, on est amené à travailler dans des conditions qui interdisent l'utilisation directe des données brutes : soit que les données sont défectueuses ou bien la période d'observation d'une station est trop courte pour que les données puissent être traitées statistiquement.

L'homogénéisation se veut de combler ces lacunes ou l'insuffisance d'observations de certaines stations en tenant compte des observations sans lacune et de longue durée effectuées en d'autres stations.

La méthode pratique d'homogénéisation est la régression linéaire entre variables (module pluviométrique annuel des précipitations) représentatives de postes pris deux par deux.

En effet si deux stations considérées sont situées dans la même région climatique, à une distance relativement faible à l'échelle d'un continent, il existe généralement une liaison significative entre les totaux annuels pluviométriques. Dans ces conditions la régression entre deux séries a de fortes chances d'être linéaire. En plus on peut tester le degré de liaison de cette régression (coefficient de corrélation linéaire).

La première chose à faire lorsque l'on procède à l'homogénéisation des données d'une région est de dresser un inventaire de toutes les données existantes. A partir de cet inventaire on choisira les stations de base, c'est-à-dire celles à partir desquelles on va combler les lacunes d'observation des autres stations.

Les critères de choix pour les stations de base sont par ordre d'importance :

- 1- L'intensité de la liaison des séries, combinée à la grandeur des échantillons (valeur du coefficient de corrélation).
- 2- La distance des postes deux à deux. (on a intérêt à corrélérer des stations voisines). En cas d'égalité on s'intéressera à leur différence d'altitude ou de station géographique.

2.7.1. Détection et correction des erreurs systématiques

Avant d'essayer de corrélérer les stations entre elles, on doit s'assurer, dans la mesure du possible, que les données existantes ne sont pas erronées. On arrive à détecter, puis éliminer les erreurs systématiques d'observations qui sont généralement dues à :

- Déplacement du pluviomètre pendant la période d'observation. Ce n'est pas forcément l'éloignement des deux sites successifs qui est responsable de l'hétérogénéité d'une série de données. C'est plutôt l'ensemble des caractéristiques de ces sites qui diffère : altitude, orientation du relief, végétation, degré d'urbanisation, etc...
- Changement d'environnement du pluviomètre pendant la période d'observation : croissance d'un arbre qui devient progressivement un obstacle, urbanisation de zone autour du pluviomètre, etc...
- Substitution pendant la période d'observation de l'éprouvette de lecture du pluviomètre par une autre inadéquate. Les éprouvettes sont graduées directement en dixième de millimètre de pluie et ne sont valable que pour un type d'entonnoirs à diamètre bien déterminé. Or ce diamètre n'est indiqué ni sur les pluviomètres ni sur les éprouvettes. La substitution par exemple d'une éprouvette pour pluviomètre de 400 cm² de surface réceptrice à une éprouvette pour pluviomètre de 314 cm² (celui de poste) a pour conséquence de donner des hauteurs de pluies 1,27 fois trop faible.

Pour détecter ces erreurs systématiques, lorsque le réseau est relativement dense, on utilise la méthode dite des doubles masses :

Si l'on considère un échantillon chronologique, on appelle courbe des valeurs cumulées, ou courbe de masse, la courbe obtenue en portant sur un système de coordonnées, le temps en abscisse, et en ordonnée la somme des valeurs de l'échantillon rencontrées depuis un temps pris comme origine.

On délimitera une période d'observation commune aux deux stations et aussi longue que possible pendant laquelle les observations sont continuées.

On trace pour la période commune les courbes de masse des deux stations.

Si l'on reporte sur un graphique les ordonnées de l'une en fonction des ordonnées de l'autre, correspondant aux mêmes abscisses sur l'échelle de temps, on obtient la courbe de double masse.

Comme nous l'avons précisé, la normalité des précipitations annuelles implique une corrélation linéaire entre les deux échantillons. Il en est de même pour les précipitations annuelles cumulées.

Si les observations ont été correctes aux deux stations, la courbe de double masse doit être une droite, avec évidemment une certaine dispersion des points expérimentaux.

Si au contraire la courbe de double masse est composée de deux ou trois segments de droite de pente m_1 , m_2 , m_3 , c'est que l'une au moins des stations comporte une erreur systématique. On peut dire, à la simple vue de la courbe, à quelle date s'est produite l'anomalie éventuelle. Mais on ne sait pas à laquelle des deux stations s'est produite l'erreur. En travaillant sur plusieurs couples de stations, on arrive à isoler la station fautive. Il convient alors d'enquêter sur l'état actuel de la station, et sur ce qui a pu se produire à la date de la coupure.

Après avoir déterminé la cause de l'erreur systématique, on procède à une correction de la série erronée ; on multiplie toutes les valeurs des précipitations annuelles par le rapport des pentes m_1/m_2 ceci à partir de la date de la coupure (ou par le rapport m_2/m_1 si l'on constate que les données étaient défectueuses avant la coupure et qu'elles sont fiables pour la période actuelle.

Exemple

On commence donc par établir le tableau suivant :

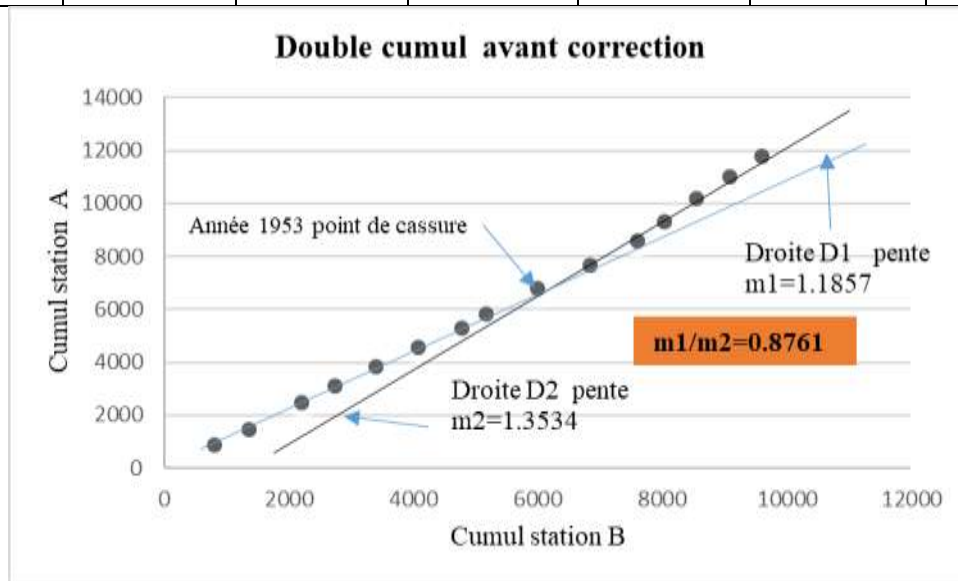
Tableau 2.3. Méthode du double cumul : relevé des stations A et B

Année	Station A	Station B	Année	Station A	Station B
1960	869	800	1952	953	820
1959	596	549	1951	882	841
1958	994	858	1950	945	732
1957	643	540	1949	694	459
1956	736	657	1948	875	522
1955	734	677	1947	849	540
1954	699	702	1946	791	511
1953	546	393			

Dans les trois premières colonnes du tableau on porte respectivement les années et les précipitations mesurées aux stations A et B. Dans les quatrième et cinquième colonnes on calcule les cumuls respectifs des pluies aux stations A et B. Ensuite on porte ces valeurs sur du papier millimétré, avec les valeurs de B en abscisses et les valeurs de A en ordonnées.

Tableau 2.4. Méthode du double cumul

Année	Station A	Station B	Cumul B	Cumul A	A corrigée	A corr. cum
1960	869	800	800	869	869	869
1959	596	549	1349	1465	596	1465
1958	994	858	2207	2459	994	2459
1957	643	540	2747	3102	643	3102
1956	736	657	3404	3838	736	3838
1955	734	677	4081	4572	734	4572
1954	699	702	4783	5271	699	5271
1953	546	393	5176	5817	478.4	5749.4
1952	953	820	5996	6770	834.9	6584.3
1951	882	841	6837	7652	772.7	7357
1950	945	732	7596	8597	827.9	8184.9
1949	694	459	8028	9291	608	8792.9
1948	875	522	8550	10166	766.6	9559.5
1947	849	540	9090	11015	743.8	10303.3
1946	791	511	9601	11806	693	10996.3

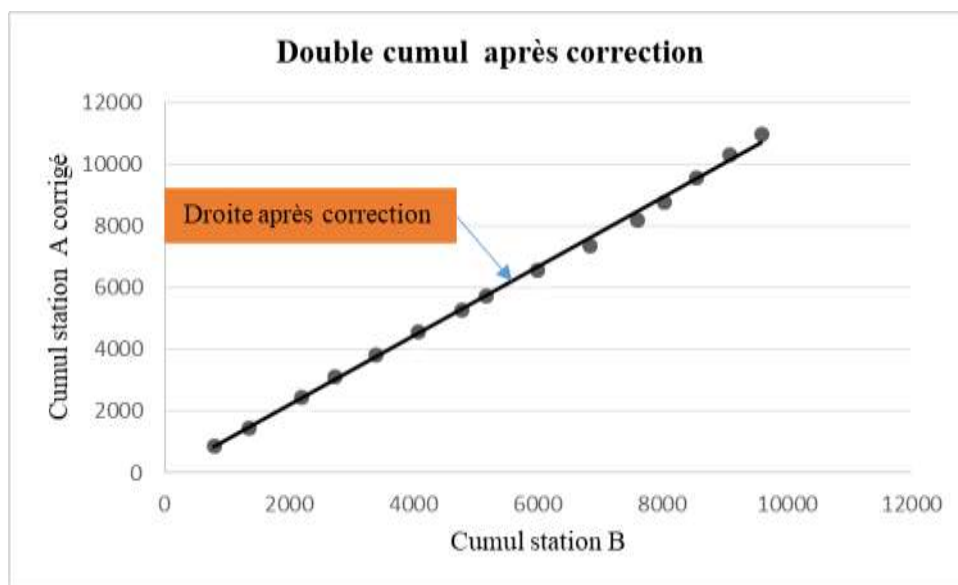


On voit sur le graphique que les points s'alignent sur deux segments de droite différents, c'est-à-dire qu'il y a une cassure sur la droite au cours de l'année 1953. On suppose que le déplacement (ou autre cause d'erreur) s'est produit en 1953. Les données mesurées après 1953 sont jugées bonnes et on ne doit corriger que les données précédentes (1946, 1947, 1948, 1949, 1950, 1951, 1952 et 1953).

La décision de corriger ou non les données de l'année 1953 est prise après une connaissance détaillée des circonstances de l'accident au cours de cette année.

On calcule les pentes m_1 du segment de droite qui contient les données de 1960 à 1953, et m_2 du segment de droite qui contient les données de 1952 à 1946. On calcule le rapport des pentes m_1/m_2 avec lequel on va multiplier les données des années 1953 à 1946 pour les corriger. On porte ces valeurs sur la dernière colonne du tableau.

Une fois ces données corrigées, on refait l'opération. L'on voit que les points s'alignent sur une droite sans cassure ; notre série a donc été rendue homogène. Si l'on constate une autre cassure, on recommence l'opération.



Plusieurs tests statistiques sont utilisés pour s'assurer de l'homogénéité d'une série statistique. Nous étudieront ici le test de Wilcoxon.

2.7.2. Test de Wilcoxon

C'est un test non-paramétrique qui utilise la série des rangs des observations, au lieu de la série de leurs valeurs. Le test de Wilcoxon se base sur le principe suivant : si l'échantillon X est issu d'une même population Y, l'échantillon XUY (union de X et de Y) en est également issu.

On procède ainsi :

Soit une série d'observations de longueur N à partir de laquelle on tire deux échantillons X et Y : N_1 et N_2 sont respectivement les tailles de ces échantillons, avec $N = N_1 + N_2$ et $N_1 \leq N_2$.

On classe ensuite les valeurs de notre série par ordre croissant. Par la suite, nous ne nous intéresserons qu'au rang de chacun des éléments des deux échantillons dans cette série. Si une valeur répète plusieurs fois, on lui associe le rang moyen correspondant.

On calcule ensuite la somme W_x des rangs des éléments du premier échantillon dans la série commune : $W_x = \sum \text{rangs } x$

Wilcoxon a montré que, dans le cas où les deux échantillons X et Y constituent une série homogène, la quantité W_x est comprise entre deux bornes W_{max} et W_{min} , données par les formules suivantes :

$$W_{min} = \frac{(N_1 + N_2 + 1)N_1 - 1}{2} - z_{1-\alpha/2} \sqrt{\frac{N_1 N_2 (N_1 + N_2 + 1)}{12}}$$

$$W_{max} = (N_1 + N_2 + 1)N_1 - W_{min} :$$

$z_{1-\alpha/2}$:

représente la valeur de la variable centrée réduite de la loi normale correspondant $\frac{\alpha}{2}$ (au seuil de confiance de 95%, nous avons $1 - \frac{\alpha}{2} = 1.96$

2.8. Analyse des averses

On désigne généralement par averse un ensemble de pluies associées à une même perturbation météorologique bien définie. Ainsi une averse pourra durer quelques minutes ou, au contraire, se prolonger sur plusieurs heures ; elle pourra intéresser quelques km^2 ou quelques milliers de km^2 et devenir une pluie cyclonique qui provoquant les crues des grands fleuves.

Pour dimensionner certains ouvrages hydrauliques comme les réseaux d'assainissement (égouts), les drains agricoles, les caniveaux d'évacuation des eaux pluviales, il est nécessaire de connaître la précipitation la plus intense pouvant survenir au cours d'une durée indéfinie.

On définit une averse comme un épisode pluvieux continu, dont la durée peut varier de quelques minutes à une centaine d'heures et intéresser une superficie allant de quelques kilomètres carrés (orages) à quelques milliers (pluies cycloniques). Elle est caractérisée à la fois par sa hauteur et sa durée, i.e. son intensité. L'intensité des précipitations varie à chaque instant au cours d'une même averse suivant les caractéristiques météorologiques de celle-ci. Plusieurs pointes d'intensité peuvent avoir lieu au cours d'une même averse.

L'intensité moyenne I_m d'une averse s'exprime par le rapport entre la hauteur de pluie totale observée durant la durée t de l'averse :

I_m : intensité moyenne de la pluie [mm/h, mm/min] ou intensité spécifique en prenant en compte la surface [l/s.ha],

$$I_m = h/t$$

h : hauteur de pluie de l'averse [mm],

t : durée de l'averse [h ou min].

On peut aussi s'intéresser aux intensités observées sur des intervalles de temps au cours desquels on aura enregistré la plus grande hauteur de pluie. On parle alors d'intensité maximale.

A partir des enregistrements d'un pluviographe, deux types de représentation graphique permettent d'analyser les averses d'une station :

La courbe des hauteurs de pluie cumulées représente en ordonnée, pour chaque instant t , l'intégrale de la hauteur de pluie tombée depuis le début de l'averse.

2.8.1. L'intensité

a) l'intensité moyenne (I_m)

C'est la quantité de pluie (Δh) tombée durant l'unité de temps (Δt) : $I = \Delta h / \Delta t$: si entre 13h et 13h 6 min il est tombé 12mm ; l'intensité moyenne sera $12/6 = 2$ mm/minute.

b) l'intensité horaire (I_h)

C'est la hauteur de pluie qui serait tombée en une heure pour une intensité moyenne donnée.

Dans l'exemple précédent, on aurait :

$$\text{Intensité horaire} = (12/6) \times 60 = 120 \text{ mm/h}$$

2.8.2. Courbes Intensité Durée Fréquence IDF

Les courbes IDF (intensité-durée-fréquence) représentent les relations entre les intensités, la durée et la fréquence d'apparition des pluies.

Elles permettent d'une part de synthétiser l'information pluviométrique au droit d'une station donnée et, d'autre part de calculer grossièrement des débits de projet, d'estimer des débits de crue, et aussi de déterminer des pluies de projet.

Elles sont établies de manière analytique (formule de Montana ou de Talbot) ou statistique (analyse fréquentielle).

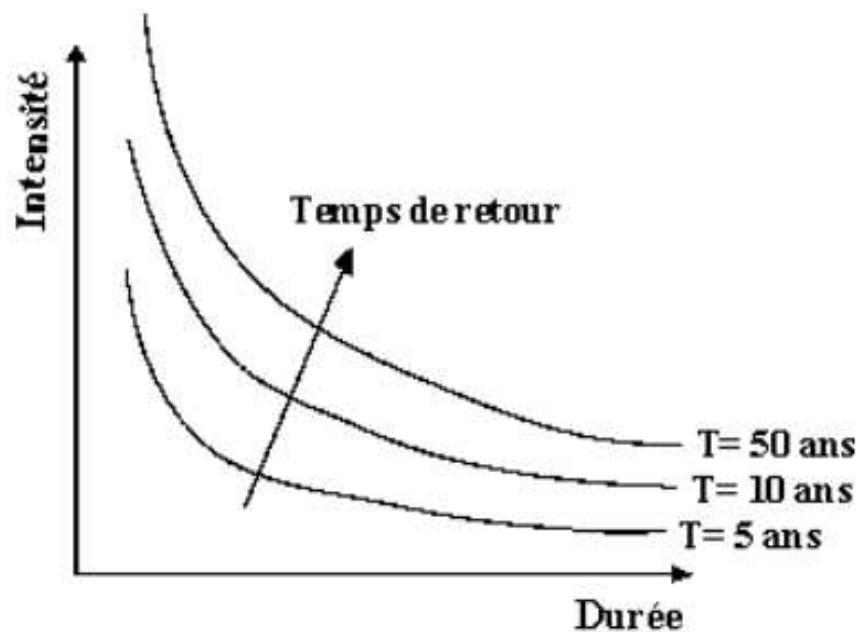
On considère ici toutes les averses tombées sur une station pluviométrique, durant une période aussi longue que possible. Pour chaque averse, on détermine le tableau I_m en fonction de Δt . on choisit pour chaque année et pour chaque Δt le I_{max} (intensité horaire maximale).

Les séries d'observations pour chaque Δt doivent être suffisamment longues pour permettre de déterminer les périodes de retour expérimentales :

$$T = \frac{1}{FD} = \frac{N}{i - 0.5}$$

, ou T : période de retour, FD : fréquence au dépassement, N : longueur de la série d'observations et i : rang. On peut aussi (ce qui est préférable) ajuster une (ou des) loi(s) statistique (s) et en tirer les périodes de retour pour chaque Δt .

Ensuite, pour chaque Δt , on porte sur un graphe, en ordonnées, les I_{max} des périodes de retour 5, 10 et 50 ans par exemple. On joint ensuite les points d'égale fréquence (ou période de retour) pour obtenir les courbes intensité-durée- fréquence (IDF).



Courbes IDF

2.9. Exercices

Exercice 1

Soit l'échantillon des précipitations annuelles suivantes :

Rang ni	Pi (mm)	Pi classée	FND	Zi
1	323			
2	319			
3	312			
4	303			
5	297			
6	268			
7	254			
8	234			
9	225			
10	216			
11	204			
12	198			
13	186			
14	169			
15	161			
16	152			
17	143			
18	139			

- Déterminer les caractéristiques empiriques de l'échantillon (la moyenne, l'écart type et le coefficient de variation).
- Calculer pour chaque rang ni, la fréquence au non dépassement FND et la variable réduite de gauss Zi.
- Tracer la droite de Henry.
- Déterminer analytiquement la précipitation pour une période de retour de 10 ans et 2 ans.

Exercice 2

Les pluies maximales annuelles mesurées à une station pluviométrique sont les suivantes :

An	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P(mm)	530	642	353	720	426	502	830	572	620

On donne $\Sigma P_i^2 = 3170037$ et $\Sigma P_i = 5195$

En utilisant la loi de Gumbel, déterminer :

- La probabilité au non-dépassement d'une pluie de 500 mm,
- La période de retour d'une pluie de 700 mm,
- La pluie de période de retour égale à 20 ans.

Exercice 3

Soit une série de pluie annuelle caractérisée par une moyenne de 415.50 mm et un écart type de 129.64 mm, suivent une loi normale, calculez:

- Les pluies de périodes de retour de 10 et de 100 ans.
- Calculez la période de retour de pluie de 500 mm.

Exercice 4

Soit une série de pluie annuelle caractérisée par une moyenne de 415.50 mm et un écart type de 129.64 mm, calculez :

- 1) Les pluies de périodes de retour de 25 de 50 et de 100 ans.
- 2) Calculez la période de retour des pluies : de 500 mm et de 400 mm.

Exercice 5

L'averse suivante a été obtenue en hauteur à chaque incrément de temps de 10 min sur une durée totale de 80 min.

Temps [min]	10	20	30	40	50	60	70	80
Hauteur de la pluie [mm]	12	25	32	15	7	17	23	3

Quelle est l'intensité moyenne maximale au pas de temps de 10,20 et 30 minutes ?

Exercice 6

La courbe IDF suivante représente les périodes de retours de : 10, 20 et 50 ans.

- 1) Indiquez avec la lettre correspondante (A, B ou C) la période de retour de la courbe.
- 2) Le 10.09.2013, on a mesuré sur cette même station une lame précipitée de 80 mm en 4 heures. Quel est son temps de retour ?

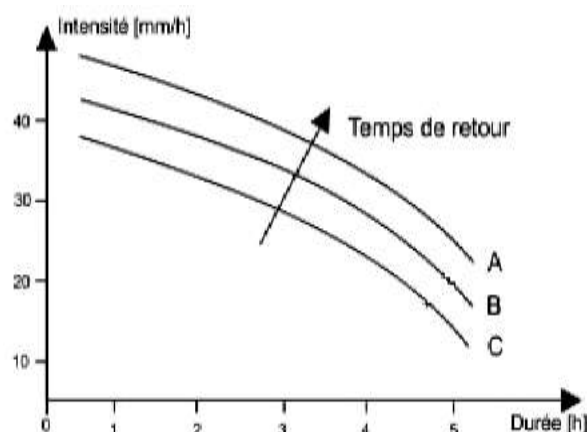
Exercice 7

Le tableau suivant donne, par ordre chronologique, les hauteurs de pluies en millimètres des durées de 15 min et de 30 min.

15mn	8.1	9.4	8.8	7	6.7	7.83	14.2	6.9	7.7	7.3	9	7	7.1	7	9	7.3	8.1	8	8	9
30mn	11	11	9	10	27	11.8	10.5	12	11	12	10	12	17	12	10	12	11	10	13	12

Sachant que les deux échantillons (de 15 min et de 30 min) suivent une loi de Gumbel,

- 1- Calculer les paramètres de la loi de Gumbel pour les deux échantillons ;
- 2- Déterminer les pluies centennale, cinquantenaire, décennale et biennale ;
- 3- Tracer les courbes Intensités-Durées-Fréquences.



Exercice 8

Les précipitations tombées à Alger ont été enregistrées sur une période de 32 ans. Le dépouillement de ces observations a été effectué de manière à déterminer les courbes "intensité - durée - fréquence" (IDF): cela signifie que pour chaque averse, on a mesuré l'apport pluviométrique maximum pour différentes durées de référence ($t=5, 10, 15, 20, 25, 30$ minutes). Cette analyse est résumée dans le tableau donnant les trois valeurs de pluies maximales observées.

Trois plus grandes pluies (mm) pour chaque durée :

5'	10'	15'	20'	25'	30'
12.1	18.5	24.2	28.3	29.5	31.5
11.0	17.9	22.1	26.0	28.4	30.2
10.7	17.5	21.9	25.2	27.6	29.9

On vous demande de :

- 1 - Dresser un tableau donnant les intensités (mm/h) en fonction de la durée de référence t et de la période de retour T .
- 2 - Déterminer les intensités des différentes durées de référence pour une période de retour $T = 20$ ans, en utilisant une interpolation linéaire entre les intensités.

$$F = \frac{n}{N+1}$$

(Prendre : $F = \frac{n}{N+1}$, avec n : rang et N : taille de l'échantillon)

Chapitre 3. Etude des débits des cours d'eau

3.1. La mesure des débits

Pour mesurer le débit d'un écoulement naturel (cours d'eau, canal, dérivation...), il existe quatre grandes catégories de méthodes.

- Les méthodes "**volumétriques**" (ou jaugeage capacitif) permettent de déterminer le débit directement à partir du temps nécessaire pour remplir d'eau un récipient d'une contenance déterminée. Compte tenu des aspects pratiques inhérents à la méthode de mesure (taille du récipient nécessaire, incertitude sur la mesure du temps, aménagement spécifique éventuel), cette méthode n'est généralement pratiquée que pour des débits très faibles, quelques l/s au plus.
- Les méthodes "**d'exploration du champ de vitesse**" consistent à déterminer la vitesse de l'écoulement en différents points de la section, tout en mesurant la surface de la section mouillée. Ces techniques nécessitent un matériel spécifique (moulinet, perche, saumon, courantomètre...) et un personnel formé à son utilisation. Parmi les nombreuses méthodes d'exploration du champ de vitesse, les jaugeages au moulinet et au flotteur sont présentés ci-dessous, ainsi que le principe de fonctionnement des capteurs électromagnétiques.
- Les méthodes "**hydrauliques**" tiennent compte des forces qui régissent l'écoulement (pesanteur, inertie, viscosité...). Ces méthodes obéissent aux lois de l'hydraulique.
- Les méthodes "**physico-chimiques**" prennent en compte les variations, lors de l'écoulement, de certaines propriétés physiques du liquide (concentration en certains éléments dissous). Ces méthodes consistent généralement à injecter dans le cours d'eau un corps en solution, et à suivre l'évolution de sa concentration au cours du temps. Ce sont les méthodes dites «par **dilution**» ou encore «**chimique**».

Toutes ces méthodes de mesures des débits nécessitent généralement un régime d'écoulement en régime fluvial, sauf les jaugeages chimiques, qui sont appropriés en cas d'écoulement torrentiel.

3.1.1. Le jaugeage par exploration du champ de vitesse

Rappelons que la vitesse d'écoulement n'est jamais uniforme dans la section transversale d'un cours d'eau. Le principe de cette méthode consiste donc à calculer le débit à partir du champ de vitesse déterminé dans une section transversale du cours d'eau (en un certain nombre de points, situés le long de verticales judicieusement réparties sur la largeur du cours d'eau).

Parallèlement à cette exploration du champ de vitesse, on relève le profil en travers du cours d'eau en mesurant sa largeur et en effectuant des mesures de profondeur.

Le débit Q [m^3/s] s'écoulant dans une section d'écoulement S [m^2] d'une rivière peut être défini à partir de la vitesse moyenne V [m/s] perpendiculaire à cette section par la relation :

$$Q = V \cdot S.$$

La section d'écoulement peut être évaluée en relevant la profondeur d'eau en diverses verticales réparties régulièrement sur toute la largeur. Plusieurs méthodes permettent de déterminer la vitesse moyenne de l'eau.

1. Le jaugeage au moulinet

Le moulinet hydrométrique (Fig. 3.1) permet de mesurer la vitesse ponctuelle de l'écoulement. Le nombre de mesures sur une verticale est choisi de façon à obtenir une bonne description de la répartition des vitesses sur cette verticale. De manière générale, on fera entre 1, 3 ou 5 mesures suivant la profondeur du lit.

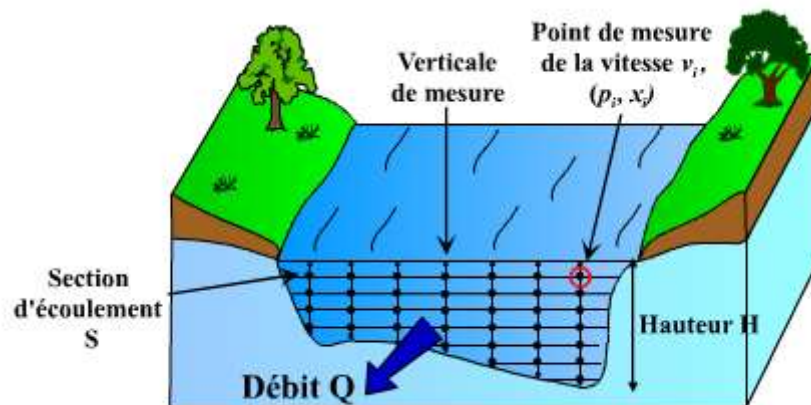


Fig. 3. 1 - Débit et champ des vitesses à travers une section.

La vitesse d'écoulement est mesurée en chacun des points à partir de la vitesse de rotation de l'hélice située à l'avant du moulinet (nombre de tours n par unité de temps). La fonction $v = f(n)$ est établie par une opération d'étalonnage (courbe de tarage du moulinet). Suivant le mode opératoire adopté pour le jaugeage, le moulinet peut être monté sur une perche rigide ou sur un lest profilé appelé "saumon" (Fig. 3.2).

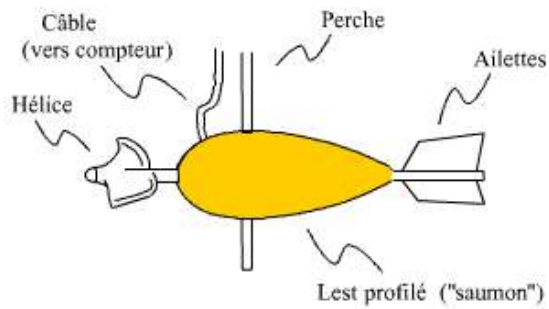


Fig. 3.2. Adaptation du moulinet aux différents modes opératoires.

Dans le cas du montage sur perche, le moulinet peut être manœuvré de deux manières :

- directement par l'opérateur placé dans l'écoulement (jaugeage à gué), la perche reposant sur le fond du lit du cours d'eau. Cette méthode est utilisable dans des sections de profondeur inférieure à 1 mètre et avec des vitesses d'écoulement inférieures à 1 m/s.
- à partir d'une passerelle, la perche étant suspendue à un support permettant les déplacements verticaux.

Finalement, le calcul de la vitesse moyenne de l'écoulement sur l'ensemble de la section S de longueur L se fait par intégration des vitesses v_i définies en chacun des points de la section de profondeur p_i (variant pour chaque verticale de 0 à une profondeur maximale P) et d'abscisse x_i (variant pour chaque verticale de 0 à L) :

$$Q = \int_S \int V \cdot dS = \int_0^L \int_0^P v_i \cdot dp \cdot dx$$

L'énorme avantage de la méthode du moulinet est d'être une technique éprouvée quel que soit son mode opératoire. Le moulinet reste l'appareil le plus utilisé pour la mesure des débits en rivière par exploration du champ des vitesses. Cependant cette méthode nécessite un matériel lourd ainsi qu'un personnel nombreux et de qualité.



Fig. 3.3. Jaugeage au moulinet à l'aide d'un bateau.

3.1.2. Le jaugeage au flotteur

Lorsque le jaugeage au moulinet ne peut pas être effectué en raison de vitesses et de profondeurs excessives ou au contraire trop faibles, ou de la présence de matériaux en suspension, il est possible de mesurer la vitesse d'écoulement au moyen de flotteurs. Il s'agit dans cette méthode de mesurer uniquement des vitesses de surface, ou plus exactement les vitesses dans la tranche superficielle de l'écoulement (les 20 premiers centimètres environ).

Les flotteurs peuvent être soit artificiels (bouteilles en plastiques) soit naturels (arbres, grosses branches, etc.). Le déplacement horizontal d'un flotteur de surface durant un temps t permet de déterminer la vitesse de l'écoulement de surface. Plusieurs mesures de vitesse du flotteur doivent être réalisées. La moyenne de ces mesures est ensuite multipliée par un coefficient approprié pour obtenir la vitesse moyenne de l'élément de section. En général, la vitesse moyenne dans la section est de l'ordre de 0,4 à 0,9 fois la vitesse de surface.

Cette méthode donne de bonnes approximations du débit, parfois suffisantes pour les études envisagées.

3.1.3. Les sondes électromagnétiques

Différents principes de mesure peuvent être mis en œuvre basés sur le développement récent des instruments utilisant des sondes électromagnétiques. On peut citer :

- Les mesures au **capteur électromagnétique**, basés sur l'application de la loi d'induction de Faraday selon laquelle un conducteur électrique traversant perpendiculairement un champ magnétique induit une tension. En débitmétrie, cette tension est proportionnelle à la vitesse de passage du liquide considéré et est indépendante des caractéristiques du liquide à mesurer telles que densité, viscosité, conductivité électrique, mais non des caractéristiques de sa charge particulaire.
- Les capteurs à **ultrason Doppler**, fixés sur un côté de l'écoulement, émettent un signal ultrasonique dans le flux du liquide. Lorsque ce signal est réfléchi par les particules solides ou les bulles d'air, sa fréquence se modifie proportionnellement à la vitesse du fluide. On peut signaler ici l'existence d'un « profileur » de courant à effet Doppler, l'ADCP (Acoustic Doppler Current Profiler) qui permet de mesurer des profils verticaux de la vitesse de l'eau, en utilisant l'énergie acoustique.
- Les mesures au **capteur à ultrason de transfert**, basés sur la vitesse de transfert en fonction du courant.

Ce domaine de la débitmétrie est caractérisé par la diversité des facteurs à prendre en compte et par les multiples principes de mesures susceptibles d'être mis en œuvre. Le choix d'un

appareil suppose que, préalablement toutes les conditions d'utilisation soient identifiées avec rigueur.

3.1.4. La détermination du débit à l'aide d'ouvrages calibrés

La construction d'un déversoir ou d'un canal calibré (Fig. 3.4) pour la détermination des débits d'un cours d'eau a pour but l'obtention d'une relation entre le niveau de l'eau H et le débit Q aussi stable que possible, et en principe sans jaugeage sur le terrain. Le débit est alors obtenu par des formules hydrauliques et par étalonnage sur modèles. Les canaux jaugeurs et les déversoirs calibrés sont notamment utilisés dans le cas de petits cours d'eau aux lits étroits, instables, encombrés de blocs et à faible tirant d'eau, pour lesquels l'installation de stations à échelles limnimétriques et l'exécution de jaugeages au moulinet ne sont pas recommandés. Leur fonctionnement obéit aux lois de l'hydraulique classique.



Fig. 3.4. Déversoir triangulaire en minc34 paroi et canal de Venturi.

3.1.5. Les jaugeages par dilution

Cette méthode de jaugeages par dilution s'applique à des torrents ou des rivières en forte pente où l'écoulement est turbulent ou pour lesquels on ne trouve pas de section se prêtant à des jaugeages au moulinet.

Le principe général consiste à injecter dans la rivière une solution concentrée d'un traceur (sel, colorant,...) et à rechercher dans quelle proportion cette solution a été diluée par la rivière, par prélèvements d'échantillons d'eau à l'aval du point d'injection (Fig. 3.5). Cette dilution est notamment fonction du débit, supposé constant le long du tronçon, concerné pendant la durée de la mesure. On a la relation suivante dans laquelle le rapport C_1 / C_2 représente la dilution :

$$Q = k \times \left(\frac{C_1}{C_2} \right)$$

Où :

Q : débit du cours d'eau [l/s] ;

C_1 : concentration de la solution injectée dans le cours d'eau [g/l] ;

C_2 : concentration de la solution restante dans des échantillons prélevés à l'aval du point d'injection dans le cours d'eau [g/l] ;

k : coefficient caractéristique du procédé et du matériel utilisé.

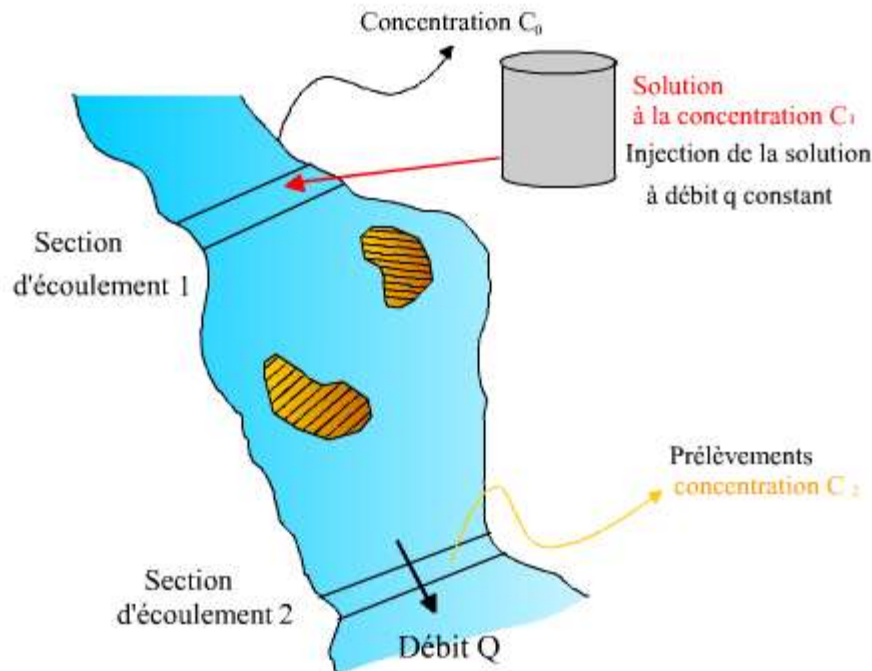


Fig. 3.5. Principe du jaugeage par dilution ; mode opératoire.

Les conditions suivantes sont nécessaires pour que les méthodes par intégration ou dilution puissent être appliquées :

- le débit de la rivière doit rester à peu près constant pendant la mesure ;
- le traceur doit passer dans sa totalité par l'emplacement de prélèvement des échantillons ;
- à la hauteur des prélèvements, le mélange doit être tel qu'en chaque point de la section du cours d'eau, doit passer la même quantité de traceur.

On utilise différents traceurs minéraux ou organiques, tels que la fluorescéine ou la rhodamine. Suivant le débit à évaluer, on n'utilisera pas le même traceur.

1. Méthode de l'injection à débit constant

La méthode de l'injection à débit constant consiste à injecter dans le cours d'eau un débit constant connu q d'une solution de traceur, à la concentration C_1 (solution mère), pendant un temps déterminé. La durée de l'injection doit être telle que la concentration C_2 du traceur à la section de prélèvement reste constante pendant un certain laps de temps, appelé « palier ». A partir des hypothèses suivantes :

- le débit Q du cours d'eau est constant pendant la mesure (régime permanent),
- le débit q du traceur à la section de prélèvement est égal à celui de l'injection (pas de pertes), et négligeable devant Q ,
- le mélange est homogène à la section de prélèvement,

...alors, et dans l'hypothèse de la conservation de la masse de traceur, on a :

$$Q = q \times \left(\frac{C_1}{C_2} \right)$$

2. Méthode par intégration (injection instantanée)

Cette méthode consiste à injecter en un point du cours d'eau un volume V de traceur en solution concentrée C_1 . Au terme d'un parcours suffisamment long pour que le mélange avec l'eau de la rivière soit bon, des échantillons sont prélevés, et cela pendant toute la durée T de passage du nuage de traceur. Les prélèvements sont effectués en plusieurs points de la section d'échantillonnage de façon à fournir une valeur moyenne de la concentration C_2 qui évolue en fonction du temps et du point de prélèvement.

L'intégration au cours du temps des différentes valeurs de concentration $C_2(t)$ donne une valeur moyenne $\overline{C_2}$.

Dans l'hypothèse de la conservation de la masse du traceur, on peut exprimer le débit comme suit :



Fig. 3.6. Jaugeage à débit constant.

$$Q = \frac{M}{T} = \frac{V \times C_1}{T \times \overline{C_2}}$$

Avec :

Q : débit du cours d'eau [l/s ou m³/s] ;

M : masse de traceur injecté [g] ; $M = V \cdot C_1$;

V : volume de la solution lâchée dans le cours d'eau [l ou m³] ;

C_1 : concentration de la solution lâchée dans le cours d'eau [g/l] ;

$\overline{C_2}$: Concentration moyenne du traceur dans les échantillons, obtenue par intégration [g/l] ;

$C_2(t)$: concentration de l'échantillon prélevé au temps t [g/l] ;

T : durée du prélèvement [s].

3.2. Les stations de jaugeages

Le débit d'une rivière varie continuellement. L'étude des régimes des cours d'eau exige de connaître les valeurs du débit à chaque instant. Actuellement il serait très coûteux de réaliser une mesure de débit à chaque observation. C'est pourquoi on essaie d'établir expérimentalement la relation qui lie la cote de l'eau dans la rivière et le débit. Cette relation $Q = F(H)$ en une section de la rivière peut être univoque (dans ce cas à une hauteur du plan d'eau correspond toujours un seul et unique débit) ou non. Dans la pratique, on doit s'efforcer de choisir les emplacements des stations de mesures (stations de jaugeages) de telle façon que la loi soit univoque. Pour cela, on évitera d'installer une station de jaugeage :

- en amont de la zone d'influence d'une vanne,
- sur un fond mobile artificiel (dragage) ou naturel (banc de sable, galets roulés),
- dans une section du lit où la végétation aquatique est développée en été.

On préférera installer la station de jaugeage dans un bief sensiblement rectiligne, en amont d'un seuil naturel ou artificiel. Le rôle de seuil est de produire si possible une mise en vitesse de l'eau (régime torrentiel) suffisante pour qu'une modification, même importante de l'écoulement du cours d'eau en aval ne modifie pas la cote du plan d'eau en amont du seuil (contrôle). La station sera sensible si une repérable variation du plan d'eau correspond à une faible variation du débit.

Admettons que pour une section donnée d'un cours d'eau une loi $Q=F(H)$ univoque existe. Le problème de la connaissance des débits se réduit à effectuer en permanence des observations des hauteurs du plan d'eau.

3.2.1. Mesure des hauteurs d'eau

La mesure des hauteurs d'eau peut être réalisée :

- soit sur un échelle graduée à lecture directe, appelée échelle limnimétrique,
- soit par enregistrement continu sur limnigraphe.

Echelles limnimétriques

Une échelle limnimétrique est une échelle graduée permettant de suivre jour après jour les variations du niveau de l'eau (ou hauteur d'eau) d'un cours d'eau. Le plus souvent, ces échelles sont placées à proximité des ponts, dans des zones facilement accessibles où il n'y a pas d'obstacle visuel ce qui facilite la lecture d'échelle.



Figure 3.7 .Echelle limnimétrique

Limnigraphes

Ce sont des appareils qui permettent d'obtenir un enregistrement continu des variations du plan d'eau. On distingue deux classes d'appareils :

- limnigraphes à flotteurs,
- limnigraphes qui mesurent une variation de pression.

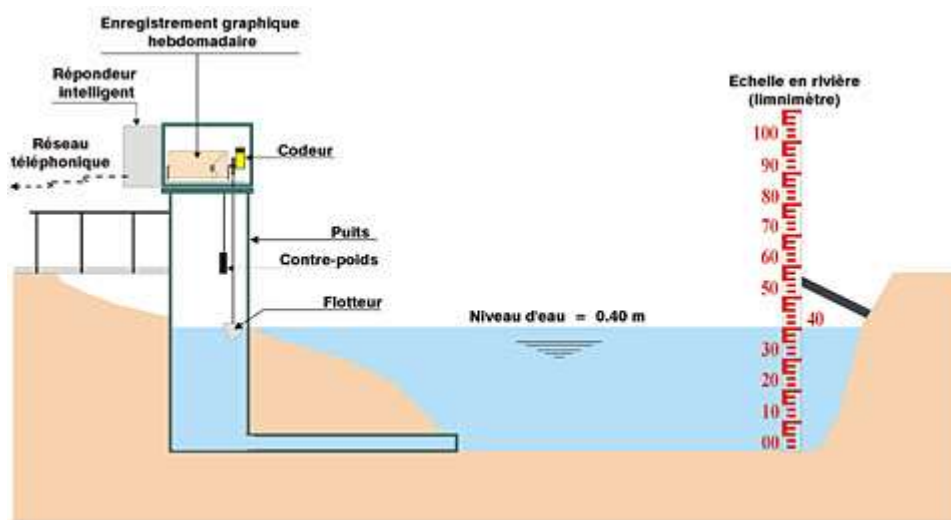


Figure 3.8. Schéma d'installation d'un limnigraphe à flotteur

3.2.2. Courbe de tarage

C'est la courbe $Q = F(H)$. Lorsque l'on possède suffisamment de mesures de débit pour les différentes hauteurs d'eau, on essaye d'établir la loi qui les unit. Cette loi $Q = F(H)$ est représentée le plus souvent graphiquement sur du papier millimétré et est appelée courbe de tarage.

Une courbe de tarage permet, par simple lecture d'un niveau d'eau sur une échelle limnimétrique, d'estimer le débit d'un cours d'eau à un instant donné.

La courbe de tarage est propre à chaque échelle limnimétrique. Sur une station dont on souhaite tarer l'échelle, on réalise une série de campagnes de mesures à différentes périodes de l'année de façon à intervenir pour des régimes hydrologiques variables, autrement dit à des hauteurs d'eau différentes. Lors de chacune des campagnes, on note le niveau de l'échelle puis on réalise, dans le lit du cours d'eau et à l'aide du matériel adapté, les mesures nécessaires au calcul du débit instantané (un jaugeage). Selon les stations, le nombre de campagnes de mesures nécessaires au tarage de l'échelle est variable. On reporte ensuite les résultats obtenus sur un graphique comportant deux axes ($X =$ hauteur d'eau (cm) et $Y =$ débit (m^3/s)). Chacune des campagnes de mesures permet de positionner un point sur le graphique. Enfin, on trace une courbe de tendance correspondant à la courbe lissée la plus représentative possible de l'allure générale dessinée par l'ensemble des points.

Exemple d'application

Le tableau ci-dessous présente une série de lectures sur échelle limnimétriques en cm et les débits jaugés correspondants (m^3/s), relatifs à la station hydrométrique d'oued Bessam. On vous demande de :

- Tracer la courbe de tarage $Q = f(H)$.

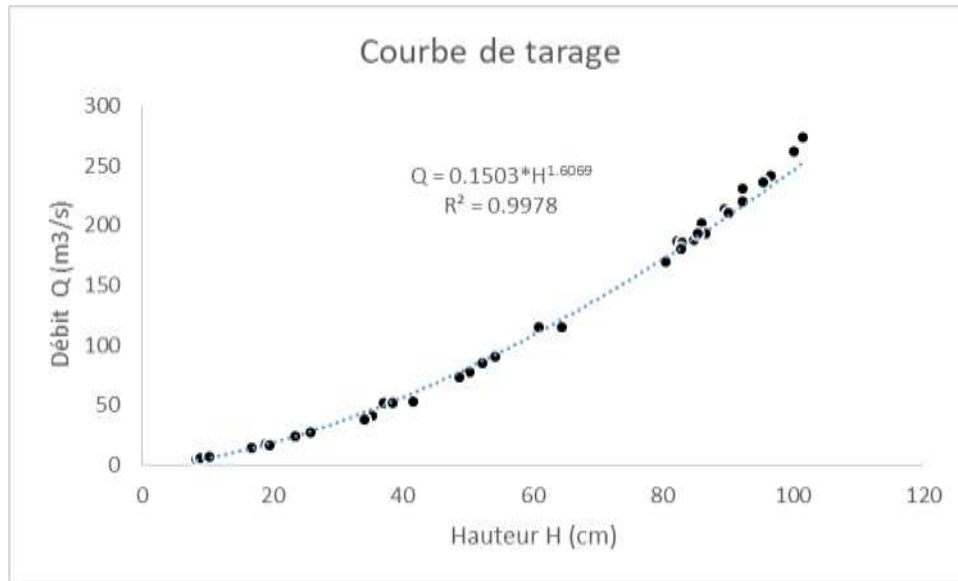
- Déterminez l'équation de la courbe.
- En utilisant l'équation de la courbe de tarage, calculez les débits pour les hauteurs d'eau suivantes : 5cm, 20cm, 50cm, 150cm, 200cm.

Tableau 3.1. Données de jaugeage

Numéro jaugeage	Date	Hauteur d'eau (cm)	Débit (m ³ /s)
1	1012022	37.2	52.2
2	1022022	23.6	23.6
3	1032022	8.4	5.24
4	1032022	25.8	27.2
5	1042022	54.2	90.2
6	1012022	41.6	52.8
7	1012022	9	5.4
8	1012022	61	115.6
9	1012023	52.2	84.6
10	1012023	82.2	187.2
11	1012023	96.6	241.4
12	1012023	100.2	261.8
13	1012023	38.4	51.6
14	1012023	19	17.2
15	1022023	16.8	14.2
16	1032023	92.2	230.4
17	1042023	86	201.4
18	1052023	89.6	213.2
19	1062023	101.6	273
20	1092023	9	5.5
21	1092023	19.6	16.2
22	1092023	10.4	6.6
23	1102023	83	186
24	1102023	82.8	179.6
25	1012023	80.4	170
26	1012023	82.8	180
27	1012023	84.8	187.4
28	1012023	86.6	193
29	1012023	90	210.4
30	1012023	92.2	220
31	1012023	95.4	236
32	1012023	85.4	193.2
33	1012023	64.4	115.6
34	1012023	50.4	77.6
35	1012023	48.8	73.8
36	1012023	35.4	41.2
37	1012024	34.2	37.8

Solution :

1- Courbe de tarage



2- l'équation de la courbe de tarage :

$$Q = 0.1503 * H^{1.6069}$$

3- Pour :

H (cm)	Q (m ³ /s)
5	2.00
20	18.52
50	80.73
150	471.76
200	749.00

3.3. Présentation des données relatives aux débits

La présentation des données relatives aux débits se fait de manière analogue à celle des précipitations.

On procède à un fichage qui peut être divisé en deux stades :

1- Etablissement des tableaux des débits moyens journaliers

La conversion des hauteurs d'eau en débits, telle que décrite dans le point précédent, s'effectue à l'aide de feuilles spéciales appelées "tableaux de débits journaliers", qui sont préparées avec un formulaire imprimé par station et par an.

Ces tableaux comportent pour chaque mois une colonne des débits moyens journaliers. Les valeurs maximales et minimales des débits moyens journaliers de chaque mois sont soulignées et la valeur maximale du débit instantané y est mentionnée pour chaque mois.

Les débits journaliers sont ensuite totalisés mois par mois pour déterminer les débits moyens mensuels (moyenne arithmétique des débits moyens journaliers pour un mois). Le débit moyen annuel est calculé en prenant la moyenne des 12 débits moyens mensuels, cette moyenne étant pondérée en tenant compte du nombre de jours réels de chaque mois.

Lorsque les tableaux sont destinés à un annuaire hydrologique, ils peuvent comporter également des valeurs de pluies mensuelles et annuelles de quelques stations caractéristiques du bassin.

Sur ces tableaux les valeurs des débits mensuels et annuels sont exprimées en m^3/s , en $l/s.km^2$ ainsi qu'en mm (hauteur de la lame d'eau ruisselée).

On représente souvent la variation des débits moyens journaliers graphiquement, par une courbe dite « courbe chronologique des débits journaliers ».

2- Tableau des débits moyens mensuels et annuels

Pour résumer les résultats de plusieurs années d'observations à une station, tous les 5 ou 10 ans, on constitue (ou on complète) les tableaux des débits moyens mensuels et annuels constitués à raison d'un imprimé par station. Ces tableaux comportent pour chaque mois une colonne des débits moyens mensuels classés par ordre chronologique pour toute la période de fonctionnement de la station.

Les débits mensuels d'un même mois sont totalisés sur toute la période d'observation pour déterminer le débit moyen mensuel interannuel de ce mois. On procède ainsi pour tous les mois de l'année.

Tableau 3.2. Débits moyens mensuels et interannuels à une station hydrométrique

S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	J	A	Module interannuel (m^3/s)
1.34	3.37	0.65	2.92	4.11	1.52	1.63	1.75	0.66	0.83	0.23	0.35	1.61

A partir des débits moyens annuels de chaque année, on détermine le débit moyen interannuel du cours d'eau ou module interannuel. Le module interannuel doit être calculé sur un nombre aussi élevé que possible d'années d'observation. Si la période d'observation à la station est très courte (moins de 10 ans) on essaie de l'étendre à partir d'une régression linéaire avec une série de débits plus longue observée sur le même cours d'eau à une station plus en aval ou en amont (si elle existe), ou avec une série de débits annuels observée sur une station d'un cours d'eau voisin (à condition que la corrélation est bonne). On parvient également à étendre une série courte de débits annuels à partir d'une série plus longue de précipitations annuelles observée à une station pluviométrique voisine.

3.3.1. Etude fréquentielle des débits moyens mensuels et des modules annuels

En classant les débits mensuels d'un mois donné déterminés sur une période de N années on peut déterminer la fréquence expérimentale de ces débits ou inversement le débit correspondant à une fréquence donnée.

A cet effet, on classe les valeurs des débits mensuels observés pendant N années en attribuant à chacune de ces valeurs un numéro d'ordre r à partir de 1.

Le nombre d'années d'observations étant N, la fréquence expérimentale annuelle de chacune des valeurs est par définition $F1(Q) = r/N$, et son temps de récurrence $T = 1/F1$.

En admettant implicitement que la fréquence déterminée expérimentalement est très proche de celle de la probabilité, on se contente dans la pratique courante de déterminer à partir de la série des débits mensuels classés, le rang du débit de fréquence voulue :

$$r = N * F1(Q)$$

r : rang du débit de fréquence voulue,

N : nombre total de valeur de l'échantillon,

F1(Q) : fréquence au dépassement recherchée.

Lorsque la nécessité impose la connaissance des débits de fréquence extrêmes, on essaie d'ajuster à la courbe expérimentale des fréquences de chaque mois une loi théorique de distribution de fréquence. On parvient généralement à ajuster une loi log-normale ou une loi de Pearson.

3.3.2. Définition de quelques termes utilisés en hydrologie

a- Précipitations annuelle Pa et interannuelle Po (mm)

La précipitation annuelle Pa est la somme des précipitations mensuelles (ou journalières) enregistrées à une station pluviométrique.

$$Pa = \sum_{i=1}^{12} Pi$$

La précipitation interannuelle Po est la somme des précipitations annuelles rapportée au nombre d'année d'observations n

$$P_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Pa}{n}$$

b- Lamme d'eau écoulee annuelle la et interannuelle lo (mm)

La lamme d'eau écoulee annuelle la ou interannuelle lo est calculée en tenant compte du coefficient d'écoulement Ce. Celui-ci correspondant à la lamme d'eau écoulee rapportée à la lamme d'eau précipitée pour la même période d'observation.

$$Ce = \frac{I_i}{P_i} \quad \text{soit } I_i = Ce * P_i$$

$$\text{Donc : } I_a = Ce * P_a \quad \text{et} \quad I_0 = \frac{\sum_{i=1}^n I_a}{n}$$

c- Apport annuel A_a et moyen interannuel A_0 (Mm3)

L'apport annuel A_a représente le volume apporté par un bassin versant durant une année T en seconde et A_0 est la somme des apports annuels rapportée au nombre d'années d'observation. C'est la lame d'eau écoulée correspondante multiplié par la surface du bassin versant S .

$$A_i = I_i * S$$

$$\text{Donc : } A_a = \sum_{i=1}^{12} A_i \quad \text{et} \quad A_0 = \frac{\sum_{i=1}^n A_a}{n}$$

d- Débit annuel moyen Q_a et interannuel Q_0 (m3/s)

Il est calculé à partir des apports rapportés à l'unité de temps en seconde. Il peut être calculé respectivement pour une année Q_a ou sur une période d'observations n soit Q_0 .

$$Q_i = \frac{A_i}{T}$$

Et T (une année en seconde = $31,536 * 10^6$ s)

$$\text{Donc : } Q_a = \frac{A_a}{T} \quad \text{et} \quad Q_0 = \frac{\sum_{i=1}^n Q_a}{n}$$

e- Débit spécifique moyen annuel M_a et interannuel M_0 (l/s/km²)

Le débit spécifique moyen annuel M_a ou interannuel M_0 représente respectivement le débit moyen annuel ou le débit moyen interannuel rapporté à la surface du bassin S (km²).

$$M_i = \frac{Q_i}{S}$$

$$\text{Donc : } M_a = \frac{Q_a}{S} \quad \text{et} \quad M_0 = \frac{\sum_{i=1}^n M_a}{n}$$

f- Coefficient de l'hydraulicité

On appelle hydraulicité d'une année i le rapport du module annuel de l'année i (Q_i) au module interannuel \bar{Q} se rapportant à une station donnée :

$$K = \frac{Q_i}{\bar{Q}}$$

La variation de ce rapport, ou variation d'hydraulicité sont plus ou moins importantes et leurs amplitudes mesurent l'irrégularité interannuelle des modules.

Dans le cas où la distribution des débits annuels suit une loi normale, on mesure l'irrégularité des débits par le coefficient de variation :

$$Cv = \frac{\sigma}{\bar{Q}}$$

Pour caractériser l'irrégularité des débits annuels (ou des apports) on utilise également le coefficient K3 qui est le rapport du module de l'année humide de fréquence décennale au module de l'année sèche de même fréquence :

$$k3 = \frac{Q_{(0.1)h}}{Q_{(0.1)s}}$$

3.4. Exercices

Exercice 1

Le jaugeage au moulinet effectué à la station de Sidi Aich, sur l'Oued Soummam, le 5 octobre 1970 entre 13h40 et 14h20, a donné les résultats suivants :

heure	Si	xi	P (m)	N	t (s)	n	V (m/s)	qi (m ² /s)	Obs
13h40	S0	0.00							RD
	S1	1.00	0.03 0.10 0.28 0.36	168 164 125 0	25.9 25.0 25.0				Fond
	S2	4.00	0.03 0.20 0.38 0.46	200 160 100 0	25.9 25.0 25.0				Fond
	S3	7.00	0.03 0.20 0.35 0.43	219 207 153 0	25.0 25.0 25.0				Fond
	S4	10.00	0.03 0.10 0.18 0.26	139 129 109 0	25.0 25.0 25.0				Fond
	S5	12.00	0.03 0.075 0.155	37 28 0	25.0 25.0				Fond
14h20		12.50							Fond

Si : section i ; xi : abscisse de la section Si ; P : profondeur de la section Si ; N : nombre de tours du moulinet ; n=N/t : nombre de tours par seconde ; V : vitesse de l'eau ; qi : débit spécifique ; RD : rive droite ; RG : rive gauche et sachant que la formule d'étalonnage du moulinet est : $V = 0.1319 n + 0.032$ pour $n \leq 2.93$ et $V = 0.1360 n + 0.020$ pour $n \geq 2.93$

1- Calculer le débit de l'écoulement mesuré par ce jaugeage.

Aide : les étapes de calcul sont les suivantes :

- On calcule les vitesses grâce à l'une des formules ci-dessus,
- On porte sur du papier millimétré, pour chaque section, en ordonnées les profondeurs et en abscisses les vitesses respectives. La surface sous la courbe obtenue est égale au débit spécifique (en m²/s) relatif à la section considérée.

- c- On porte sur une seconde feuille de papier millimétré en abscisses, les distances à la rive droite de chaque section et, en ordonnées, les débits spécifiques trouvés en b. la surface sous la courbe est égale au débit Q de l'Oued pendant le jaugeage.
- 2- Déterminer la section mouillée.
 - 3- Calculer la vitesse moyenne de l'écoulement.

Exercice 2

Un relevé des 9 dernières années des débits de pointes annuels de l'Oued de Boudouaou a fourni les valeurs suivantes :

$$\sum_{i=1}^9 Q_i = 290 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\sum_{i=1}^9 Q_i^2 = 10421,06 \left(\text{m}^3/\text{s}\right)^2$$

En supposant que ces débits s'ajustent à une loi Log-Normale (Log Népérien), déterminer :

- a/ La probabilité de non dépassement d'un débit de $42,5 \text{ m}^3/\text{s}$;
- b/ La période de retour d'un débit de $42,5 \text{ m}^3/\text{s}$;
- c/ La crue de période de retour égale à 20 ans.

$$\text{Sachant que : } \mu = e^{\mu_n + \sigma_n^2 / 2} \quad \sigma^2 = \mu^2 (e^{\sigma_n^2} - 1)$$

Exercice 3

Soit un bassin versant d'une superficie de 500 km^2 , on demande de calculer les caractéristiques de l'écoulement moyen, à savoir :

- 1- Calculer le débit moyen annuel et l'apport moyen annuel Q_a et A_a
- 2- Calculer le débit moyen interannuel et l'apport moyen interannuel Q_0 et A_0
- 3- Calculer la lame d'eau écoulée moyenne interannuelle H.
- 4- Calculer le débit spécifique moyen interannuel M_0 en l/s/km^2 .
- 5- Si la précipitation moyenne interannuelle est estimée à 450 mm , calculer le coefficient d'écoulement C.
- 6- Calculer le coefficient de l'hydraulicité pour chacune des années K_i

Données : débit moyen mensuel Q en (m³/s)

Mois	S	O	N	D	J	F	M	A	M	J	Jui	A	Qa	Aa	Ki
78/79	2.1	2.5	3	4.6	5.4	6.2	6.1	5.4	3.2	2.4	1.2	1.1			
79/80	2.3	2.6	2.7	3.5	3.8	4.2	3.9	3.8	3.1	2.1	0.9	0.5			
80/81	2.6	2.7	3.5	3.8	4.2	3.9	3.8	3.1	2.1	0.9	0.5	0.2			
81/82	2.4	2.2	2.3	2.5	2.6	2.7	3.5	3.8	4.2	1.5	0.9	0.4			
82/83	2.1	1.9	1.8	2.6	3.5	4.2	4.5	3.9	3.7	2.5	1.5	0.9			
83/84	1.9	2.1	2.7	3.5	3.8	4.2	3.9	3.8	3.1	2.1	0.9	0.5			
84/85	1.8	2.6	2.7	3.5	3.8	4.2	3.9	3.8	3.4	2.5	2.2	1.9			
85/86	2.6	2.7	3.2	3.7	3.9	4.6	4.4	4.2	3.9	2.4	2.1	1.2			
86/87	2.8	2.7	3.5	3.8	4.2	3.9	3.8	3.1	2.1	1.4	1.4	0.8			
87/88	3.2	2.9	3.1	2.7	3.5	3.8	4.2	3.9	3.8	1.9	1.9	1.1			

Exercice 4

Soit un bassin versant d'une superficie de 5000 km² sur lequel une station pluviométrique représentative est implantée (Tableau 1). On demande de Calculer :

1. La précipitation annuelle Pa et la précipitation interannuelle Po.
- Sachant que le coefficient d'écoulement Ce de ce bassin versant est de 25%, calculer les caractéristiques de l'écoulement moyen, à savoir :
2. La lame d'eau écoulée annuelle la et interannuelle lo
 3. L'apport moyen annuel Aa et interannuel Ao
 4. Le débit moyen annuel Qa et interannuel Qo.
 5. Le débit spécifique (module spécifique) moyen annuel Ma et interannuel Mo

Données

Tableau 1. Précipitation mensuelle P_i en mm

Mois Année	Sep	Oct	Nov	Déc	Jan	Fév	Mars	Avr	Mai	Juin	Juil	Aout
1975/76	33.9	2.5	56.4	52	60.6	16.9	30	29.4	36.3	14	0	1.1
1976/77	6.6	80.7	33.5	3.7	104.2	26	45.4	53.6	41.2	18.9	3.1	0
1977/78	2.9	38.5	25.3	32.4	47.3	62.5	61.2	25.8	4.3	8.8	0	0
1978/79	54.8	60.7	143.8	147.5	63.8	115.9	11.4	0.2	6	2.4	7.7	2.5
1979/80	34	9.3	85.9	117.6	46.8	35.6	68.8	55.8	11.9	4.5	0	0
1980/81	32.3	4.6	57.4	36.7	88.7	0	59.6	38.1	25.2	0	6.8	9.3
1981/82	1	20.7	39.7	104.8	62.8	69.9	50.7	29.2	22.5	0.3	0.2	2.9
1982/83	94.4	121.6	46.5	25.9	82.9	62	79.5	13.9	0.2	21.3	10	1.5
1983/84	0	5.9	76.1	81.8	0	65	17.7	52	9.2	1.3	0	3.3
1984/85	11.3	10.3	24.5	11.7	80.9	21.8	2	4.5	6.5	0	2	2
1985/86	50.5	14.7	45.8	39	33.5	128.8	64.3	158.9	0	18.6	1.4	11.1
1986/87	39.8	35.5	5.3	42.7	27.2	32.2	9.8	48.9	15.7	0	0.1	1.7
1987/88	12	30	87.4	38.1	14.3	32.8	29.1	42.7	131.2	0.2	0	4
1988/89	16.2	25.3	108.4	49.2	87.9	126.8	52.4	13.1	2.8	0.6	0	2.5
1989/90	25	13.3	197.6	268	15.2	2.3	28.6	158.9	17.7	1.6	0	2.1
1990/91	50.5	14.7	45.8	39	33.5	128.8	64.3	48.9	0	18.6	1.4	11.1
1991/92	39.8	35.5	5.3	42.7	27.2	34.2	9.8	42.7	15.7	0	0.1	1.7
1992/93	12	30	87.4	38.1	14.3	32.8	29.1	158.9	131.2	0.2	0	4
1993/94	50.5	14.7	45.8	39	33.5	128.8	64.3	16.7	0	18.6	1.4	11.1
1994/95	25	13.3	197.6	268	15.2	2.3	28.6		17.7	1.6	0	2.1

Exercice 4

Estimation des débits de crue pour différents temps de retour par la méthode statistique

On vous demande :

- 1) Ajuster la série des débits maximums annuels selon une distribution de Gumbel. Ajuster les données graphiquement.
- 2) Estimer les débits de pointe de temps de retour, 5, 20, 50, 100 ans.

Données : Les données nécessaires à la réalisation de cet exercice se trouvent ci-dessous (il s'agit d'une série de débits maximums annuels en (m^3/s)).

Année	débit de pointe [m^3/s]	Année	débit de pointe [m^3/s]	Année	débit de pointe [m^3/s]
1971	23,00	1982	52,66	1993	25,41
1972	15,40	1983	32,55	1994	21,83
1973	13,20	1984	30,47	1995	45,40
1974	19,08	1985	37,43		
1975	18,09	1986	35,47		
1976	20,81	1987	29,65		
1977	41,50	1988	33,60		
1978	30,82	1989	16,83		
1979	43,67	1990	27,99		
1980	33,25	1991	37,27		
1981	27,59	1992	37,99		

Chapitre 4. Etude des débits de crues

4.1. Introduction

L'importance économique de déterminer le débit maximal probable, Q_{max} , d'un cours d'eau est évident en raison des effets destructeurs bien connus de ces événements hydrologiques. De tout temps, estimer les crues a été une préoccupation majeure pour tout ingénieur chargé de concevoir une structure hydrotechnique. En effet, de nombreuses ruptures de barrages sont attribuées à une incapacité insuffisante de l'évacuateur de crues, représentant 41% de l'ensemble des barrages dans le monde (comme illustré par le Barrage de Noppikoski en Suède le 7 septembre 1985 et le Barrage de Spitskop en Afrique du Sud le 23 février 1988, entre autres).

L'étude des crues revêt une importance capitale dans une analyse hydrologique et doit être menée avec précision pour éviter les erreurs de sous-estimation ou de surestimation, compromettant respectivement la sécurité de la structure et son environnement. Cela entraîne des évaluations significatives quant à son coût, lequel est lié à sa période de retour. Estimer les débits de crues et les volumes correspondants constitue l'étape initiale indispensable à une conception rationnelle des infrastructures de protection contre les crues et à la construction de barrages. Les méthodes d'évaluation sont diverses et dépendent de la variété et de la complexité des facteurs qui influent sur les crues.

Avant d'entamer toute étude sur les crues, il est primordial de définir ce qu'est une crue et quelles sont les principales variables à déterminer. Une crue se produit lorsqu'il y a une ou plusieurs augmentations rapides et significatives du débit d'une rivière, maintenant ce débit au-dessus d'un seuil donné. Une crue est considérée comme simple si elle présente une seule pointe, mais elle est qualifiée de complexe si elle présente plusieurs pointes, comme illustré dans la figure 4.1.

Le choix du seuil dépend de l'importance du cours d'eau. Très souvent, ce seuil est estimé égal à la moyenne interannuelle de l'écoulement c'est à dire que toute crue dont le coefficient de l'écoulement moyen est supérieur ou égal à celui de l'écoulement moyen interannuel du cours d'eau est considérée comme crue et peut faire l'objet d'une étude précise.



Figure 4.1. Crue simple et crue complexe

Il y a un intérêt croissant pour l'utilisation de l'analyse économique afin de guider le choix du niveau de crue lorsqu'il y a un risque pour des vies humaines. Plusieurs interrogations se posent concernant l'estimation de ce niveau de crue, notamment :

- Quel est l'objectif des estimations des probabilités de crues ?
- Quelle méthode convient le mieux ?
- Peut-on avoir confiance en elles ? Quelles sont leurs limites ?

Le choix du débit maximal peut découler soit d'une évaluation des conséquences, soit il est préétabli et ne doit pas être dépassé, cela dépend de l'utilisateur. Il existe plusieurs méthodes disponibles, avec un large éventail de choix, certains pays ayant même normalisé leur méthode d'estimation.

Ces méthodes peuvent être regroupées en deux catégories principales :

- Les méthodes déterministes (empiriques et semi-empiriques) qui ne prennent pas correctement en compte les risques.
- Les méthodes probabilistes.

4.2. Choix d'une méthode d'estimation des crues

L'estimation de la pluie maximale probable (PMP) reste un problème très difficile et ne ressortit pas d'une science exacte.

Un grand nombre de méthodes sont valables et ne donnent qu'une estimation relative de la grandeur de la crue que ce soit son débit de pointe, son volume ou son hydrogramme.

Facteurs influençant le choix de la méthode d'estimation

Plusieurs facteurs peuvent entrer en jeu quant au choix de la méthode d'estimation, entre autres :

- Facteurs climatiques : averse (intensité, variabilité) ; climat (répartition saisonnière...) ; Orientation du bassin versant par rapport aux vents dominants ;
- Caractéristiques physiques du bassin versant : altitude, topographie, forme, géologie, pédologie, végétation conditionnent la vitesse de ruissellement

- Variabilité de l'écoulement.
- Disponibilité des données : type de données, taille des séries, importance spatiale du réseau d'observations, fiabilité des données, variations saisonnières enregistrées, données de crues historiques ;
- Expérience résultant des ruptures des barrages provoqués par les crues
- Règlement et normes : Dans ce cas, de nombreux pays imposent la probabilité de la crue de projet en fonction de diverses catégories de barrages
- Projet : taille, importance et les conséquences s'il y a rupture.
- Facteurs économiques : L'analyse économique des risques est devenue très importante dans l'évaluation des projets.

4.3. Détermination des hydrogrammes probables par la méthode synthétique ou méthode des isochrones.

Cette méthode développée par Larrieu est basée sur la concentration des eaux du bassin versant et le tracé des isochrones. Certaines hypothèses sont admises quant à son application :

- Répartition uniforme de l'averse génératrice de la crue sur le bassin versant.
- Vitesse de transfert des eaux est constante de l'amont à l'aval.
- Formule de Giandotti reste valable pour le calcul du temps de concentration.
- Pluie efficace est calculée à partir d'une réduction des pertes

La construction de l'hydrogramme de crue probable passe par la détermination du débit maximum correspondant.

Construction d'un réseau d'isochrones

L'isochrone est une ligne, un lieu géométrique de points tels que le temps de parcours d'une goutte d'eau depuis chacun de ces points jusqu'à l'embouchure est le même.

L'isochrone la plus éloignée représente le temps de concentration du bassin, c'est-à-dire que le temps mis pour que toute la surface du bassin contribue à l'écoulement dans l'exutoire après une averse supposée homogène. Le tracé du réseau consiste :

- Diviser le réseau d'écoulement en segments de longueur constante à partir de l'embouchure jusqu'à la partie amont des plus petits talwegs tributaires ;
- Après numérotation, chacun des points est caractérisé par 3 paramètres :
 - La distance à l'embouchure ;
 - L'élévation relative
 - Le temps de parcours de l'eau ; c'est ce paramètre qui apparaît sur la carte topographique du bassin versant.

- Tracer de façon aléatoire un certain nombre de points éparpillés sur le bassin et à partir de chacun, on dessine le parcours probable de l'eau (c'est-à-dire une ligne de pente maximale) jusqu'à la rencontre du cours d'eau ou de l'un des talwegs.

Une fois que tous les points sont identifiés par le temps de parcours, le tracé du réseau d'isochrones est déterminé par interpolation (Figure. 4.2).

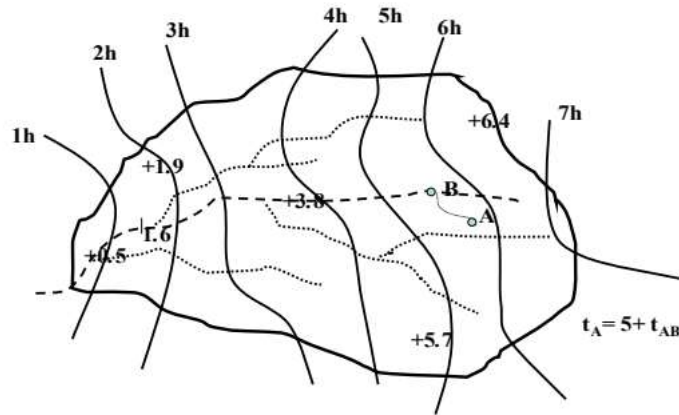


Figure 4.2. Tracé d'un réseau d'isochrones

Calcul du débit maximum

Pour l'application de la méthode, il faut tracer les isochrones sur le bassin versant (Fig. 4.2).

Le débit est donné par la formule suivante:

$$Q_{max} = \frac{S_{max} * I_{eff}}{3.6}$$

Avec : S_{max} : Surface maximum débitante (Km²)

I_{eff} : Intensité efficace (mm/h) ;

$$I_{eff} = \frac{P_{eff}}{t_{eff}}$$

Ou : P_{eff} : Pluie efficace en mm

t_{eff} : Temps efficace en heure

Les isochrones sont tracées sur le bassin versant après avoir calculé la vitesse de transfert des eaux V_t , défini comme étant le rapport entre la longueur du cours d'eau principal et le temps de concentration des eaux. Elle est exprimée en général en Km/h.

Les surfaces débitantes S_i sont déterminées par planimétrie.

Ces surfaces sont déterminées pour chaque pas de temps, comme le montre le tableau 4.1.

(Exemple $t_c=5h$).

Tableau 4.1. Surfaces débitantes (Km²)

S _i T h	S1	S2	S3	S4	S5	S _{max} débitante
1	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₁
2		S _{1+ S2}	S _{2+ S3}	S _{3+ S4}	S _{4+ S5}	S _{1+ S2}
3			S _{1+ S2+ S3}	S _{2+ S3+ S4}	S _{3+ S4+ S5}	S _{1+ S2+ S3}
4				S _{1+ S2+ S3+ S4}	S _{2+ S3+ S4+ S5}	S _{1+ S2+ S3+ S4}
5					S _{1+ S2+ S3+ S4+ S5}	S _{1+ S2+ S3+ S4+ S5}

Pour connaître le débit maximum, il faut connaître l'intensité efficace (Tab. 4.2). La pluie

nette P_{net} = P_{maxt,p%}

Avec :

$$P_{maxt,p\%} = P_{maxj,p\%} \left(\frac{t}{24}\right)^b$$

La pluie maximale journalière probable P_{maxj,p%}, est déterminée par ajustement des pluies maximales journalières à une loi statistique (Gumbel, log-normale.....).

Tableau 4.2. Détermination du débit maximum probable Q_{maxp%}

S _{max} débitante km ²	Durée averse T (h)	Pluie nette P _{net} mm	Déficit d'écoulement D mm	Pluie efficace P _{eff} =P _{net} -D mm	Int. Efficace I _{eff} mm/h	Q _{max,=I_{eff}. S^{3,6} m³/s}
S ₁	1					Q ₁
S _{1+ S2}	2					Q ₂
S _{1+ S2+ S3}	3					Q ₃
S _{1+ S2+ S3+ S4}	4= tm	←	←	←	I _{eff} max	Q _{4= Q_{max}}
S _{1+ S2+ S3+ S4+ S5}	5					Q ₅

Le déficit d'écoulement est déterminé par les méthodes empiriques ou semi empiriques s'il n'est pas connu dans la région d'étude.

La valeur maximale des débits (ex: 4) est le débit maximum de pointe, pour une durée de l'averse de 4h (temps de pointe de la crue) et une surface débitante maximale (S=S₁+S₂+S₃+S₄).

Connaissant le débit de pointe, il faut déterminer l'hydrogramme de crue.

Calcul des ordonnées de l'hydrogramme synthétique

Les ordonnées de l'hydrogramme de crue probable sont calculées par la formule :

$$Q_{max,p\%} = \frac{I_{eff,max} \sum_{i=1}^n S_i}{3.6} = a * \sum_{i=1}^n S_i$$

et sont représentés dans le tableau 4.3

Ieff (tmax) : constante, elle correspond au débit de pointe donc au tmax ou tm (temps de montée)

La somme des Si reste à définir, pour la détermination du temps de base de la crue.

Le temps de base de la crue est de 9h dans cet exemple.

Tableau 4.3. Ordonnées de l'hydrogramme de crue

Durée de la crue t en h	$\sum S_i$ (km ²)	$Q_{max,i}$ m ³ /s
1	S ₁	Q ₁ =a S ₁
2	S ₁₊ S ₂	Q ₂ =a (S ₁₊ S ₂)
3	S ₁₊ S ₂₊ S ₃	Q ₃ =a (S ₁₊ S ₂₊ S ₃)
4= tm	S ₁₊ S ₂₊ S ₃₊ S ₄	Q ₄ =a (S ₁₊ S ₂₊ S ₃₊ S ₄)=Q _{max}
5	S ₂₊ S ₃₊ S ₄₊ S ₅	Q ₅ =a (S ₂₊ S ₃₊ S ₄₊ S ₅)
6	S ₃₊ S ₄₊ S ₅	Q ₆ =a (S ₃₊ S ₄₊ S ₅)
7	S ₄₊ S ₅	Q ₇ =a (S ₄₊ S ₅)
8	S ₅	Q ₈ =a S ₅
9	0	Q ₉ =0

4.4. Détermination des hydrogrammes probables par la méthode de Sokolovsky

Sokolovsky considère que l'hydrogramme de crue présente 2 branches de **courbe**, l'une pour la montée et l'autre pour la décrue. Chacune d'elle a sa propre **équation**

Pour la montée :

$$Q_m = Q_{max,p\%} * \left(\frac{t}{t_m}\right)^n$$

Pour la décrue :

$$Q_d = Q_{max,p\%} * \left(\frac{t_d - t}{t_d}\right)^m$$

Avec : n = 2 et m = 3

Le débit maximum probable (Q_{max,p%}) est donnée par la formule de Sokolovsky

$$Q_{max,p\%} = 0.28 * \frac{(X_{p\%,tc} - H_0) \alpha_{p\%} * S * f}{t_m = t_c}$$

Avec :

H₀ : pertes initiales en mm

α_{p%} : coefficient de ruissellement pour la crue probable

S : surface du bassin versant en Km²

f : coefficient de forme de la crue

t_c : temps de concentration du bassin versant en h

X_{tc,p%} : précipitation en mm ,de probabilité p% correspondant à un temps t_c

0.28 : coefficient de changement d'unité

Le coefficient de forme de la crue peut être calculé par la formule :

$$f = \frac{12}{4 + 3\delta}$$

$S \leq 50 \text{ Km}^2$ on a $\gamma = 2$

- pour des petits bassins non boisé, sol peu perméable,
on a $\gamma = 2 \div 2.5$
- pour bassin versant boisé, sol perméable on a $\gamma = 3 \div 4$

Le temps de base $T_b = t_m + t_d$ avec $t_d = \gamma t_m$

$X_{tc,p\%}$ peut être calculé par la formule de Montanari

$$X_{tc,p\%} = X_{maxj,p\%} * \left(\frac{t}{24}\right)^b$$

En supposant que les pluies maximales journalières suivent la loi log-normale, on peut calculer $X_{maxj,p\%}$ par la formule donnée par Sokolov

$$X_{maxj,p\%} = \frac{\overline{X_{maxj,p\%}}}{\sqrt{Cv^2 + 1}} e^{up\% \sqrt{\ln(Cv^2 + 1)}}$$

Avec :

$up\%$: variable réduite de Gauss

Cv : coefficient de variation de la série des pluies

$X_{maxj,p\%}$: moyenne interannuelle des pluies journalières maxima

Cv : coefficient de variation de la série des pluies maxima journalières

Connaissant $t_m = t_c$; t_d et $Q_{max,p\%}$; on peut tracer facilement les différents hydrogrammes de crues pour différentes périodes de retour (Figure 4.3)

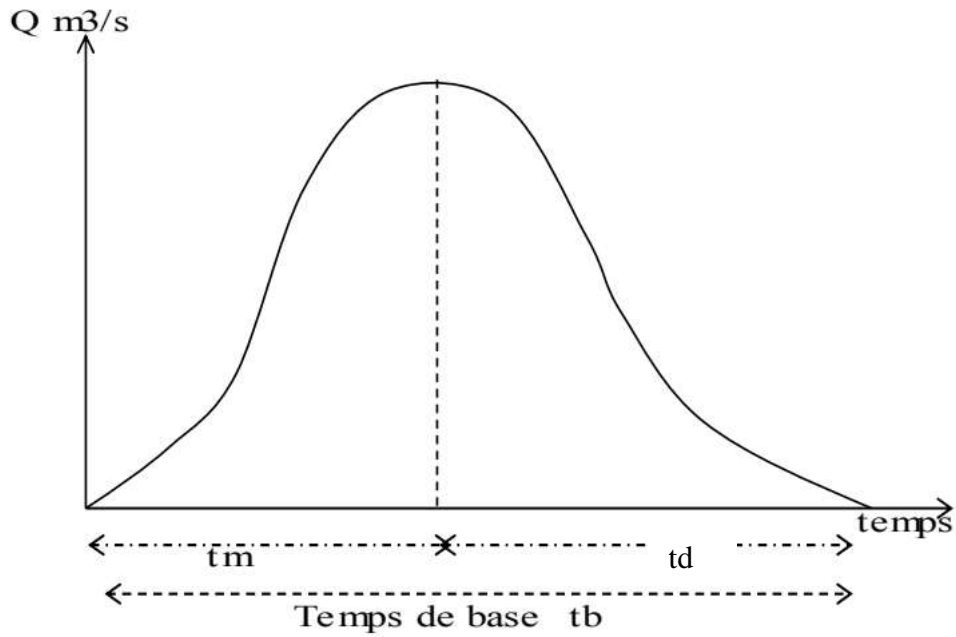


Figure 4.3. Hydrogramme de crue par Sokolovsky

4.5. Formules empiriques pour le calcul du débit maximum probable

En absence de données, on a recours aux formules empiriques ; seulement celles-ci sont à appliquer avec précaution. Plusieurs formules sont utilisées pour le calcul du débit maximum probable, qu'il faudrait utiliser avec précaution.

4.5.1. Formule d'ISKOVSKI

$$Q_{max} = n * m * \bar{P} * A$$

Q_{max} : débit exprimé en m³/s

P : Précipitation moyenne interannuelle en mm

A : Surface du bassin versant en Km²

n : coefficient caractérisant la morphologie du bassin versant et le type de sol (Tab.4.5).

m : coefficient variant de 1 à 10 suivant l'étendue du bassin versant (Tab.4.6).

Tableau 4.5. Valeur du coefficient n

Nature du bassin versant	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4
BV de Plaine	0.030	0.055	-	-
BV de collines	0.035	0.070	0.125	-
BV de moy. Montagne	0.040 à 0.055	0.082 à 0.140	0.155 à 0.210	0.40 à 0.55
BV de grandes montagnes	0.060 à 0.080	0.160 à 0.210	0.360 à 0.600	0.60 à 0.80

Type 1 : Sols Très perméables recouvert de végétation ordinaires et sols variés à forte végétation ;

Type 2 : Sols à perméabilité moyenne

Type 3 : Sols peu perméables recouvert de végétation ordinaire et terrains fortement inclinés

Type 4 : Sols imperméables avec peu ou sans végétation.

Tableau 4.6. Valeur du coefficient m

A (km ²)	1	10	20	50	100	200	500	1000	25000
m	10.00	9.5	9.00	7.95	7.40	6.87	5.90	4.70	1.00

4.5.2. Formule de Mallet –Gauthier

Dans leur étude sur les problèmes de l'eau en Algérie, ils ont établi une formule exprimant le débit maximum de crue en fonction des précipitations, de la surface du bassin versant et d'un coefficient K caractéristiques géographique et climatique du bassin versant.

$$Q_{max,p\%} = 2.K.\log(1 + 20\bar{H}) \frac{S}{\sqrt{L}} \sqrt{1 + 4\log T - \log S}$$

Avec :

K : Constante comprise entre 1 ÷ 3

H : Précipitation moyenne interannuelle en m

S : surface du bassin versant en Km²

L : Longueur du talweg principal en Km

T : période de retour.

4.5.3. Formule de Turraza

Cette formule utilise l'intensité moyenne maximale des précipitations déterminée sur un intervalle de référence égal au temps de concentration du bassin versant.

$$Q_{max,p\%} = \frac{C.\bar{i}_{tc}.A}{3.6}$$

Avec :

A : Surface du bassin versant

\bar{i}_{tc} : Intensité moyenne maximale des précipitations pendant une durée égale au temps de concentration en mm/h

C : Coefficient de ruissellement de la crue considérée pour une probabilité P%

P = 10% C = 0.6

P = 1 % C = 0.7

P = 0.1% C = 0.8

4.5.4. Formule de Giandotti

$$Q_{max,p\%} = \frac{C.S.h_{tc,P\%} \cdot \sqrt{h_{moy} - h_{min}}}{4\sqrt{S} + 1.5L}$$

Avec :

S : Surface du bassin versant en Km²

L : longueur du talweg principal en Km

h_{moy} : Altitude moyenne en m

h_{min} : Altitude minimale en m

h_{tc,p%} : Lamme d'eau précipitée pour une probabilité donnée et d'une durée égale au temps de concentration des eaux .

C : Coefficient topographique variant entre 66 et 166.

4.5.5. Formule de Fuller

Fuller est l'un des premiers à introduire la notion fondamentale de la variation du débit maximum probable en fonction de la période de retour T.

$$Q_t = Q_1 (1 + 0.8 \log T)$$

Q(T) : maximum de débit journalier qu'on a des chances de retrouver une fois au cours d'une période de T années (débit journalier de fréquence 1/T).

Q₁ : moyenne des débits maxima journaliers (moyenne des crues annuelles)

La formule de Fuller permet d'établir les débits de crue le plus probable pour des fréquences respectives 10%, 1% et 0.1%, soit :

$$Q_{10\%} = 1,8 Q_1 \quad \text{pour la crue décennale (T = 10 ans)}$$

$$Q_{10\%} = 2,6 Q_1 \quad \text{pour la crue centennale (T = 100 ans)}$$

$$Q_{10\%} = 3,4 Q_1 \quad \text{Pour la crue millénaire (T = 1000 ans)}$$

$$Q_{10\%} = 4,2 Q_1 \quad \text{pour la crue dimillénaire (T = 10000 ans)}$$

Pour passer de ces débits moyens maxima journaliers aux débits instantanés de pointe, Fuller propose la formule suivante :

$$Q_{maxj,p\%} = Q_{p\%} \left(1 + \frac{2.66}{A^{0.33}} \right)$$

Avec :

A : Surface du bassin versant en Km²

Q_{p%} : débit moyen maximum journalier de probabilité P%

4.6. Etudes de cas

4.6.1. Estimation des crues de projet par l'utilisation des formules empiriques

Le bassin versant étant l'aire de réception des précipitations et d'alimentation des cours d'eau, les débits vont être en partie reliés à sa surface. La surface du bassin versant a été mesurée à l'aide d'un planimètre.

La superficie (S) drainée déterminée par planimétrie ou en utilisant l’outil informatique (après scanner de la carte topographique ou en exploitant l’image satellitaire) est égale à **15.45 Km²**.

Le périmètre (P) délimité, stylisé et mesuré au curvimètre ou en utilisant l’outil informatique (après scanner de la carte topographique ou en exploitant l’image satellitaire) présente une longueur de **17.93 Km**.

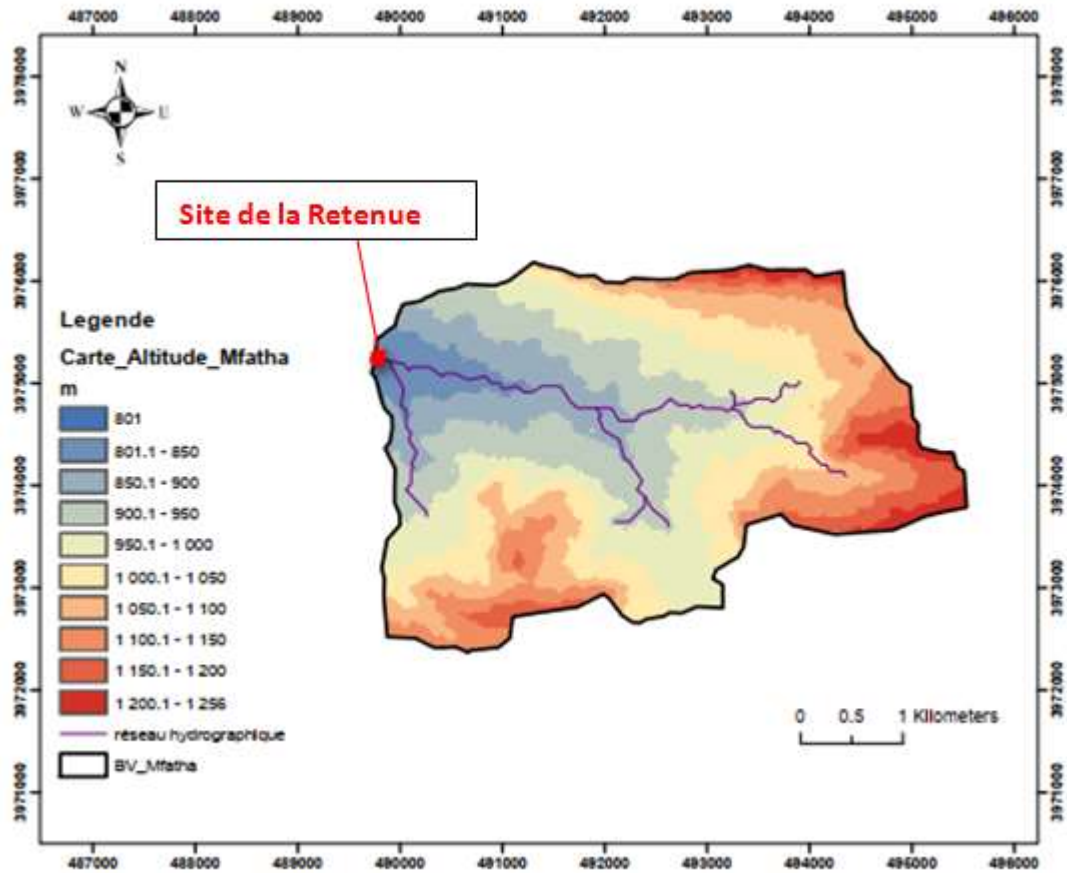


Figure 1. Délimitation du bassin versant de l’Oued Aroua commune de M’FATHA.

Tableau 1 : Caractéristiques principales du bassin versant de l'oued Aroua

Paramètres	Symbole	Unité	Valeur
Superficie	A	Km ²	15.45
Périmètre	P	Km	17.93
Indice de compacité	K _c	/	1,28
Altitude moyenne	H _{moy}	m	1005
Altitude maximale	H _{max}	m	1256
Altitude minimale	H _{min}	m	801
Altitude à 5%	H _{5%}	m	1195
Altitude à 95%	H _{95%}	m	880
Longueur de cours d'eau principal	L _p	Km	5.85
Densité de drainage totale	D _d	Km/Km ²	0,65
Pente moyenne de l'oued Aroua	I _{c moy}	m/m	0.077
Coefficient de torrentialité	C _t	/	0,59
Temps de concentration	T _c	Heures	1.80

- Pluies journalières maximales

L'estimation des pluies journalières est souvent génératrice de crues exceptionnelles. Pour cela, il est important d'effectuer un ajustement statistique d'une loi théorique à la série d'observations afin de déterminer les précipitations maximales journalières fréquentielles. Le traitement des données a été fait à l'aide du logiciel «HYDROLAB».

Ajustement des pluies maximales journalières à la loi de GALTON

Les Paramètres statistiques de l'échantillon sont :

- Nombres des échantillons : n=29 ans
- La moyenne $\bar{P}_{\max j} = 37,60$ mm
- L'écart type $\sigma = 18,84$
- Coefficient de variation $Cv = \sigma / \bar{P}_{\max j} = 0,70$

Les valeurs de la pluie maximale journalière pour différentes périodes de retour sont les suivants :

Tableau 2. valeurs de la pluie maximale journalière

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
\bar{P}_{maxj} (mm)	113.48	100.12	90.28	80.64	58.89	48.79	34.05

Ajustement à une loi Log-normale

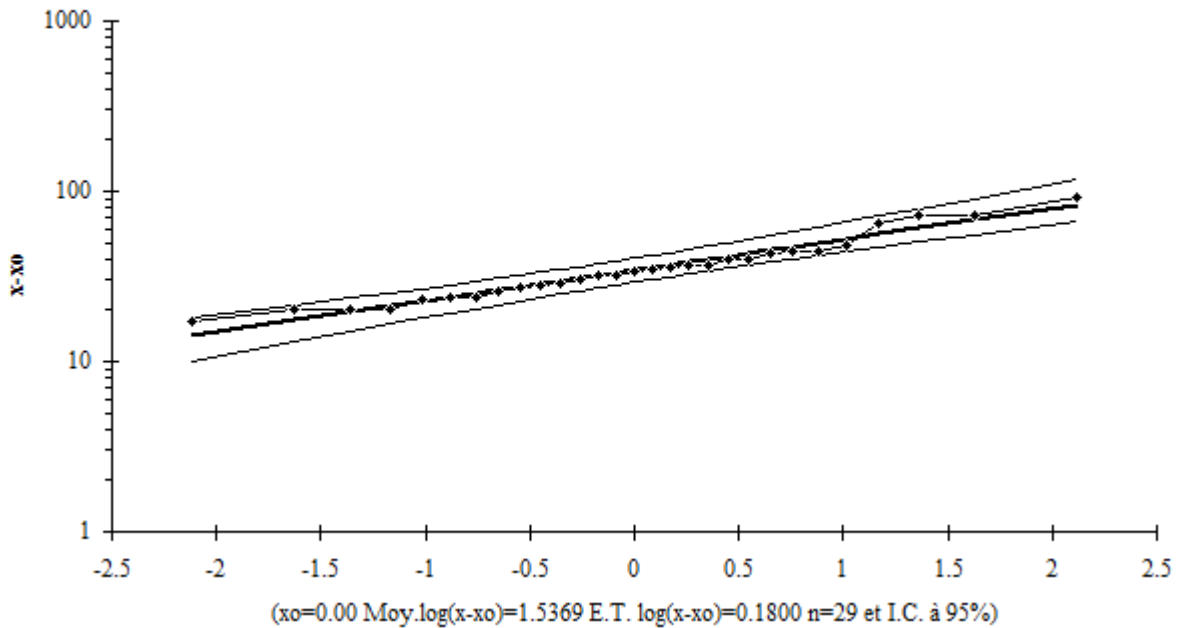


Figure 2. Ajustement à la loi de Galton

Pluies de courte durée

Pour une période donnée, la quantité de pluie tombée en un temps (t) est déterminée par la formule suivante :

$$P_{maxt,P\%} = P_{maxj,P\%} \left(\frac{t}{24} \right)^b$$

Avec : $P_{maxt,P\%}$: Pluie de courte durée pour une fréquence donnée (mm).

$P_{maxj,P\%}$: Pluie maximale journalière pour la même fréquence (mm).

t : Durée de pluie (h).

b : Exposant climatique ; b = 0,26

L'intensité des pluies $I_t = \frac{P_{tc}}{t}$

Les résultats du calcul sont regroupés dans les tableaux suivant :

Tableau 3. Pluies de courtes durées correspondant au temps de concentration de sous bassin

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
\bar{P}_{maxj} (mm)	113.48	100.12	90.28	80.64	58.89	48.79	34.05
P_{tc} (mm)	57.87	51.06	46.04	41.12	30.03	24.88	17.36

Etude des crues

1. Débits maximaux fréquentiels

Formule de TURAZZA

L'une des formules les plus utilisées est celle de TURAZZA qui s'exprime de la manière suivante :

$$Q_{p\%} = C \times I_{p\%} \times S$$

Où : $Q_{p\%}$ = Débit maximum de fréquence (P%)

C = Coefficient de ruissellement lié à la probabilité d'occurrence

$I_{(P\%)}$ = Intensité de la pluie de fréquence (P%) pour une durée égale au temps de concentration T_c .

S = Superficie du bassin versant.

D'après son auteur, il est recommandé d'affecter les valeurs suivantes au coefficient (C).

Tableau 4. Les valeurs de coefficient (C).

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
P_{tc} (mm)	57.87	51.06	46.04	41.12	30.03	24.88	17.36
C	0,75	0,725	0,7	0,65	0,625	0,55	0,525

Rappelons que :

$$I_{p\%} = \frac{P_{tc(p\%)}}{T_c}$$

Tableau 5. Intensité de la pluie de fréquence (P%) pour une durée égale au temps de concentration T_c .

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
P_{tc} (mm)	57.87	51.06	46.04	41.12	30.03	24.88	17.36
I_p (%)	32.15	28.37	25.58	22.84	16.68	13.82	9.64

Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau suivant :

Tableau 6. Débits fréquentiels obtenus par la méthode Turraza

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
P _{tc} (mm)	57.87	51.06	46.04	41.12	30.03	24.88	17.36
I _p (%)	32.15	28.37	25.58	22.84	16.68	13.82	9.64
Q _{p%} (m ³ /s)	103.48	88.27	76.85	63.71	44.74	32.62	21.72

Formule de SOKOLOVSKY:

$$Q_{\max} = \frac{0,28 P_{tc\%} C_e S}{t_m} * f$$

f : coefficient de forme de la crue , $f = \frac{12}{4+3\gamma}$ (), on prend $\gamma=2,50$ d'où $f=1.04$

hydrogramme triangulaire

Tableau 7. Coefficient de forme

γ	2,0	2,5	3,0	4,0
f	1,20	1,04	0,92	0,75

t_m : temps de montée, en heures où $t_m = f (t_a)$

t_a : étant la durée de l'averse $t_a = t_c, = t_m$ cas des petits bassins versants

C_e : Coefficient de ruissellement en fonction de la fréquence,

Tableau 8. Débits fréquentiels obtenus par la méthode Sokolovsky

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
C _e	0,75	0,725	0,7	0,65	0,6	0,55	0,525
P _{tc} %(mm)	57.87	51.06	46.04	41.12	30.03	24.88	17.36
Q _{maxp%} (m ³ /s)	108.48	92.53	80.55	66.80	45.03	34.20	22.78

Formule régionale ANRH

Les études hydrologiques effectuées à l'échelle régionale (Nord Algérie) ont permis à Drouhin, Mallet et Paquant de proposer une relation empirique issue des lois de Gibrat-Galton Gauss et de la relation de Séjourne, munie d'un terme correctif.

La formule que nous donnons ci-dessous ne peut s'appliquer que si T est supérieur ou égal à 50 ans. Cette formule s'écrit :

$$Q_T = \gamma_T . S . K . \ln(1 + AP) . \left(\frac{S}{L}\right)^{0.25}$$

$$\gamma_T = 2S^{-0.25} \sqrt{1 + 4 \ln T - \ln S}$$

En exprimant la crue Q crue en m3/s, la hauteur moyenne interannuelle «P» en mètre, la surface « S » du bassin versant en km², la longueur de ce bassin «L »en km, «T » en années, on peut prendre en Algérie pour un bassin normal « K=1 et A=20 »; A et K sont des coefficients géographiques.

Tableau 9. Débits fréquentiels obtenus par la méthode ANRH

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
γ_T	4.84	4.45	4.12	3.76	2.76	2.19	1.02
Qmaxp% (m3/s)	65.55	55.93	48.59	41.29	24.56	17.05	6.06

Choix du débit de crues (débit de dimensionnement)

D’après les résultats obtenus par les différentes méthodes de calcul de débit de crues, on remarque que les valeurs obtenues par la méthode de SOKOLOVSKY et celle de TURRAZA sont très proches l’une de l’autre et cela pour les différentes fréquences de calcul.

On remarque que les résultats obtenus par la méthode ANRH sont relativement petits par rapport aux autres valeurs.

Pour ces raisons de sécurité, on opte pour les valeurs trouvées par la méthode de SOKOLOVSKY comme débits de dimensionnement.

Tableau 10. Débits fréquentiels arrêtés pour les calculs

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
Qmaxp% (m3/s)	108.48	92.53	80.55	66.80	45.03	34.20	22.78

Les volumes des crues maximales pour un temps de retour donné sont calculés à l’aide de la formule suivante :

$$V_{\max \%} = \frac{(Q_{\max \%} \times T_c)}{F} \text{ (m}^3\text{)}$$

Q_{max} % = Débit de crue maximale pour une fréquence donnée (m³/s)

T_c = Temps de concentration (s)

F = Coefficient de forme de l’hydrogramme de crue,

Tableau 11. Les volumes des crues maximales pour un temps de retour

Période de retour (ans)	500	200	100	50	10	5	2
Vmax (10 ³ m3)	732.24	624.58	543.71	450.90	303.95	230.85	153.76

Hydrogramme de crues

La schématisation géométrique proposée par SOKOLOVSKY pour le tracé des hydrogrammes de crues permet de pallier l’absence de stations de mesures hydrométriques. Cet auteur donne à l’hydrogramme de crue la forme d’une courbe fermée par deux paraboles jointes au sommet dont les équations sont les suivantes :

$$Q_t = Q_{\max} \left(\frac{t}{tm} \right)^m$$

Avec :

Qt = Débit à l’instant t en heures après le début de la crue (m³/s)

Qmax = Débit maximal de la crue (m³/s)

tm = Temps de montée de la crue en heures. L’auteur préconise pour les petits bassins tm = Tc

m = Exposant de la parabole, pour les crues pluviales m = 2.

Equation de la courbe de décrue :

$$Q_{(t')} = Q_{\max} \left(\frac{td - t'}{td} \right)^n \text{ (m}^3/\text{s)}$$

Avec :

Q(t') = Débit à l’instant t' en heures, après la pointe de la crue (m³/s)

td= Durée de la décrue en heures. $td = \delta \times tm$, pour les petits bassins peu perméables on prend $\delta = 2$ et donc $td = 2 \cdot tm$

n= Exposant de la parabole pour les crues pluviales, n = 3.

Le détail des calculs est reporté dans le tableau 12 et les hydrogrammes de crues pour différents temps de retour sont représentés sur la figure 8.

Tableau 12. Histogrammes de crues pour différentes périodes de retour.

Temps (min)	500	200	100	50	10	5	2
0	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
20	3.72	3.17	2.76	2.29	1.54	1.17	0.78
40	14.88	12.69	11.05	9.16	6.18	4.69	3.12
60	33.48	28.56	24.86	20.62	13.90	10.56	7.03
80	59.52	50.77	44.20	36.65	24.71	18.77	12.50
100	93.00	79.33	69.06	57.27	38.61	29.32	19.53
108	108.48	92.53	80.55	66.80	45.03	34.20	22.78
110	94.10	80.26	69.87	57.95	39.06	29.67	19.76
120	81.05	69.13	60.18	49.91	33.64	25.55	17.02
130	69.27	59.08	51.43	42.65	28.75	21.84	14.55
140	58.68	50.06	43.58	36.14	24.36	18.50	12.32
150	49.24	42.00	36.56	30.32	20.44	15.52	10.34
160	40.87	34.86	30.34	25.16	16.96	12.88	8.58
170	33.50	28.57	24.87	20.63	13.91	10.56	7.03
180	27.08	23.10	20.11	16.67	11.24	8.54	5.69
190	21.53	18.37	15.99	13.26	8.94	6.79	4.52
200	16.80	14.33	12.48	10.35	6.97	5.30	3.53
210	12.82	10.94	9.52	7.89	5.32	4.04	2.69
220	9.52	8.12	7.07	5.86	3.95	3.00	2.00
230	6.85	5.84	5.08	4.22	2.84	2.16	1.44
240	4.73	4.03	3.51	2.91	1.96	1.49	0.99
250	3.09	2.64	2.30	1.91	1.28	0.98	0.65
260	1.89	1.61	1.40	1.16	0.78	0.60	0.40
270	1.05	0.89	0.78	0.65	0.43	0.33	0.22
280	0.50	0.43	0.37	0.31	0.21	0.16	0.11
290	0.19	0.16	0.14	0.12	0.08	0.06	0.04
300	0.04	0.04	0.03	0.03	0.02	0.01	0.01
310	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
324	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

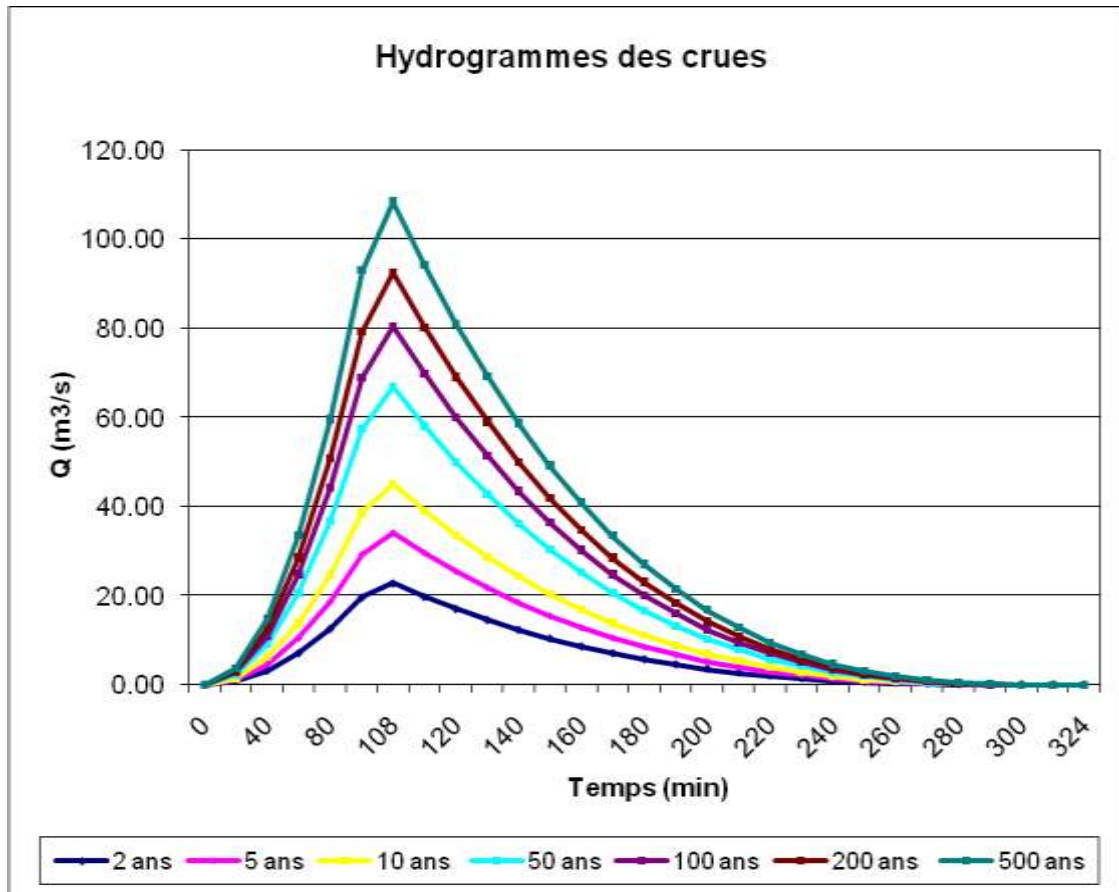


Figure 3. Hydrogrammes de crues

4.6.2. Estimation sommaire des crues de projet sur l'Algérie du nord

L'Agence Nationale des Ressources Hydrauliques a confié une étude générale des crues du Nord de l'Algérie au groupement ENHYD – STUCKY Ingénieurs Conseils avec l'appui scientifique de l'Université de Nice - Sophia Antipolis. L'ANRH dispose ainsi des moyens d'évaluer rapidement les caractéristiques des crues de période de retour de 2 à 1000 ans en tout point du Nord de l'Algérie. Cette démarche valorise toute l'information disponible car elle s'appuie sur les mesures faites sur plus de 120 stations de jaugeage, de 140 pluviographes et 1400 pluviomètres et sur un modèle numérique de terrain de la zone d'étude. Le rapport a été remis en janvier 2009 à l'ANRH, où il est consultable. Nous présentons ici un document Excel synthétisant les principaux résultats de ce travail et permettant une estimation sommaire des crues de projet sur les bassins non jaugeés de l'Algérie du Nord. Soit à répondre à la problématique suivante : quelles peuvent être les caractéristiques d'une crue de projet pour des périodes de retour 100 ans et 500 ans sur un bassin versant de 145 km² situé au nord d'El Kantara dans les Aurès et avec une pente longitudinale de 1.5%. Il vous suffit d'ouvrir de document Crues de projet d'Algérie.xlsx situé dans le dossier Hydrolab2016 et la feuille Evaluation de la Crue. Cette feuille est destinée à recevoir les informations indispensables à

l'évaluation de la crue de projet. Ces informations sont à inscrire dans les cellules surlignées de jaune. Elles sont au nombre de 6 au minimum :

1. La surface du bassin versant (en km²) ;
2. La pente longitudinale du thalweg principal (sans unité) ;
3. La pluie journalière décennale
4. Le gradex des pluies journalières
5. Un coefficient correctif régional
6. La période de retour T de la crue à estimer

Une fois ces valeurs introduites les résultats apparaîtront dans les cellules surlignées de vert et dans les graphiques.

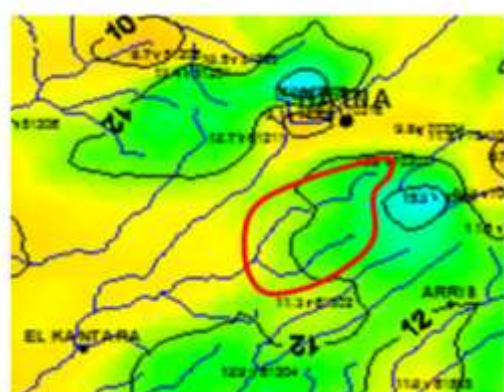
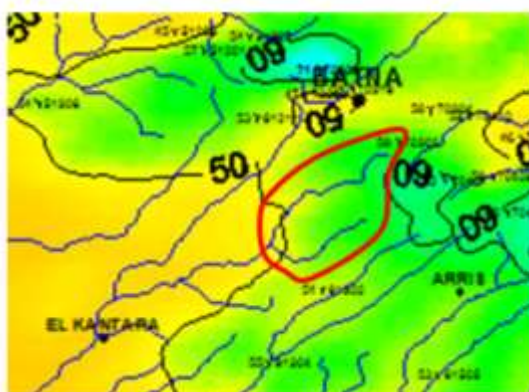
A l'ouverture de la feuille vous pourrez indiquer la surface, la pente et la période de retour désirée :

Caractéristiques du bassin versant	
Surface=	(km ²)
Pente=	(sans unité)
Paramètres pluviométriques moyens sur le bassin	
Pj(10)=	(mm/j)
g=	(mm/j)
Quelles sont éventuellement les correction locales ?	
r ₀₁ =r ₀₂ =	(sans unité)
Période de retour de la crue de projet	
T=	(en années)

Caractéristiques du bassin versant	
Surface= 140	(km ²)
Pente= 0.015	(sans unité)
Paramètres pluviométriques moyens sur le bassin	
Pj(10)=	(mm/j)
g=	(mm/j)
Quelles sont éventuellement les correction locales ?	
r ₀₁ =r ₀₂ =	(sans unité)
Période de retour de la crue de projet	
T= 100	(en années)

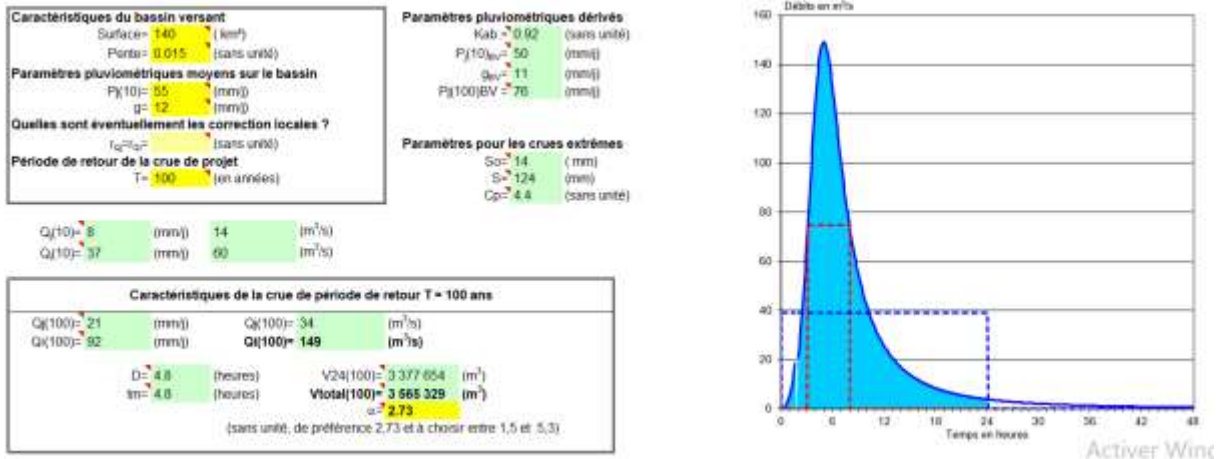
Vous remarquerez bien la façon d'introduire la pente 0.015

Pour connaître la pluie journalière décennale sur le bassin, il suffit d'ouvrir la feuille Carte des Pj10 et d'y consulter la position de bassin. En supposant que le bassin a le contour rouge, on estime que la pluie journalière décennale y est d'environ 55 mm (entre les courbes 50 et 60).



De même pour connaître le gradex des pluies journalières sur le bassin, il suffit d'ouvrir la feuille Carte des Gradex et d'y consulter la position de bassin. En supposant que le bassin a le contour rouge, on estime que le gradex y est d'environ 12 mm.

Après avoir introduit ces deux valeurs, vous aurez les estimations suivantes pour la crue de projet.



• **Caractéristiques essentielles de la crue centennale**

Les paramètres essentiels figurent en gras : une crue centennale atteignant en pointe 149 m³/s et représentant un volume de l'ordre de 3.5 millions de m³. La forme la plus probable de l'hydrogramme est celle donnée sur le graphique.

La précision est de l'ordre de 80% de chance pour que le rapport r= Q(T) vrai inconnu /Q(T) estimé, soit compris entre 0.5 et 2 et 50% de chance pour que r soit compris entre 2/3 et 3/2.

D'autres résultats intermédiaires permettent de mieux cerner la démarche.

• **Paramètres pluviométriques dérivés**

Pour les paramètres pluviométriques dérivés, on n'estime que le coefficient d'abattement Kab. Est de l'ordre de 0.92 (K(S)=1-0.007 √S avec S en km²). La pluie journalière décennale sur le bassin Pj(10) BV est donc de 50 mm (55*0.92) et le gradex de bassin gBV est de 11 mm (12*0.92). Enfin la pluie journalière centennale sur le bassin Pj(100) BV est de 76 mm.

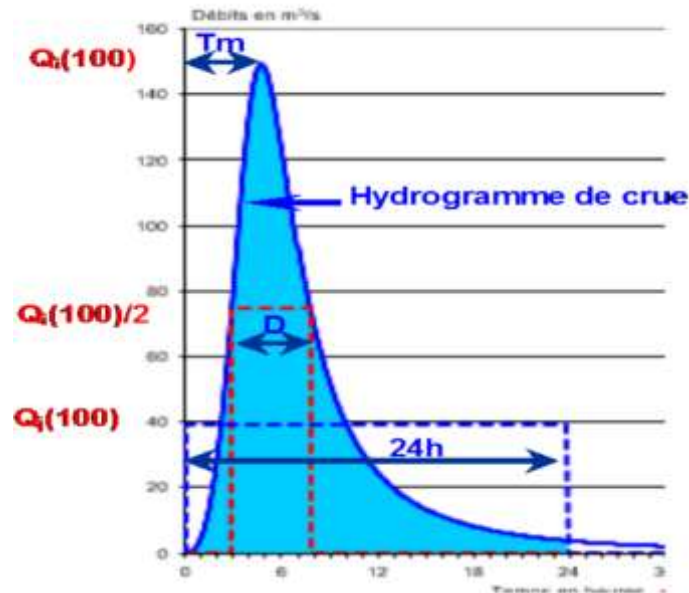
• **Paramètres pour les pluies extrêmes**

Le passage de la pluie au ruissellement est caractérisé par une fonction de production du S.C.S avec une interception initiale So de 14 mm et une interception totale maximale S de 124 mm. Ainsi l'écoulement moyen journalier décennal Qj(10) est de 8 mm, soit 14 m³/s.

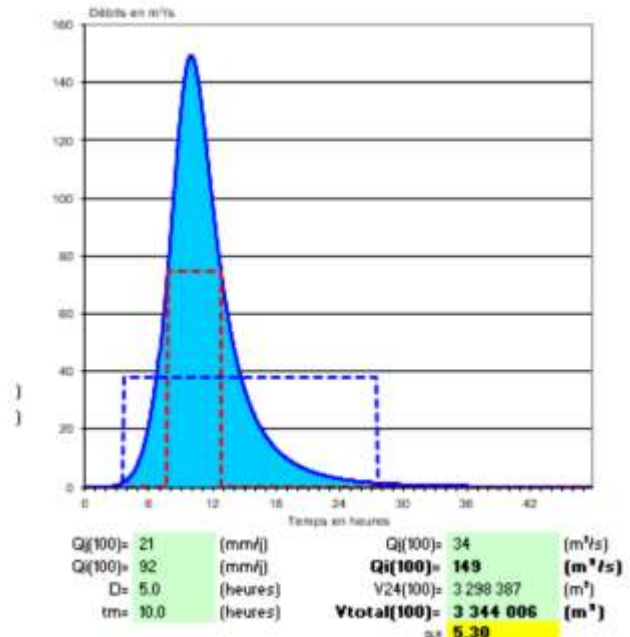
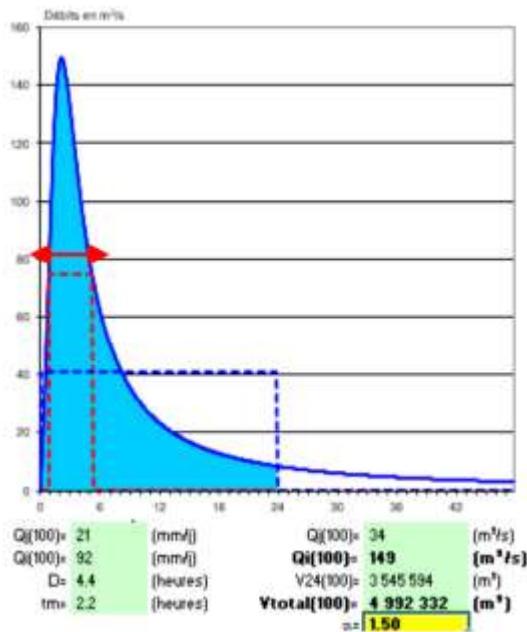
Le passage du débit moyen journalier au débit de pointe correspond à un coefficient multiplicatif Ae de 4.4, ainsi le débit de pointe de crue décennal sera de 60 m³/s. (soit 37 mm/j).

• **Autres caractéristiques de la crue centennale**

Le débit moyen journalier centennal $Q_j(100)$ est de l'ordre de 21 mm/j soit de $34 \text{ m}^3/\text{s}$. Le débit instantané de pointe centennale $Q_i(100)$ est de l'ordre de 92 mm/j soit de $149 \text{ m}^3/\text{s}$. On constate que le temps de montée t_m est d'environ 4.8 h, et qu'il en est du même temps caractéristique D . Ce temps représente la durée pendant laquelle le débit est resté à une valeur supérieure à la moitié du débit de pointe. Enfin, cette crue représente un apport total de $3\,565\,000 \text{ m}^3$ dont $3\,377\,000 \text{ m}^3$ écoulés en 24h.



Cette forme d'hydrogramme est celle que l'on rencontre le plus souvent sur les 120 bassins versants ayant servi au calage. Ceci correspond à un coefficient de forme α de 2.73 (coefficient de l'hydrogramme de Nash). Cependant, on a rencontré des valeurs de comprises entre 1.5 et 5.3 sans qu'il soit possible d'en identifier l'explication. Il vous est possible de modifier le coefficient α de façon à visualiser ce que pourrait être la forme de l'hydrogramme.



Voici les hydrogrammes extrêmes que l'on est susceptible de rencontrer. Ceci est important si l'on veut étudier le laminage de la crue.

A cet effet, il est possible d'exporter les résultats en choisissant le pas de temps et la durée. Comme le montre cet exemple on a extrait l'ensemble des résultats pour un pas de temps de 0.5 h et pour une durée totale de 15h. Il suffit de recopier les valeurs surlignées de vert pour les exporter vers n'importe quel logiciel de laminage, ou vers une autre feuille Excel pour pouvoir comparer différentes hypothèses.

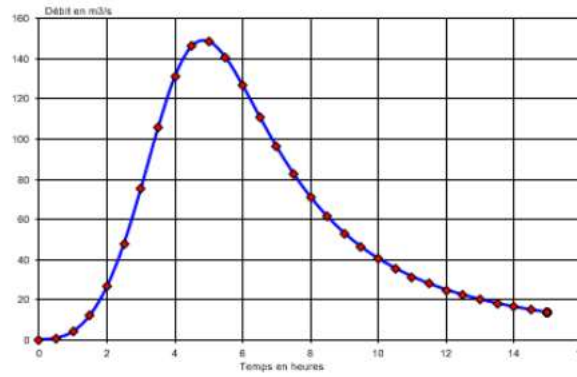
Hydrogramme de la crue pour T=100 ans

Pas de temps 0.5 (heure)
 Durée de l'hydrogramme 15 (heure)

Surface= 140 (km²)
 Pente= 0.015 (sans unité)
 P(10)= 55 (mm/j)
 g= 12 (mm/j)
 T= 100 (en années)
 r_q=r_{q0}= 1 (sans unité)
 α= 2.73 (sans unité)

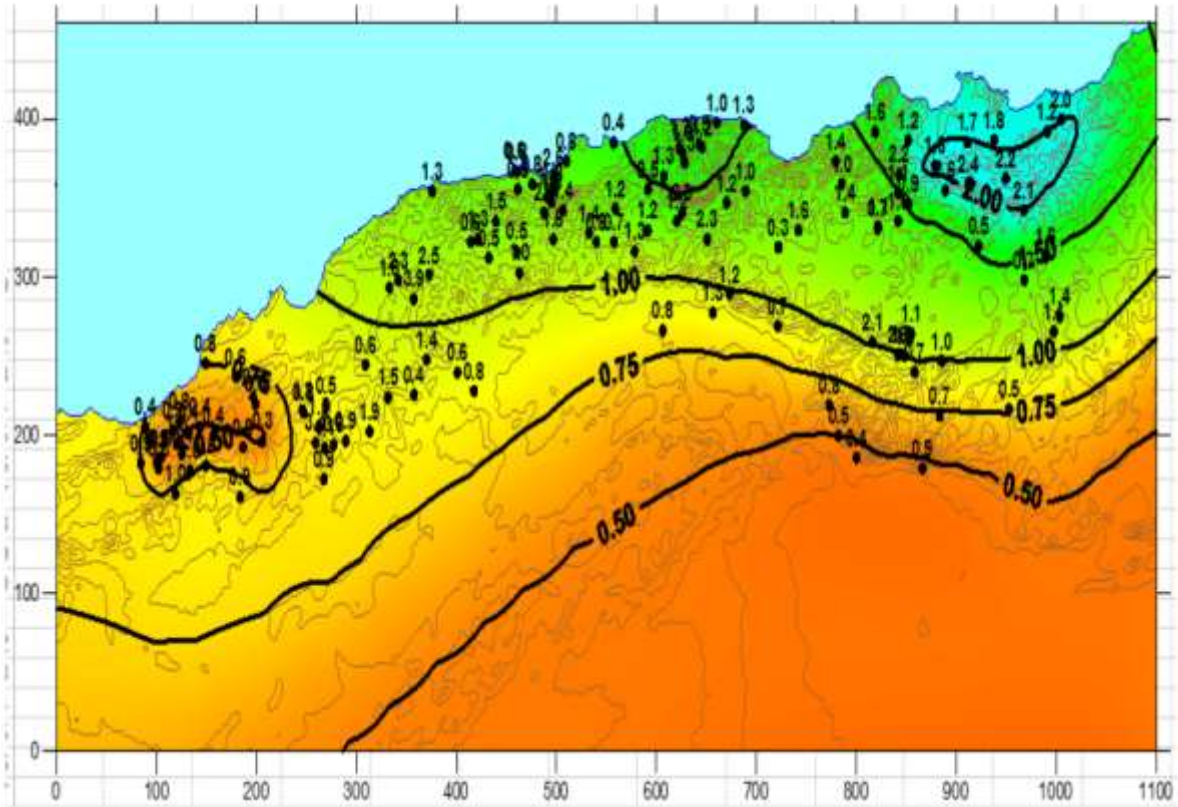
Débit de pointe = 149.28 (m³/s)
 Débit sur 24h = 39.09 (m³/s)
 Volume total = 3 565 329 (m³)
 T_m = 5 (heures)
 D = 5 (heures)

Temps(h)	Q (m ³ /s)
0	0
0.5	1
1	4
1.5	12
2	27
2.5	48
3	75
3.5	105
4	131
4.5	146
5	149
5.5	141
6	127
6.5	111
7	96
7.5	83
8	71
8.5	61
9	53
9.5	46
10	40
10.5	35
11	31
11.5	28
12	25
12.5	22
13	20
13.5	18
14	16
14.5	15
15	14



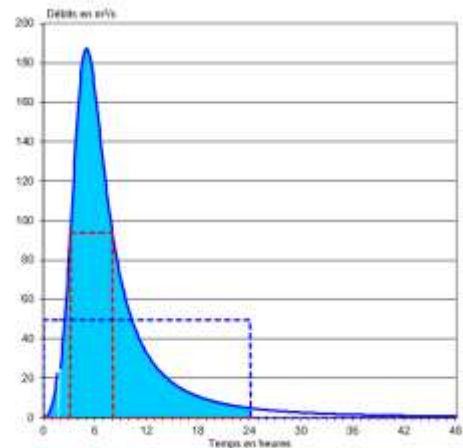
- Introduction d'une correction locale**

En ouvrant la feuille Carte des coefficients régionaux vous allez voir apparaître tous les rapports $r = Q(T) \text{ vrai à la station} / Q(T) \text{ estimé}$.



On constate sur cette carte une tendance à surestimer, les crues dans la zone sud et l'ouest algérien, au contraire on sous-estime les crues dans le Nord-Est. Manifestement notre bassin est situé entre les courbes iso valeurs 1 et 1.5. On introduira donc un coefficient correctif d'environ 1.25 pour obtenir une estimation plus fiable :

Caractéristiques du bassin versant Surface= 140 (km ²) Pente= 0.015 (sans unité) Paramètres pluviométriques moyens sur le bassin P(10)= 55 (mm) p= 12 (mm) Quelles sont éventuellement les correction locales ? $f_{a}=f_{b}= 1.25$ (sans unité) Période de retour de la crue de projet T= 100 (en années)	Paramètres pluviométriques dérivés Kab = 0.91 (sans unité) P(10) _{av} = 50 (mm) q _{av} = 11 (mm) P(100)BV = 76 (mm) Paramètres pour les crues extrêmes S ₀ = 14 (mm) S = 92 (mm) C _p = 4.3 (sans unité)
Q(10) = 10 (mm) 18 (m ³ /s) Q(10) = 45 (mm) 78 (m ³ /s)	
Caractéristiques de la crue de période de retour T = 100 ans Q(100) = 25 (mm) Q(100) = 43 (m ³ /s) Q(100) = 109 (mm) Q(100) = 187 (m ³ /s) D = 4.9 (heures) V24(100) = 4 282 479 (m ³) tm = 4.9 (heures) Vtotal(100) = 4 626 204 (m³) α = 2.73 (sans unité, de préférence 2,73 et à choisir entre 1,5 et 5,3)	

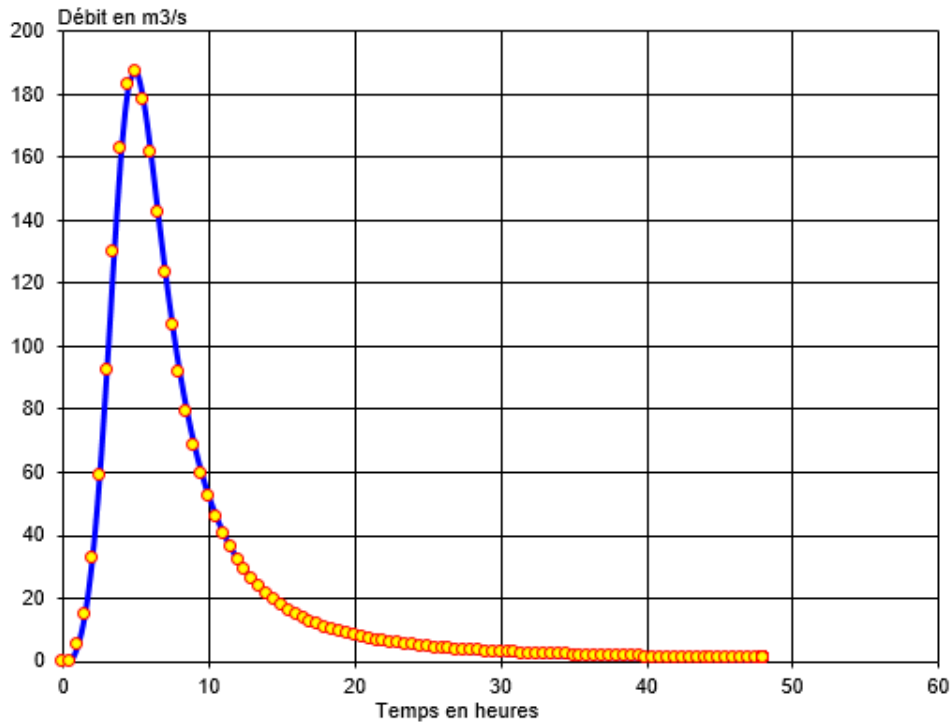


Hydrogramme de la crue pour T=100 ans	
Pas de temps	0.5 (heure)
Durée de l'hydrogramme	48 (heure)

Rappel des paramètres du bassin versant et des paramètres de crue :

Surface=	148	(km ²)
Pente=	0.015	(sans unité)
Pj(10)=	55	(mm/j)
g=	12	(mm/j)
T=	100	(en années)
r ₀ =r ₀	1.25	(sans unité)
α=	2.73	(sans unité)
Débit de pointe =	187.47	(m ³ /s)
Débit sur 24h =	49.57	(m ³ /s)
Volume total =	4 526 204	(m ³)
T _m =	5	(heures)
D =	5	(heures)

Temps(h)	Q (m3/s)	Temps(h)	Q (m3/s)	Temps(h)	Q (m3/s)
0	0	16.5	14	33	2
0.5	1	17	12	33.5	2
1	5	17.5	12	34	2
1.5	15	18	11	34.5	2
2	32	18.5	10	35	2
2.5	59	19	9	35.5	2
3	92	19.5	9	36	2
3.5	130	20	8	36.5	2
4	162	20.5	7	37	1
4.5	183	21	7	37.5	1
5	187	21.5	7	38	1
5.5	178	22	6	38.5	1
6	162	22.5	6	39	1
6.5	142	23	5	39.5	1
7	123	23.5	5	40	1
7.5	106	24	5	40.5	1
8	92	24.5	5	41	1
8.5	79	25	4	41.5	1
9	68	25.5	4	42	1
9.5	60	26	4	42.5	1
10	52	26.5	4	43	1
10.5	46	27	4	43.5	1
11	41	27.5	3	44	1
11.5	36	28	3	44.5	1
12	32	28.5	3	45	1
12.5	29	29	3	45.5	1
13	26	29.5	3	46	1
13.5	23	30	3	46.5	1
14	21	30.5	3	47	1
14.5	19	31	2	47.5	1
15	18	31.5	2	48	1
15.5	16	32	2		
16	15	32.5	2		



• **Conclusion et mise en garde**

Cette démarche ne prétend certainement pas remplacer une analyse hydrologique poussée.

Les incertitudes restent grandes :

- il y a de l'ordre de 80% de chance pour que le rapport $r = Q(T) \text{ vrai inconnu} / Q(T) \text{ estimé}$, soit compris entre 0.5 et 2
- il y a 50% de chance pour que r soit compris entre $2/3$ et $3/2$. Cependant, cette démarche permet de :
 - fixer rapidement les ordres de grandeurs des débits et volumes de crue ;
 - tester différentes hypothèses et en quantifier les effets ;
 - donner des extrapolations cohérentes jusqu'à des périodes de retour très grandes en valorisant l'information pluviométrique ;
 - donner un hydrogramme de crue permettant de quantifier un laminage possible de la crue.
 - Permettre une rapide comparaison avec les résultats obtenus sur toutes les stations hydrométriques algériennes utilisables.

Références bibliographiques

- Aïvazian S, Enukov I & Mechalkine L., 1986 Eléments de modélisation et traitement primaire des données. Edition Mir. 288p. (traduit du Russe par Embarek D).
- Aldegheri M., 1979 Mesure des débits à partir des vitesses. Manuel d'hydrométrie. Tome IV.1. ORSTOM. Paris. 132p
- Anonyme., 1982 Prévision des crues de projet, Bassin versant de la Lesse. Faculté des Sciences Agronomiques de Gembloux, Belgique.
- Anonyme., 1986 Aide-mémoire pratique des techniques statistiques. Revue de statistique appliquée. Vo XXXIV Numéro spécial. Paris. 274p.
- André H, Audinet M, Mazon G & Richier C., 1976 Hydrométrie pratique des cours d'eau. Ed Eyrolles. Paris. 259p.
- ANRH., 2010 Données pluviométriques. Document interne. Alger.
- Bobée B & Ashkar F., 1991 The gamma family and derived distributions applied in hydrology. Univ. of Quebec. Canada. 197p.
- Bourrier R., 1997 Les réseaux d'assainissement. Calculs, Applications et perspectives. Lavoisier Tec et Doc. Paris. 811p
- Brigode P., Oudin L & Perrin C., 2013 Hydrological parameter instability: A source of additional uncertainty in estimating the hydrological impacts of climate change? Journal of Hydrology 476(0), 410-425. Doi:10.1016/j.jhydrol.2012.11.012.
- Chow V.T., 1964 HandBook of applied Hydrology. McGraaw-Hill Book Co, New york.
- Coron L, Perrin C & Michel C., 2016. airGR: Suite of GR hydrological models for precipitation-runoff modelling. R package version 1.0.3. <https://webgr.irstea.fr/en/airGR/>.
- Coron L, Thirel G, Delaigue O, Perrin C & Andréassian, V., 2017 The Suite of Lumped GR
- Dagnellie P., 1992 Statistiques théorique et appliquée. Tome 1. Presses agronomiques de Gembloux. Belgique. 492p
- Dodge Y & Mehran F., 1997 Probabilités et statistiques différentielles. Université de Neuchâtel. Presse académique de Neuchâtel. 283p.
- Duband D., 1974 Hydrologie approfondie, Statistique appliquée. Ecole nationale supérieure d'hydraulique. Grenoble. 98p.
- Dubreuil P., 1974 Initiation à l'analyse Hydrologique. Ed. Masson et CIE. ORSTOM. Paris. 216p.
- Hingray, B., Picouet, C., & Musy, A. (2009). Hydrologie: Une science pour l'ingénieur (Vol. 21). PPUR presses polytechniques.
- Jost V., 1977 Méthodes statistiques en hydrologie. Ecole polytechnique fédérale de Lausanne. Suisse. 118p.
- Laborde J.P., 2016 Eléments d'hydrologie de surface. Ecole Polytechnique de Nice-Sophia Antipolis. Dept d'Hydro-informatique et ingénierie de l'eau. Nice. France. 229p.
- Laborde J.P., 2017 Hydrolab2018. Ecole Polytechnique de Nice-Sophia Antipolis. Dept d'Hydro-informatique et ingénierie de l'eau.

- Llamas J., 1993 Hydrologie générale. Principes et applications. 2ème édition. Gaëtan Morin. Québec. 527p
- Lubes H & Masson J.M., 1991 Méthode des moments de probabilités pondérés : Application à la loi de Jenkinson (GEV). Hydrologie continentale, Vol.6, N° 1, pp.67-84.
- Michel C., 1991 Hydrologie appliquée aux petits bassins ruraux. Cemagref, Antony. 332p.
- Miquel J., 1984 Guide pratique d'estimation des probabilités de crues. Ed/Eyrolles .Paris, France. 160p
- Mouelhi S., Michel C., Perrin C. & Andréassian V., 2006 Stepwise development of a two-parameter monthly water balance model of Hydrology 318(1-4), 200-214. Journal Doi: 10.1016/j.jhydrol.2005.06.014
- Musy, A., & Higy, C. (1998). Hydrologie appliquée. Edition HGA Bucarest, Ecole polytechnique fédérale du Lausane.
- Musy, A., & Higy, C. (2004). Hydrologie: Une science de la nature (Vol. 21). PPUR presses polytechniques.
- Musy, A. cours hydrologie générale. Section SIE et GC. 4^{ème} semestre 2005. <https://echo2.epfl.ch/e-drologie/>
- R Core Team., 2014 R: A Language and Environment for Statistical Computing. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. Retrieved from <http://www.R-project.org/>
- Réménieras G., 1979 Hydrologie de l'ingénieur. Collection des études et recherches d'électricité de France. Eyrolles. 456p.
- Sari A., 2003 Initiation à l'hydrologie de surface (Cours). Editions distribution HOUMA. Réf. :5/080. La bruyère Bouzaréah- Alger.
- Sari A., 2003 Initiation à l'hydrologie de surface (Exercices). Editions distribution HOUMA. Réf. :5/080. La bruyère Bouzaréah- Alger.
- Serra B. G., 1979 Hydrologie de surface. Polycope de Cours 1 et 2ème partie. Génie rural, Institut national Agronomique El Harrach. Alger. 300p.
- STUCKY-ENHYD., 2009 Etude générale des crues du Nord de l'Algérie, Document interne. ANRH. Algérie.
- Touaibia B., 2015 Manuel pratique d'Hydrologie. Ed. Madani Frères. Blida. Algérie. 164p.
- Touaibia I., 2013 Débit pluvial et érosion spécifique : quantification en absences de Jaugeages dans une zone sujette aux inondations.

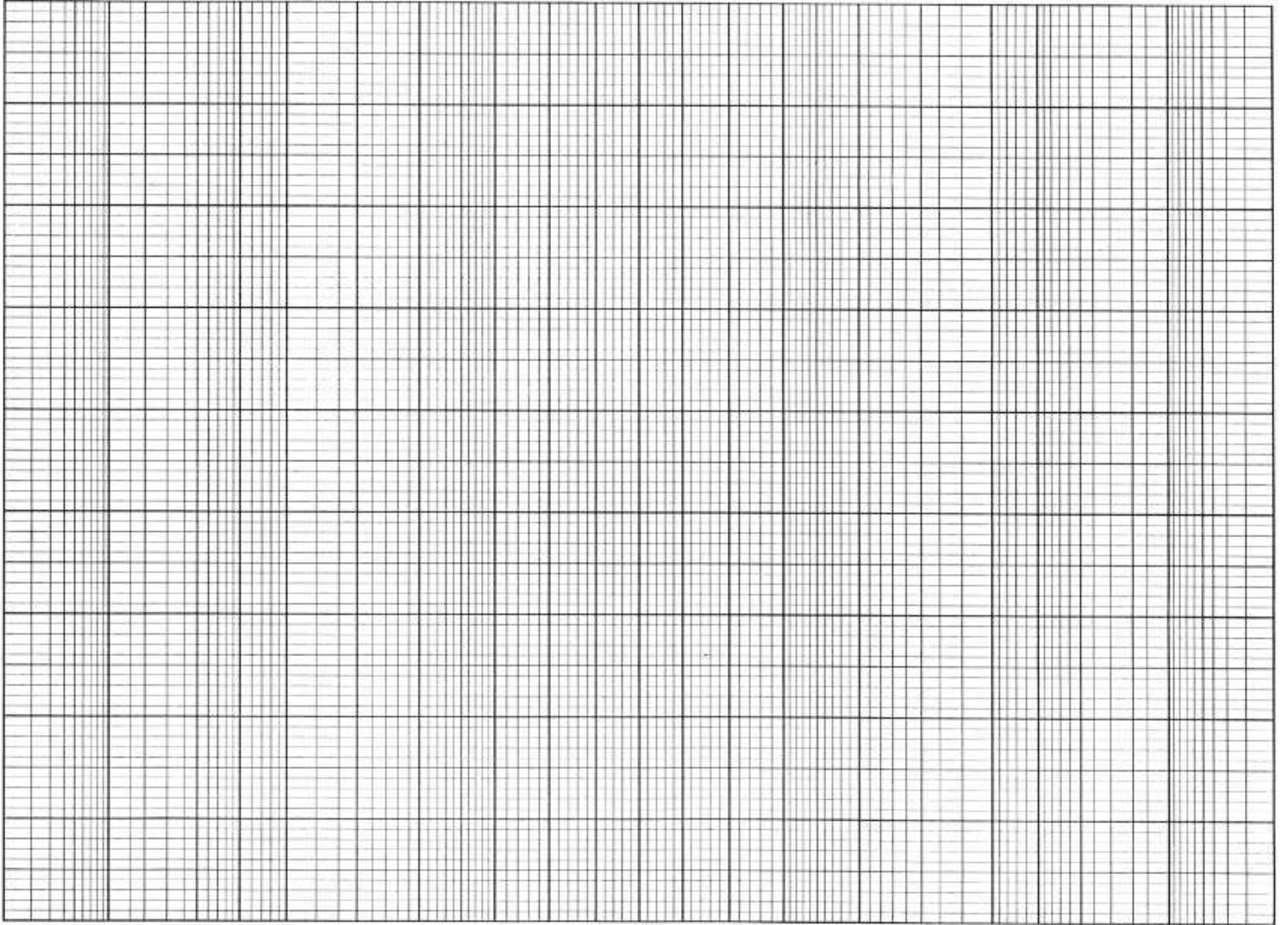
ANNEXE

Titre : _____

Loi Normale

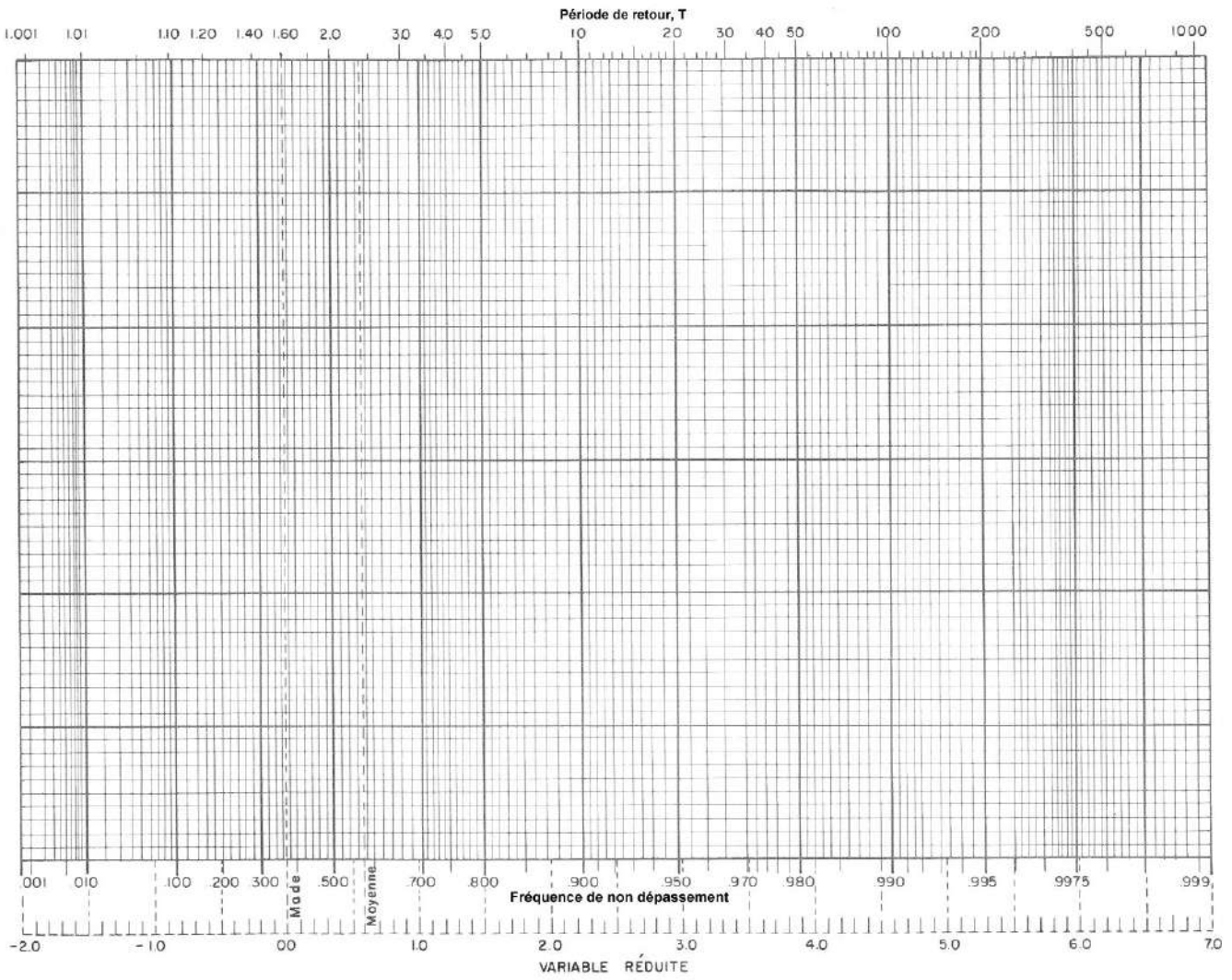
Fréquence de dépassement (%)

99.99 99.9 99.8 99 98 95 90 80 70 60 50 40 30 20 10 5 2 1 0.5 0.2 0.1 0.05 0.01



Fréquence de non dépassement (%)

Titre : _____

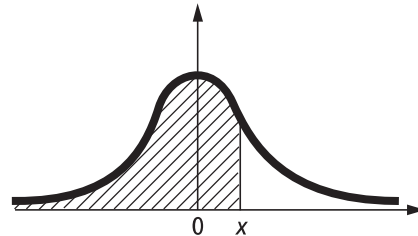


Loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0, 1)$

Table de la fonction de répartition

Probabilité d'avoir une valeur inférieure à x :

$$\Pi(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-t^2/2} dt$$



x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,10	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,20	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,30	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,40	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,50	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,60	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,70	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,80	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,90	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,00	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,10	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,20	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,30	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,40	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,50	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,60	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,70	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,80	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,90	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,00	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,10	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,20	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,30	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,40	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,50	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,60	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,70	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,80	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,90	0,9981	0,9982	0,9982	0,9984	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986

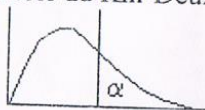
Pour $x < 0$ prendre le complément à 1 de la valeur lue dans la table pour $-x$:

$$\Pi(x) = 1 - \Pi(-x)$$

Tableau de KHI-DEUX

ANNEXE 2

Table du Khi-Deux



$\downarrow v, \alpha \rightarrow$	0,995	0,99	0,975	0,95	0,75	0,5	0,25	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005
1	4E-05	2E-04	1E-03	0,004	0,102	0,455	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879
2	0,01	0,02	0,051	0,103	0,575	1,386	2,773	4,605	5,991	7,378	9,21	10,6
3	0,072	0,115	0,216	0,352	1,213	2,366	4,108	6,251	7,815	9,348	11,34	12,84
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,923	3,357	5,385	7,779	9,488	11,14	13,28	14,86
5	0,412	0,554	0,831	1,145	2,675	4,351	6,626	9,236	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,676	0,872	1,237	1,635	3,455	5,348	7,841	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,989	1,239	1,69	2,167	4,255	6,346	9,037	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,344	1,647	2,18	2,733	5,071	7,344	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95
9	1,735	2,088	2,7	3,325	5,899	8,343	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59
10	2,156	2,558	3,247	3,94	6,737	9,342	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,603	3,053	3,816	4,575	7,584	10,34	13,7	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76
12	3,074	3,571	4,404	5,226	8,438	11,34	14,85	18,55	21,03	23,34	26,22	28,3
13	3,565	4,107	5,009	5,892	9,299	12,34	15,98	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,075	4,66	5,629	6,571	10,17	13,34	17,12	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,601	5,229	6,262	7,261	11,04	14,34	18,25	22,31	25	27,49	30,58	32,8
16	5,142	5,812	6,908	7,962	11,91	15,34	19,37	23,54	26,3	28,85	32	34,27
17	5,697	6,408	7,564	8,672	12,79	16,34	20,49	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,265	7,015	8,231	9,39	13,68	17,34	21,6	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,844	7,633	8,907	10,12	14,56	18,34	22,72	27,2	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,434	8,26	9,591	10,85	15,45	19,34	23,83	28,41	31,41	34,17	37,57	40
30	13,79	14,95	16,79	18,49	24,48	29,34	34,8	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
40	20,71	22,16	24,43	26,51	33,66	39,34	45,62	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
50	27,99	29,71	32,36	34,76	42,94	49,33	56,33	63,17	67,5	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	52,29	59,33	66,98	74,4	79,08	83,3	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	61,7	69,33	77,58	85,53	90,53	95,02	100,4	104,2
80	51,17	53,54	57,15	60,39	71,14	79,33	88,13	96,58	101,9	106,6	112,3	116,3
100	67,33	70,06	74,22	77,93	90,13	99,33	109,1	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2

Tableau de KOLMOGROV-SMIRNOV

ANNEXE 3

Table du test de Kolmogorov-Smirnov

$$D_n = \text{Sup} | F_n^*(x) - f(x) |$$

Valeurs de d_n telles que $P = P(D_n < d_n)$

n	P=.80	P=.90	P=.95	P=.98	P=.99
1	.90000	.95000	.97500	.99000	.99500
2	.68377	.77639	.84189	.90000	.92929
3	.56481	.63604	.70760	.78456	.82900
4	.49265	.56522	.62394	.68887	.73424
5	.44698	.50945	.56328	.62718	.66853
6	.41037	.46799	.51926	.57741	.61661
7	.38148	.43607	.48342	.53844	.57581
8	.35381	.40962	.45427	.51654	.54179
9	.33910	.38746	.43001	.47960	.51332
10	.32260	.36866	.40925	.45662	.48893
11	.30829	.35242	.39122	.43670	.46770
12	.29577	.33815	.37543	.41918	.44905
13	.28470	.32549	.36143	.40362	.43247
14	.27481	.31417	.34890	.38970	.41762
15	.26588	.30397	.33760	.37713	.40420
16	.25778	.29472	.32733	.36571	.39201
17	.25039	.28627	.31796	.35528	.38086
18	.24360	.27851	.30936	.34569	.37062
19	.23735	.27136	.30143	.33685	.36117
20	.23156	.26473	.29408	.32866	.35241
21	.22617	.25858	.28724	.32104	.34427
22	.22115	.25283	.28087	.31394	.33666
23	.21645	.24746	.27490	.30728	.32954
24	.21205	.24242	.26931	.30104	.32286
25	.20790	.23768	.26404	.29516	.31657
26	.20399	.23320	.25907	.28962	.31064
27	.20030	.22898	.25438	.28438	.30502
28	.19680	.22497	.24993	.27942	.29971
29	.19348	.22117	.24571	.27471	.29466
30	.19032	.21756	.24170	.27023	.28987
31	.18732	.21412	.23788	.26596	.28530
32	.18445	.21085	.23424	.26189	.28094
33	.18171	.20771	.23076	.25801	.27677
34	.17909	.20472	.22743	.25429	.27279
35	.17659	.20185	.22425	.25073	.26897

Annexe 3 (suite 1/2) : Table du test de Kolmogorov-Smirnov

$$D_n = \text{Sup} | F_n^*(x) - f(x) |$$

Valeurs de d_n telles que $P = P(D_n < d_n)$

n	P=.80	P=.90	P=.95	P=.98	P=.99
36	.17418	.19910	.22119	.24732	.26532
37	.17188	.19646	.21826	.24404	.26180
38	.16966	.19392	.21544	.24089	.25843
39	.16753	.19148	.21273	.23786	.25518
40	.16547	.18913	.21012	.23494	.25205
41	.16349	.18687	.20760	.23213	.24904
42	.16158	.18468	.20517	.22941	.24613
43	.15974	.18257	.20283	.22679	.24332
44	.15796	.18053	.20056	.22426	.24060
45	.15623	.17856	.19837	.22181	.23798
46	.15457	.17665	.19625	.21944	.23544
47	.15295	.17481	.19420	.21715	.23298
48	.15139	.17302	.19221	.21493	.23059
49	.14987	.17128	.19028	.21277	.22828
50	.14840	.16959	.18841	.21068	.22604
51	.14697	.16796	.18659	.20864	.22386
52	.14558	.16637	.18482	.20667	.22174
53	.14423	.16483	.18311	.20475	.21968
54	.14292	.16332	.18144	.20289	.21768
55	.14164	.16186	.17981	.20107	.21574
56	.14040	.16044	.17823	.19930	.21384
57	.13919	.15906	.17669	.19758	.21199
58	.13801	.15771	.17519	.19590	.21019
59	.13686	.15639	.17373	.19427	.20844
60	.13573	.15511	.17231	.19267	.20673
61	.13464	.15385	.17091	.19112	.20506
62	.13357	.15163	.16956	.18960	.20343
63	.13253	.15144	.16823	.18812	.20184
64	.13151	.15027	.16693	.18667	.20029
65	.13052	.14913	.16567	.18525	.19877
66	.12954	.14802	.16443	.18387	.19729
67	.12859	.14693	.16322	.18252	.19584
68	.12766	.14587	.16204	.18119	.19442
69	.12675	.14483	.16088	.17990	.19303
70	.12586	.14381	.15975	.17863	.19167

Annexe 3 (suite 2/2) : Table du test de Kolmogorov-Smirnov

$$D_n = \text{Sup} | F_n^*(x) - f(x) |$$

Valeurs de d_n telles que $P = P(D_n < d_n)$

n	P=.80	P=.90	P=.95	P=.98	P=.99
71	.12499	.14281	.15864	.17739	.19034
72	.12413	.14183	.15755	.17618	.18903
73	.12329	.14087	.15649	.17498	.18776
74	.12247	.13993	.15544	.17382	.18650
75	.12167	.13901	.15442	.17268	.18528
76	.12088	.13811	.15342	.17155	.18408
77	.12011	.13723	.15244	.17045	.18290
78	.11935	.13636	.15147	.16938	.18174
79	.11860	.13551	.15052	.16832	.18060
80	.11787	.13467	.14960	.16728	.17949
81	.11716	.13385	.14868	.16626	.17840
82	.11645	.13305	.14779	.16526	.17732
83	.11576	.13226	.14691	.16428	.17627
84	.11508	.13148	.14605	.16331	.17523
85	.11442	.13072	.14520	.16236	.17421
86	.11376	.12997	.14437	.16143	.17321
87	.11311	.12923	.14355	.16051	.17223
88	.11248	.12850	.14274	.15961	.17126
89	.11186	.12779	.14195	.15873	.17031
90	.11125	.12709	.14117	.15786	.16938
91	.11064	.12640	.14040	.15700	.16846
92	.11005	.12572	.13965	.15616	.16755
93	.10947	.12506	.13891	.15533	.16666
94	.10889	.12440	.13818	.15451	.16579
95	.10833	.12375	.13746	.15371	.16493
96	.10777	.12312	.13675	.15291	.16408
97	.10722	.12249	.13606	.15214	.16324
98	.10668	.12187	.13537	.15137	.16242
99	.10615	.12126	.13469	.15061	.16161
100	.10563	.12067	.13403	.14987	.16081
n > 100	$1.073 \sqrt{n}$	$1.223 \sqrt{n}$	$1.358 \sqrt{n}$	$1.518 \sqrt{n}$	$1.629 \sqrt{n}$