

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE
ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Mohamed Boudiaf de M'sila

Faculté des Mathématiques et de l'Informatique

Département des Mathématiques



جامعة محمد بوضياف - المسيلة
Université Mohamed Boudiaf - M'sila



Mémoire de Master

Domaine : Mathématiques et Informatique

Filière : Mathématiques

Option : EDP et applications

Thème

*Simulation numérique d'un écoulement
autour d'un obstacle*

Présentée par :

M^r ZAUCHE Meftah

Membres du jury composé de :

N.Benhamidouche	prof,	Université de M'sila	Président.
N.BOUNAB	M.C.B,	Université de M'sila	Encadreur.
M.Hamza	M.C.B,	Université de M'sila	Co-Encadreur.
W.Deloum	M.A.A,	Université de M'sila	Examineur.

Année universitaire 2019/2020

DEDICACE

Au sens de l'amour et de la compassion, pour le sourire de la vie et le secret de l'existence, à celle qui a été le secret de mon succès, à la plus

précieuse ma Mère **Tabi Khadidja**

Au grand cœur et à mon cher père

Zaouche Messoued

A mes très chers frères

...Taki Edin ... bahaa saad Edin ... Rihab ...

Au cœurs purs et bons, mes amis et mes proches que j'ai dégusté avec eux les plus beaux moments, à tous mes professeurs honorés et à tous

les compagnons de mon humble chemin.

Et je prie Allah d'en faire une source d'inspiration pour chaque étudiant.

REMERCIEMENTS

Avant tout, je remercie **DIEU** le tout puissant de m'avoir donnée la force et le courage afin que je puisse accomplir ce travail.

Je remercie également mon encadreur, M^d **BOUNAB Noura**, et mon Co-Encadreur M^r **MIHOUBI Hamza**, qui m'a aidé dans mon travail et a contribué au développement de cette modeste recherche,

Je la remercie également pour la qualité du sujet proposé.

Je tiens également à remercier l'étudiant **Gherbi Akram**, étudiant en master 2 à la Faculté de technologie pour le aider.

Je remercie aussi tous les étudiants et tous les professeurs de département de mathématiques.

Je voudrais également remercier ma famille (ma mère, mon père et mes frères) pour leur soutien et leur assistance tout au long de mes études.

Enfin, je remercie toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

DEDICACE	I
Remerciements	II
Notation	VII
INTRODUCTION GENERALE	1
1 NOTIONS PRÉLIMINAIRES ET DÉFINITIONS	3
1.1 INTRODUCTION	3
1.2 Les fluides	4
1.3 Description d'un fluide en mouvement	5
1.3.1 Description de Lagrange	5
1.3.2 Description d'Euler	6
1.4 Utilisation de la théorie de la variable complexe.	6
1.5 Les écoulements des fluides	7
1.5.1 Écoulement stationnaire	7
1.5.2 Écoulement incompressible	8
1.5.3 Écoulement potentiel	8
1.5.4 Écoulement irrotationnel	8
1.5.5 Écoulement uniforme	8
1.6 Quelques équations de la mécanique des fluides	8
1.6.1 Équation de continuité	8
1.6.2 Conservation de l'énergie du fluide	10
1.6.3 Ligne et Fonction de courant	10
1.6.4 Équation du mouvement des fluides	11
1.6.5 Équations différentielles des fonctions ϕ et ψ	12
1.6.6 Les équations de Stokes	13
1.6.7 Théorème de Bernoulli	13

1.6.8	Equation de conservation d'énergie	13
1.7	Théorie des lignes de courants libre	14
1.8	Transformation de Schwartz-Christoffel	14
2	modélisation et simulation	16
2.1	Le calcul numérique	16
2.2	Les méthodes principales de discrétisation	17
2.2.1	Méthode des différences finies (MDF)	17
2.2.2	Méthode des volumes finis (MVF)	17
2.3	Méthode des volumes finis (MVF)	18
2.3.1	Principe de méthode	18
2.4	Position du problème	19
2.5	L'utilisation de logiciel (Gambit + Fluent)	20
3	Discussion des résultats	24
3.1	Dans le cas de l'absence de gravité	24
3.1.1	Forme trapézoïdale isocèle	24
3.1.2	La forme d'un trapèze rectangulaire à cote sortie.	27
3.1.3	La forme d'un trapèze rectangulaire à cote d'entrée.	29
3.2	Dans le cas de l'existence de la gravité	31
3.2.1	Forme trapézoïdale isocèle.	31
3.2.2	La forme d'un trapèze rectangulaire à cote sortie.	33
3.2.3	La forme d'un trapèze rectangulaire à cote d'entrée.	35
3.3	Discussion des résultats	37
3.3.1	La Pression Statique	37
3.3.2	La Vitesse	37
3.3.3	La Fonction de courant	37
	Conclusion générale	38
	ANNEXE	39
	BIBLIOGRAPHIE	46

TABLE DES FIGURES

1.1	Interprétation microscopique des types de fluides.	4
1.2	Représentation de la vitesse dans un écoulement parfait et écoulement visqueux.	5
1.3	Trajectoire de la particule P.	6
1.4	Plan de Ω	15
1.5	Plan de variable λ	15
2.1	le principe du calcul numérique.	16
2.2	Volume de contrôle.	18
2.3	Description de problème.	20
2.4	Schéma récapitulatif d'une simulation complète sous Gambit et Fluent.	21
3.1	La discrétisation.	24
3.2	Contour de la pression statique	25
3.3	Le contour de la magnitude de la vitesse.	25
3.4	Contour de la fonction de courant.	26
3.5	La fonction de courant.	26
3.6	Contour de la pression statique	27
3.7	Le contour de la magnitude de la vitesse.	27
3.8	Contour de la fonction de courant.	28
3.9	la fonction de courant.	28
3.10	Contour de la pression statique.	29
3.11	Le contour de la magnitude de la vitesse.	29
3.12	Contour de la fonction de courant.	30
3.13	la fonction de courant.	30
3.14	Contour de la pression statique.	31
3.15	Le contour de la magnitude de la vitesse.	31
3.16	Contour de la fonction de courant	32
3.17	la fonction de courant.	32
3.18	Contour de la pression statique.	33

3.19	Le contour de la magnitude de la vitesse.	33
3.20	Contour de la fonction de courant.	34
3.21	la fonction de courant.	34
3.22	Contour de la pression statique.	35
3.23	Le contour de la magnitude de la vitesse.	35
3.24	Contour de la fonction de courant.	36
3.25	la fonction de courant.	36
3.26	Fenêtre principale.	39
3.27	Différentes opérations pour créer la géométrie.	40
3.28	Outils pour créer la géométrie.	40
3.29	Maillage sous Gambit.	41
3.30	Exemple outils pour générer un maillage.	41
3.31	Description détaillée du menu CL(conditions aux limites).	42
3.32	Ouvrir le fichier (msh).	42
3.33	Ouvrir le fichier (msh).	43
3.34	Définir le modèle mathématique, le type d'écoulement et le fluide.	43
3.35	Fenêtre des conditions aux limites.	44
3.36	Initialisation des variables.	44
3.37	Les fonctions de Post traitement.	45

NOTATION

ρ	Masse volumique
\vec{u}	Le vecteur vitesse
m	La masse
\vec{a}	L'accélération
P	La pression
S	La surface
V	Le volume
n	La normale
f	La force
C	Une courbe
(x, y)	Le plan
g	Accélération de la pesanteur
$W :$	Nombre de Weber
$Fr :$	Nombre de Froude
i	Le nombre complexe
z	La variable complexe
\hat{p}	La pression motrice
L_c	Longueur caractéristique
Γ	Tension superficielle
(u, ν)	Composantes du vecteur vitesse
ψ	Fonction de courant
ϕ	Fonction Potentielle
σ	Le tenseur des contraintes

$M_0(x_0, y_0, z_0)$	Position initiale
$\vec{a} = (M_0, t)$	Le vecteur position
ds	élément de surface de normale n
$\phi(x, y)$	la fonction potentielle
Plan Z	Le domaine d'écoulement réel
P	point au centre du volume fini
E	point à l'est du point P
N	point au nord du point P
W	point à l'ouest du point P
S	point au sud du point P
Γ	coefficient de diffusion
S_ϕ	Terme source
$\delta_{i,j}$	Matrice identité

INTRODUCTION GENERALE

En mécanique des fluides, les écoulements à surface libre autour de différents objets sont considérés comme une branche fondamentale largement utilisée dans plusieurs applications industrielles.

Les écoulements à surface libre désignent les écoulements dans lesquels le fluide qui s'écoule est en contact avec l'atmosphère. Cette terminologie est un cas particulier des écoulements de deux fluides qui ne sont pas miscibles et qu'ils sont séparés par une interface. Dans le cas hydrostatique, l'interface est une surface plane horizontale. Dans le cas dynamique l'équation de cette interface est l'inconnue du problème étudié.

Une surface libre est en générale une interface entre un liquide et un gaz, où la pression est supposée constante sur toute la surface libre et égale le plus souvent à la pression atmosphérique. Cette configuration apparaît dans les canaux, les rivières ou les grandes étendues d'eau comme les lacs, les mers ou les océans. La difficulté majeure dans ce type des écoulements est de déterminer les caractéristiques de la surface libre : position, forme, vitesse et d'autres.

Les écoulements à surface libre ont été traités généralement dans l'Hydraulique fluviale qui est nécessaire pour la conception, l'aménagement et la construction d'ouvrages hydrauliques tels que les digues, les seuils, les déversoirs et d'autres constructions tels que les chambres de combustion des moteurs, les pompes à jet, les réservoirs et particulièrement pour l'architecture des barrages.

A partir des années soixante, la disponibilité et l'accès à des ordinateurs ont ouvert une nouvelle discipline de la mécanique des fluides : "Computational fluid mechanics" ou "Mécanique computationnelle des fluides". Grâce à cette dernière, des solutions asymptotiques sont tenues au voisinage d'un petit paramètre (le nombre de Weber ou le nombre de Froude ou bien le nombre de Reynolds,...etc.). L'étude de l'existence et l'unicité de la solution du point de vue fonctionnel n'est pas réalisée jusqu'à nos jours. Des différents modèles de ces problèmes sont traités tels que : les cas où les forces de la gravité sont considérées et les effets de la tension de la surface libre sont négligées, ou les effets de la tension de la surface sont considérées et les forces de la gravité sont négligées ou bien le cas des deux effets combinés. Nous pouvons dire qu'il existe plusieurs travaux qui ont basé sur des différentes méthodes comme la méthode de

Schwartz-Christoffel et d'autres transformations conformes. Parmi ces travaux : celle d'Elcrat et Trefethen, Vanden-Broeck et Toison et J. Hureau. Aussi les travaux de H.Mekias, B. bouderah, A. Gasmi, N.Bounab et plusieurs d'autres.

Ce travail est composé de trois chapitres :

Le premier chapitre est consacré aux définitions et notions préliminaires concernant la théorie des écoulements potentiels et les équations générales du mouvement de fluide.

Le deuxième chapitre englobe l'application de la méthode des volumes finis à l'aide de code Fluent sur un écoulement potentiel bidimensionnel dans un domaine trapèzoïde (isocèle et rectangulaire d'un côté). En considérant les forces de la gravité une fois et les négligées l'autre fois mais les effets de la tension de la surface sont négligées dans les deux cas.

Le troisième chapitre est une lecture et discussion des résultats trouvés dans le chapitre précédent concernant la vitesse de l'écoulement, la pression statique et la fonction de courant de tous les formes de trapèze considéré dans notre problème.

Enfin, on a terminé avec une conclusion générale avec quelques perspectives.

Ce travail est complété par un annexe présente une petite description de l'utilisation de logiciel Fluent et Gambit.

CHAPITRE 1

NOTIONS PRÉLIMINAIRES ET DÉFINITIONS

1.1 INTRODUCTION

Certaines hypothèses sur le comportement et les propriétés physiques du fluide sont faites pour simplifier les équations de mouvement qui sont complexes, des solutions analytiques ne pourront être trouvées que dans certaines situations simples.

Les plus simples équations de l'écoulement sont obtenues en considérant un fluide parfait c'est à dire l'effet de la viscosité et les effets thermodynamiques sont négligés.

On présente dans ce chapitre quelques définitions et propriétés des fluides : cinétique et dynamique d'un fluide parfait incompressible.

1.2 Les fluides

Un fluide (liquide ou gaz), selon les physiciens, est un corps simple composé d'atomes ou de molécules identiques. Du point de vue mécanique, la définition d'un matériau est liée à sa déformation en fonction des contraintes : "un fluide, c'est quelque chose qui coule" sous l'action d'une contrainte donnée et même si la déformation est grande, ceci ne provoque pas la perte de cohésion entre ses molécules.

Les deux états de la matière :

Un liquide a "un volume propre, mais pas de forme propre", alors qu'un gaz n'a pas de "volume propre mais tend à occuper tout l'espace qui lui est offert". Sous les conditions normales de pression et de température, la distinction entre liquide et gaz est évidente mais à cause de la continuité de l'état fluide le passage de la phase gazeuse à la phase liquide peut se faire sous simple modification (élever la température par exemple).

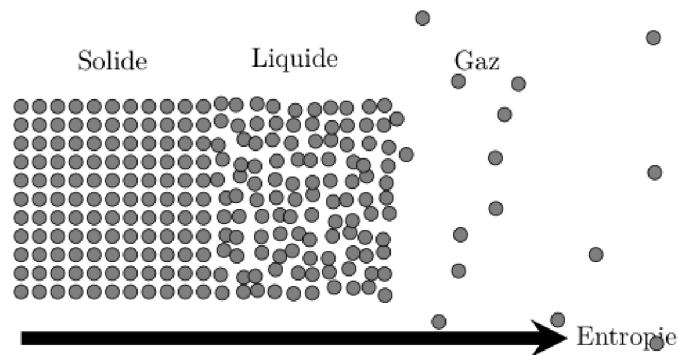


FIGURE 1.1 – Interprétation microscopique des types de fluides.

Fluides parfaits

Un fluide parfait, dont l'écoulement se fait "sans frottements internes", est un fluide considéré comme non visqueux (est la caractéristique de résistance au glissement ou à la déformation d'un fluide).

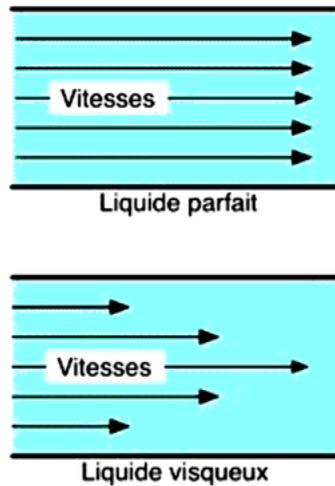


FIGURE 1.2 – Représentation de la vitesse dans un écoulement parfait et écoulement visqueux.

Fluide incompressible

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

Fluide compressible

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

1.3 Description d'un fluide en mouvement

1.3.1 Description de Lagrange

Cette méthode consiste à étudier les différentes quantités (P, ρ , température T ...etc) de chaque particule individuellement lors de son mouvement.

Dans la description Lagrangienne, on décrit le mouvement par les trajectoires des particules d'identités déterminées. L'identité d'une particule est donnée par sa position initiale $M_0(x_0, y_0, z_0)$

La description du mouvement est donc de déterminer le vecteur position $\vec{r} = \vec{r}(M_0, t)$ à tout instant t pour toutes les particules du fluide.

$$\vec{r} = \vec{r}(M_0, t) \quad \text{ou} \quad \vec{r} = \vec{r}(x_0, y_0, z_0, t).$$

C'est-à-dire :

$$x_i = x_i(x_0, y_0, z_0, t).$$

Et

$$\vec{u} = \vec{u}(M_0, t) = \frac{\partial \vec{r}}{\partial t}(M_0, t), \vec{a} = \vec{a}(M_0, t) = \frac{\partial \vec{u}}{\partial t}.$$

1.3.2 Description d'Euler

La méthode d'Euler consiste à décrire l'écoulement en donnant les composants de la vecteur vitesse et autres quantités physique en chaque point de l'espace c'est -à-dire ,on fixe un point dans l'espace et on remarque les variations des quantités liées aux particules du fluide passant par ce point.

A l'instant t_1 , on détermine en M une particule p_1 de vitesse \vec{u} et d'autres caractéristiques physique K .

Et à l'instant $t_2 = t_1 + \partial t$, on trouve au même point M de l'espace , une autre particule p_2 de vitesse et des caractéristiques physiques différentes.

Donc, on a en M et à l'instant t_1

$$\vec{u} = \vec{u}(p_1, t_1) = \vec{u}(x, y, z, t_1)$$

Et à l'instant t_2 , on a au même point M

$$\vec{u} = \vec{u}(p_2, t_2) = \vec{u}(x, y, z, t_2)$$

Trajectoire :

On définit la trajectoire comme le chemin suivi par un particule de fluide sur mouvement.

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$$

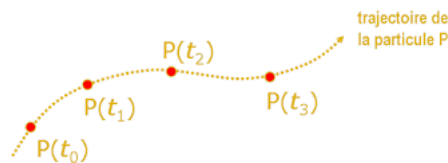


FIGURE 1.3 – Trajectoire de la particule P.

1.4 Utilisation de la théorie de la variable complexe.

Soient ϕ et ψ la fonction potentielle et la fonction de courant respectivement d'un écoulement potentiel bidimensionnel. On rapport le plan d'écoulement au plan complexe en écrivant $z = x + iy$, puis on définit la fonction complexe $f(z)$ par :

$$f(z) = \phi + \psi i \tag{1.1}$$

Tel que $i^2 = -1$

$f(z)$ est appelé le potentiel complexe de l'écoulement. Puisque la partie réelle et la partie imaginaire de $f(z)$ vérifient l'équation de Laplace, de plus

on a :

$$\begin{cases} u = -\frac{\partial\phi}{\partial x} = -\frac{\partial\psi}{\partial y} \\ v = -\frac{\partial\phi}{\partial y} = \frac{\partial\psi}{\partial x} \end{cases}$$

Alors les relations de Cauchy –Riemann :

$$\begin{cases} \frac{\partial\phi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y} \\ \frac{\partial\phi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x} \end{cases} \quad (1.2)$$

La théorie des variables complexes offre une méthode, très puissante pour obtenir des solutions de quelques écoulement. Si le plan (x, y) est considéré comme plan de $z = x + iy$ la fonction $f(z)$ sera analytique dans le domaine de l'écoulement. De plus La vitesse complexe est définie par :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial z} &= \frac{\partial\phi}{\partial x} + i\frac{\partial\psi}{\partial y} \\ &= u - iv \end{aligned} \quad (1.3)$$

Sera aussi analytique le plan de l'écoulement. Cette très importante propriété va nous permettre d'utiliser, par la suite, la théorie des fonctions analytiques complexe pour résoudre notre problème considéré.

1.5 Les écoulements des fluides

1.5.1 Écoulement stationnaire

Les écoulements stationnaires (on dit aussi permanent), sont les l'écoulements dont les composantes de vitesse sont indépendantes de la variable temps. Dans ce type des écoulement on a :

$$\partial_t u = \partial_t \rho = \partial_t T = \partial_t p = 0$$

Un tel écoulement est possible lorsque le domaine, les forces massiques appliquées, les sources de chaleur et les conditions de bord sont elles aussi indépendantes du temps. Par exemple Les équations de Navier–Stokes stationnaires s'écrivent :

$$\begin{cases} -\nu\Delta u + \rho(u.\nabla)u + \nabla p = f, \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

1.5.2 Écoulement incompressible

Un écoulement est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure sa masse volumique est constante.

$$\rho = cte.$$

1.5.3 Écoulement potentiel

On dit que l'écoulement est potentiel si sa vecteur vitesse est dirivé d'un potentiel c'est-à-dire :

$$\vec{u} = \nabla\phi$$

$$u = \frac{d\phi}{dx}, v = \frac{d\phi}{dy}$$

La fonction $\phi(x, y)$ est le potentiel des vitesses.

1.5.4 Écoulement irrotationnel

Un écoulement est appelé écoulement irrotationnel si :

$$rot \vec{u} = 0 \tag{1.5}$$

Naturellement, un écoulement qui n'est pas irrotationnel est dit rotationnel. Un écoulement potentiel est un écoulement irrotationnel. En effet, on a :

$$u = \nabla\phi = \left(\frac{\partial\phi}{\partial x}, \frac{\partial\phi}{\partial y}, \frac{\partial\phi}{\partial z} \right)$$

$$rot u = \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} \right) - \frac{\partial\phi}{\partial z} \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right), \frac{\partial\phi}{\partial z} \left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial\phi}{\partial x} \left(\frac{\partial\phi}{\partial z} \right), \frac{\partial\phi}{\partial y} \left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right) - \frac{\partial\phi}{\partial x} \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right) \right)$$

1.5.5 Écoulement uniforme

Un écoulement bidimensionnel a surface libre est dit uniforme si l'écoulement est de vitesse constante

1.6 Quelques équations de la mécanique des fluides

1.6.1 Équation de continuité

Soit une partie d'un fluide de masse volumique ρ délimitée par une surface fermée S (de volume V).

Soit dS un vecteur élémentaire de cette surface, orienté vers l'extérieur à la surface fermée.

La partie de fluide a une masse

$$m = \int \int_V \int \rho dV$$

Le débit massique sortant de la surface S est égal $\int \int_S \rho u dS$.

La conservation de la masse s'écrit :

$$\frac{dm_s}{dS} - \int \int_S \rho \vec{u} dS = \int \int_V \int \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

Où $\frac{dm_s}{dS}$ représente le débit massique de fluide interne au volume considéré, compté positivement s'il s'agit d'une source et négativement s'il s'agit d'un puits. Compte tenu du théorème d'Ostrogradsky pour transformer l'intégrale de surface en intégrale de volume.

$$\int \int_S \vec{u} dS = \int \int_V \int \text{div}(\rho \vec{u}) dV.$$

L'équation de conservation de la masse écrite :

$$\frac{dm_s}{dS} = \int \int_V \int \left(\text{div}(\rho \vec{u}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right).$$

L'égalité écrite ci-dessus est valide quel que soit le volume V considéré et l'intégrale est nulle, ce qui conduit à l'expression locale de la conservation de la masse :

$$\text{div}(\rho \vec{u}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \tag{1.6}$$

Deux cas particuliers sont alors à considérer :

1. Si le fluide est incompressible la masse volumique ne change pas dans le temps et l'équation de conservation de la masse se réduit à :

$$\text{div} \vec{u} = 0 \tag{1.7}$$

Pour un écoulement stationnaire ou non stationnaire. Cet écoulement est dit isovolume. L'équation (1.7) exprime la conservation du volume d'un élément de fluide au cours de sa déformation par l'écoulement.

2. Le cas d'un écoulement stationnaire $\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$ alors :

$$\text{div}(\rho u) = 0 = \rho \text{div} u + (u \nabla) \rho.$$

En dehors du cas 1, il existe la possibilité d'écoulements isovolumes tels que $(u \nabla) \rho = 0$, c'est-à-dire les variations de masse volumique sont orthogonales, en tout point, au vecteur vitesse.

1.6.2 Conservation de l'énergie du fluide

Nous allons évaluer l'évolution temporelle de l'énergie cinétique d'un élément de fluide de volume unité et de masse, en nous limitant aux écoulements de fluides incompressibles :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = \rho u_i \frac{\partial u_i}{\partial t} \quad (1.8)$$

En utilisant l'équation de mouvement pour exprimer la dérivée eulérienne de la vitesse (1.8) devient :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = \rho u_i u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_i \frac{\partial \sigma_{i,j}}{\partial x_j} + u_i f_i$$

Soit , en décomposant le tenseur des contraintes comme précédemment en une partie isotrope $-p\delta_{i,j}$,et en un déviateur $d_{i,j}$:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\rho u^2}{2} - p \right) + \frac{\partial u_i d_{i,j}}{\partial x_j} - d_{i,j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + u_i f_i \quad (1.9)$$

Ou bien, en notation vectorielle :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho u^2}{2} \right) = u \cdot \nabla \left(\frac{\rho u^2}{2} - p \right) + \nabla \cdot (u \cdot d) - d \cdot \nabla u + u \cdot f \quad (1.10)$$

Enfin, en tenant compte de la condition d'incompressibilité ($\nabla \cdot u = 0$) , nous pouvons mettre le premier terme du membre de droite de (1.10) sous la forme d'une divergence, soit :

$$\frac{\partial e_c}{\partial t} = \nabla \cdot \left[u \nabla \left(\frac{\rho u^2}{2} - p \right) + u \cdot d \right] - d \cdot \nabla u + u \cdot f \quad (1.11)$$

Récrivons cette équation d'évolution de l'énergie cinétique sous forme intégrale , en intégrant chacun des termes sur un volume V fixe et en utilisant le théorème de la divergence :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\int_V e_c dV \right) = \int_S \frac{\rho u^2}{2} u \cdot n dS + \int_S (\sigma \cdot u) \cdot n dS + \int_V u \cdot f dV - \int_V \sigma \cdot \nabla u dV \quad (1.12)$$

Quelle est la signification physique des différents termes de (1.12)

1. le premier terme du second membre est le flux d'énergie cinétique "convectée" par l'écoulement á travers la surface S.
2. le second terme est le travail, par unité de temps, des contraintes exercées sur la surface S.
3. le troisième terme est le travail, par unité de temps, des forces en volume .
4. enfin, le quatrième terme est associé à la déformation du volume V . Il représente l'énergie dissipée par viscosité lors de cette déformation.

1.6.3 Ligne et Fonction de courant

lignes de courant

on appelle ligne de courant la courbe qui, en chacun de ses points, est tangente au vecteur vitesse . Son équation différentielle s'écrit :

$$\frac{dx}{u(x,y,z)} = \frac{dy}{v(x,y,z)}$$

Fonction de courant

si on considère l'écoulement est incompressible (i.e. $\frac{D\rho}{Dt} = 0$) alors l'équation de continuité sera donnée :

$$\text{div } \vec{u} = 0$$

Ou encore

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial t}. \quad (1.13)$$

Nous présentons une nouvelle fonction ψ de x et y que l'on appelle fonction de courant , vérifiant :

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y}, v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (1.14)$$

Les surfaces définies par ($\psi = \text{cte}$) sont des lignes de courant, en effet, la différentielle exacte de est donne :

$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = -v dx + u dy \quad (1.15)$$

Puisque $\psi = \text{cte}$, alors $d\psi = 0$ on trouve l'équation de la ligne de courant d'après (1.14).

Soient, C une courbe fine qui part d'un ligne de courant vers autre caractérisée par $\psi = \psi_1$ et $\psi = \psi_2$ respectivement.

Soient \vec{n} un vecteur unitaire normale à C et orienté dans le sens de l'écoulement, le flux à travers C donné par :

$$Q = \int_C \vec{u} \cdot \vec{n} = \int_C \left(-u \frac{\partial y}{\partial t} + v \frac{\partial x}{\partial t} \right) = \int_C (v dx - u dy) dt$$

D'où

$$Q = \int_C \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy \right) = \int_C d\psi$$

Par conséquent

$$Q = \psi_1 + \psi_2 \quad (1.16)$$

1.6.4 Équation du mouvement des fluides

Par la relation fondamentale de la dynamique , la variation temporelle de la quantité de mouvement d'un élément de volume V est égale à la somme des forces qui s'exercent sur cet élément de volume , soit :

$$\frac{d}{dt} \left(\int_V \rho u dx \right) = \int_V f dx + \int_{\Sigma} \sigma \cdot n dx$$

Où Σ est la surface délimitant le volume V , d_s est un élément de surface de normale n , f est la force exercée par unité de volume et σ le tenseur des contraintes. La masse de l'élément de fluide ρdx reste constante dans ce mouvement. Il est donc possible d'écrire :

$$\frac{d}{dt} \left(\int_V \rho u dx \right) = \int_V \rho \frac{du}{dt} dx$$

L'intégrale des forces de surface peut s'écrire , à l'aide du théorème d'Ostrogradsky sous la forme $\int_V \text{div} \sigma dx$. En faisant tendre le volume V vers zéro l'équation de mouvement devient :

$$\rho(\partial_t u + (u \cdot \nabla)u) = f + \text{div} \sigma \quad (1.17)$$

1.6.5 Équations différentielles des fonctions ϕ et ψ

Soit un écoulement bidimensionnel, irrotationnel et stationnaire d'un fluide incompressible non-visqueux. Puisque :

$$\vec{u} = \text{grad } \vec{\phi}$$

Et

$$\text{div } \vec{u} = 0$$

Il vient que :

$$\text{div} \left(\text{grad } \vec{\phi} = 0 \right)$$

D'où

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0$$

C'est -à-dire :

$$\Delta \phi = 0 \quad (1.18)$$

De même, d'après :

$$\vec{u} = (u, v) = \left(-\frac{\partial \psi}{\partial x}, \frac{\partial \psi}{\partial y} \right)$$

Et

$$\text{rot } \vec{u} = 0$$

On trouve :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x}$$

D'où

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = 0$$

C'est-à-dire

$$\Delta \psi = 0$$

D'où, la fonction potentielle ϕ et la fonction ligne de courant ψ et vérifient l'équation de Laplace.

Un écoulement bidimensionnel, irrotationnel et stationnaire d'un fluide incompressible, non visqueux est écoulement potentiel.

1.6.6 Les équations de Stokes

L'équation de Navier–Stokes :

$$\begin{cases} -\nu \nabla u + \rho(u \cdot \nabla)u + \nabla p = f \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

En négligeant dans l'équation de Navier–Stokes incompressible stationnaire les termes proportionnels à la masse volumique du fluide $(u \cdot \nabla)u$, on obtient l'équation de Stokes

$$\begin{cases} -\nu \nabla u + \nabla p = f \\ \operatorname{div} u = 0 \end{cases} \quad (1.20)$$

Plus la vitesse de l'écoulement est petite en regard des dimensions de Ω et de la valeur de la viscosité, plus le modèle de Stokes est une approximation valable des équations de Navier–Stokes. La différence fondamentale entre les deux équations est que le terme non linéaire en vitesse a disparu, l'équation de Stokes est une équation aux dérivées partielles linéaire.

1.6.7 Théorème de Bernoulli

Le théorème de Bernoulli est une application de la conservation de l'énergie au cas des fluides en mouvement.

Premier théorème de Bernoulli

Dans un écoulement stationnaire, le long d'une trajectoire on a conservation de la charge

$$H = \frac{\hat{p}}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{Cont.}$$

$$\hat{p} = p + \rho g z$$

Second théorème de Bernoulli

Dans un écoulement potentiel l'équation d'Euler s'écrit :

$$\begin{aligned} \rho \left[\nabla \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} \right) + \nabla \frac{u^2}{2} \right] &= -\nabla \hat{p} \\ \Leftrightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + \frac{\hat{p}}{\rho} &= \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{u^2}{2} + \frac{p}{\rho} + g z = \frac{\partial \phi}{\partial t} + g H \end{aligned}$$

1.6.8 Equation de conservation d'énergie

L'équation de conservation d'énergie est obtenue à partir du premier principe de la thermodynamique. Ce principe met en relation les différentes formes d'énergie, soit :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \operatorname{div} \left[\lambda \cdot \vec{\operatorname{grad}} T \right] + T \cdot \beta \frac{dP}{dt} + \varphi + P_s \quad (1.21)$$

1.7 Théorie des lignes de courants libre

La théorie des lignes de courants libre consiste à étudier les problèmes d'écoulement potentiel, limité par des parois rigides rectilignes et des lignes de courant libre de formes inconnues, sur les quelles la pression est supposée constante.

Si les lignes de courant libres ne sont pas présentes et les effets de gravité sont négligés, la région d'écoulement dans le plan physique est un polygone.

Aussi les lignes de courants libres présentes et les effets de gravité ainsi que les effets de la tension de surface sont négligés, la région d'écoulement peut être transformée par une transformation conforme à une région polygonale.

Cette région est un parfait du plan hodographe défini

$$\Omega = \log \left(1 / \frac{df}{dz} \right)$$

Dans le cas où l'écoulement est délimité partiellement par des surfaces libres on donne la méthode de résolution introduite par Kirchhoff (1869).

L'idée est d'introduire la fonction complexe définie par :

$$\Omega = \log \left(U / \frac{df}{dz} \right) = \log \left(\frac{U}{u - iv} \right) = \log \left(\frac{U}{q} \right) + i\theta. \quad (1.22)$$

Où $f = \phi + i\psi$, $\frac{df}{dz} = u - iv$, $q = \sqrt{u^2 + v^2}$, (u, v) sont les composantes du vecteur vitesse suivant de l'axe x et l'axe y respectivement, θ est l'angle que fait le vecteur vitesse avec l'horizontale et U la vitesse de référence.

— partie réelle de Ω est constante sur la ligne de courant libre, i.e. $\log \left(\frac{u}{q} \right) = cte$.

— La partie imaginaire de Ω est constante sur chaque paroi rectiligne, i.e. $\theta = cte$.

Par conséquent, l'écoulement est représenté par une figure plane de côtés rectilignes (polygone) noté Ω .

A l'aide de transformation de Schwarz-Christoffel, le domaine Ω polygonal est transformé en un demi plan supérieur de la variable auxiliaire λ , Ainsi, dans le plan λ l'écoulement est uniforme représenté par la fonction potentielle $F(\lambda) = c\lambda$. Pour illustrer ce qui précède, on donne quelques propriétés de la transformation conforme de Schwarz-Christoffel.

1.8 Transformation de Schwartz-Christoffel .

On considère un polygone [Figure(1.4)] dans le plan Ω , ayant pour sommets

A_1, A_2, \dots, A_n et pour angle intérieurs respectivement $\alpha_1, \alpha_1, \dots, \alpha_n$.

Soit A_1, A_2, \dots, A_n les points correspondant respectivement à $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ de l'axe réel du plan des λ [Figure(1.5)]. Transformation de Schwarz-Christoffel, transforme l'intérieur d'un polygone

en demi-plan supérieur (ou inférieur) d'un autre plan. La transformation est donnée par :

$$\frac{d\Omega}{d\lambda} = \alpha(\lambda - \lambda_1)^{\frac{\alpha_1}{\pi}-1}(\lambda - \lambda_2)^{\frac{\alpha_2}{\pi}-1} \dots (\lambda - \lambda_n)^{\frac{\alpha_n}{\pi}-1} \quad (1.23)$$

Ou bien

$$\Omega = \alpha \int (\lambda - \lambda_1)^{\frac{\alpha_1}{\pi}-1} (\lambda - \lambda_2)^{\frac{\alpha_2}{\pi}-1} \dots (\lambda - \lambda_n)^{\frac{\alpha_n}{\pi}-1} + \beta \quad (1.24)$$

Ou α et β sont des constantes complexes. On notera que :

1. Parmi les points $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ on peut choisir trois arbitrairement.
2. Les constantes α et β déterminent l'orientation et la position du polygone.
3. Il est commode de choisir un point, par exemple λ_n , à l'infini, cas dans lequel facteur de (1.24) n'existe pas.
4. Des polygones infinis non fermés peuvent être considérés comme des cas limités de polygones.

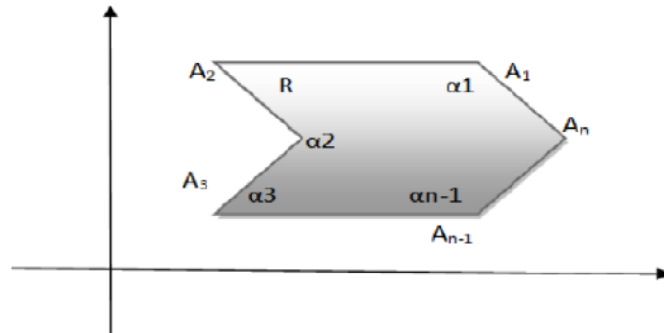


FIGURE 1.4 – Plan de Ω .

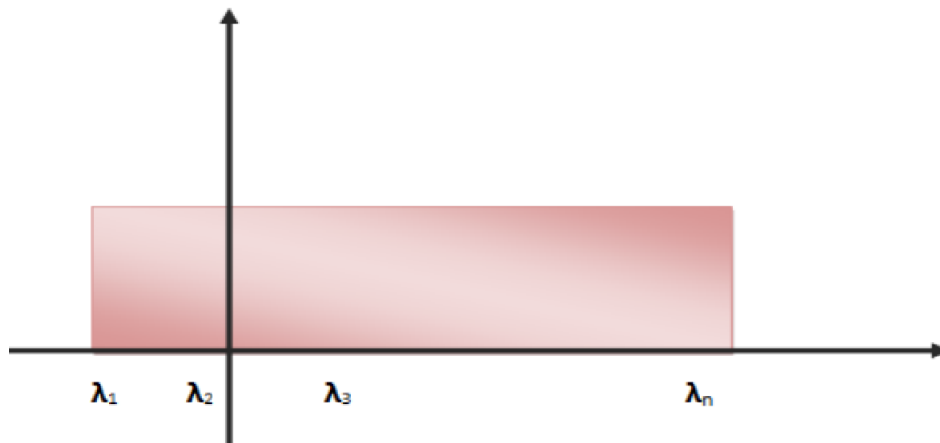


FIGURE 1.5 – Plan de variable λ .

2.1 Le calcul numérique

Le modèle mathématique constitué par des équations différentielles aux dérivées partielles (EDP) ou par un système d'EDP est transformé, à l'aide d'une méthode de discrétisation à un système d'équations algébriques.

Le principe du calcul numérique est illustré à la (FIGURE 2.1).

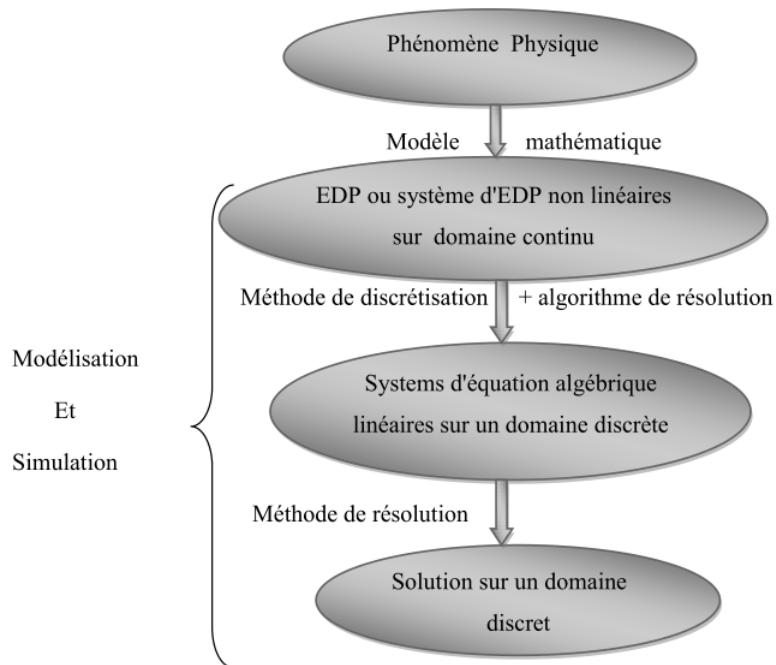


FIGURE 2.1 – le principe du calcul numérique.

Les méthodes de discrétisation les plus connues sont :

1. méthodes des différences finies (MDF).
2. méthodes des éléments finis (MEF).
3. méthodes spectrales (MS).
4. méthodes des volumes finis (MVF).

2.2 Les méthodes principales de discrétisation

2.2.1 Méthode des différences finies (MDF)

La variable inconnue φ est décrite par plusieurs valeurs dans les points d'un maillage. Le développement de l'inconnue en séries Taylor tronquées est utilisé pour approximer les dérivées de l'inconnue, dans chaque point du maillage, par différences finies en utilisant les inconnues voisines. En remplaçant les dérivées dans les équations algébriques pour les valeurs de l'inconnu dans chaque point du maillage.

2.2.2 Méthode des volumes finis (MVF)

La méthode a été décrite la première fois en 1971 par Patankar et Spalding et publiée en 1980 par Patankar (Numerical Heat Transfer and Fluid Flow [17]).

Au début, la méthode a été développée comme une formulation spéciale de la méthode des différences finies. L'algorithme numérique a les pas suivants :

1. Le domaine d'analyse (de calcul) est divisé en volumes finis (génération du maillage).
2. L'intégration formelle des équations sur tout le volume de contrôle.
3. La discrétisation, qui implique la substitution des différentes approximations de type différences finies pour les termes intégrés en représentant différentes processus d'écoulement comme la convection, la diffusion et le terme source.
4. Le résultat est la conversion des intégrales dans un système d'équation algébriques.
5. La résolution du système d'équations algébriques par l'utilisation d'une méthode itérative.

Le premier pas qui est l'intégration sur le volume de contrôle, fait la distinction entre la méthode des volumes finis et tous les autres techniques numériques. Le résultat de l'intégration exprime la conservation exacte de la grandeur physique sur chaque volume de contrôle.

Cette relation claire entre l'algorithme numérique et le principe de conservation physique détermine la principale attraction de la méthode des volumes finis et son concept devient plus facile à comprendre que le concept de la méthode des éléments finis ou de la méthode spectrale.

La conservation de la variable générale d'écoulement, par exemple une composante de la vitesse ou de la température, sur le volume de contrôle peut être exprimée comme un bilan entre les différents processus qui tendent de l'augmenter ou bien de la baisser.

2.3 Méthode des volumes finis (MVF)

2.3.1 Principe de méthode

cette méthode consiste à découper domain d'étude en petits volumes "appelés volumes de contrôle" pour obtenir un domain de calcul, chaque volume entoure un noeud principal P et pour un noeud principal P , les points E et W (E : *Est*, W : *West*) sont des voisins dans la direction X , tandis que N et S (N : *Nord*, S : *Sud*) sont ceux dans la direction Y . Le volume de contrôle entourant P est montré par des lignes discontinues.

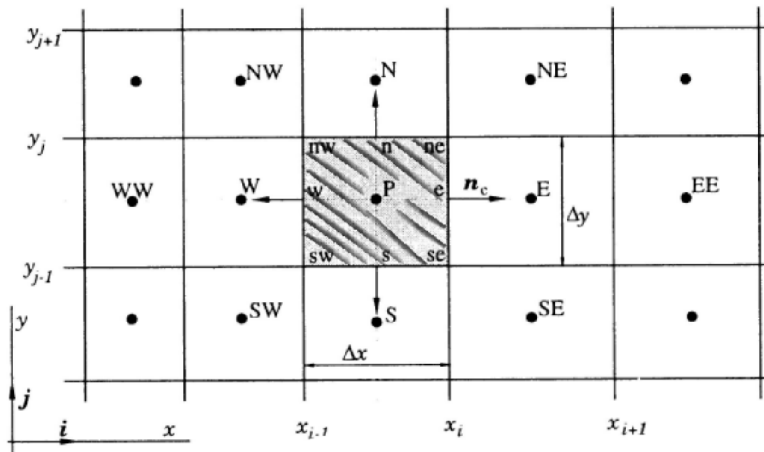


FIGURE 2.2 – Volume de contrôle.

2.4 Position du problème

On considère un écoulement bidimensionnel d'un fluide incompressible, dans un domaine de la forme de trapèze(ABCDEF) avec $(AB=EF, E\hat{B}C = B\hat{E}D = \frac{\pi}{3})$ et un surface libre (GH) représenté dans la (FIGURE 2.3)

On suppose que l'écoulement a l'infini est uniforme de vitesse U. Sur la surface libre, puisque les tension de surface et les forces de gravité sont négligées, l'équation de Bernoulli devient :

$$\frac{u^2}{2} + \frac{P}{\rho} = cte \quad (2.1)$$

On a le problème suivante :

$$\begin{cases} \Delta\phi = 0 & \text{avec les conditions limite} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} \right)^2 + \frac{P}{\rho} = cte & \text{sur la surface libre} \end{cases} \quad (2.2)$$

On présente dans ce paragraphe les différent schémas concernant l'équation de quantité de mouvement :

Schéma amount du premier ordre

Pour le schéma amount de premier ordre le logiciel Fluent prend en considération la moyenne de toutes les valeurs d'une cellule comme la valeur stockée au centre de la même cellule. Et les valeurs aux faces sont égales à celles des cellules se trouvant au schéma amount.

Schéma amount de deuxième ordre

Pour les valeurs aux centre des cellules, on fait un développement en série de Taylor. Mais pour la valeur sur la face sera :

$$\begin{aligned} \phi_f &= \phi + \nabla\phi\Delta S \\ \nabla\phi &= \frac{1}{V} \sum_f^N \phi_f A \end{aligned} \quad (2.3)$$

L'équation (2.3) donne une autre approche basée sur le calcul de gradient, ϕ et $\nabla\phi$ représentent : la valeur du scalaire dans la cellule centrale et son gradient respectivement et δS désigne le vecteur de déplacement(cellule centrale sera avec amount une cellule face).

Schéma Quick

Il est conseillé pour les maillages quadrilateraux ou hexaedriques, on peut l'écrire sous la forme :

$$\phi = k \left(\frac{S_b}{S_c + S_b} \phi_m + \frac{S_c}{S_c + S_b} \phi_i \right) + (1 - k) \left(\frac{S_d}{S_c + S_d} \phi_m + \frac{S_c}{S_c + S_d} \phi_E \right)$$

On peut écrire alors l'équation de la continuité $\oint \rho U dA = 0$ sous forme décrite suivante :

$$\sum_f^N J_f A_f = \sum_f^N \rho U_n A_f = 0$$

U_n et A_f sont respectivement la composante normale de la vitesse sur une face et l'une des faces qui contient le volume de contrôle. Pour la résolution, on a utilisé le code Fluent qui contient des fichiers concernant la lecture des données (la nature de fluide, la gravité, la viscosité et la pression ...) et d'autres concernant les détails de la géométrie du problème posé (les schémas de la discrétisation, les conditions aux limites , ...).

Nous étudions numériquement le problème d'écoulement potentiel Où nous postulons méthode de volume fini utilisant un logiciel de calcul Fluent qui nous aide à manipuler la vitesse et la pression statique et la fonction de courant.

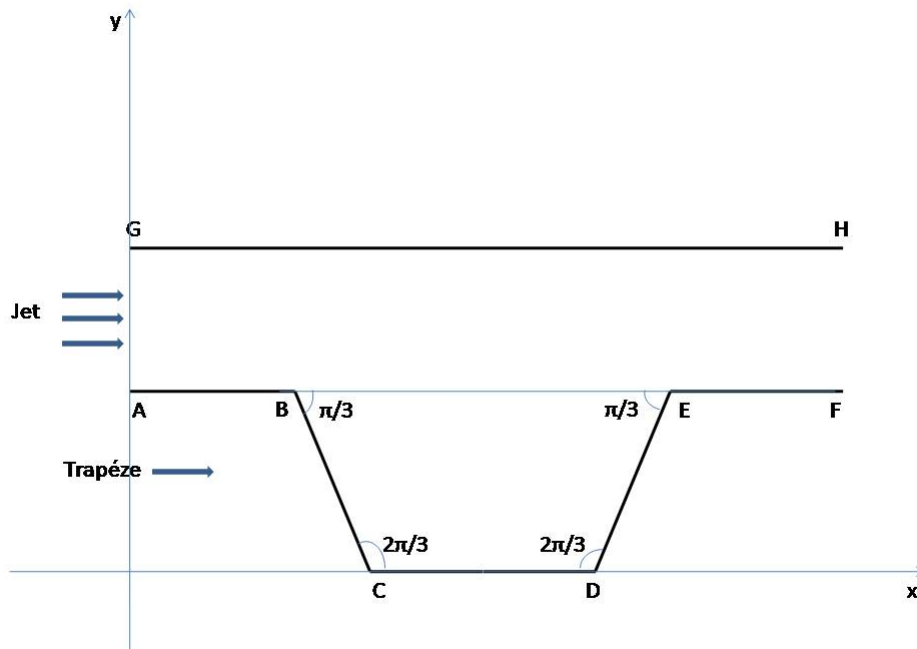


FIGURE 2.3 – Description de problème.

2.5 L'utilisation de logiciel (Gambit + Fluent)

Gambit et Fluent sont des logiciels, sous licence commerciale, permettant de réaliser des simulations 2D ou 3D en mécanique des fluides allant de la construction du maillage avec Gambit à la résolution des équations de Navier Stokes et au post-traitement avec Fluent.

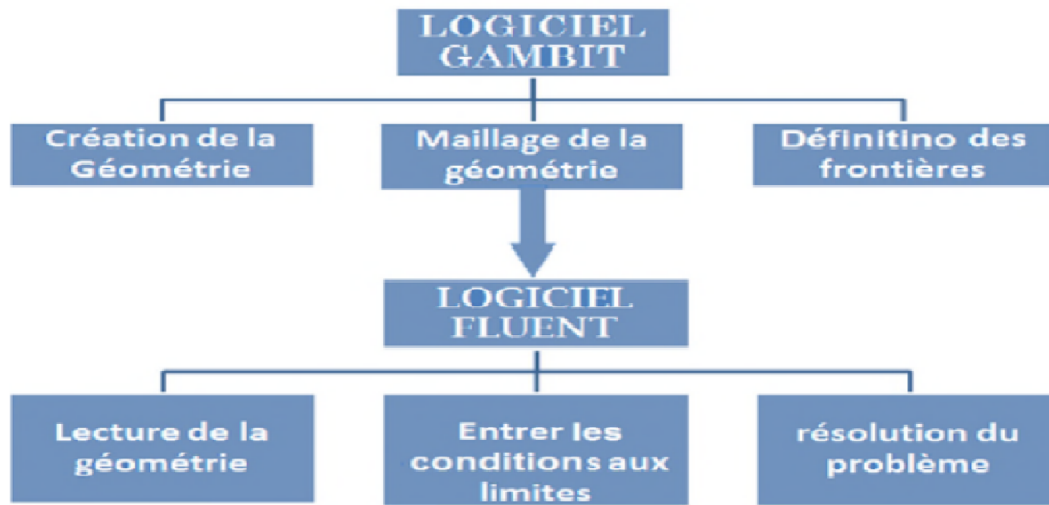


FIGURE 2.4 – Schéma récapitulatif d’une simulation complète sous Gambit et Fluent.

Le logiciel Gambit

2.5.0.1 ► Rôle du logiciel Gambit :

GAMBIT est un logiciel qui permet de créer des maillages peuvent être utilisés en particulier sous FLUENT.

Le maillage est un prétraitement au logiciel de simulation. Il permet de générer un maillage structuré ou non structuré en coordonnées cartésiennes, polaires, cylindrique ou axisymétrique. Il peut réaliser des maillages complexes en deux ou trois dimensions avec des mailles de type rectangle ou triangle.

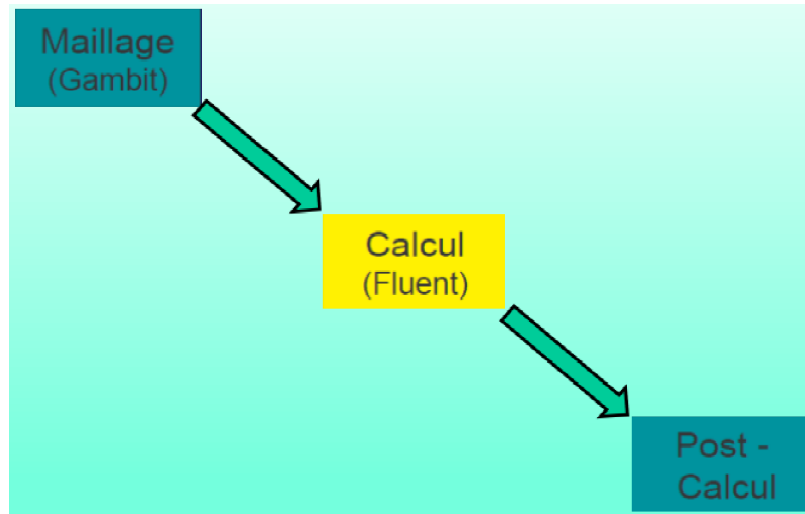
Pour construire un maillage, il est bon de suivre la démarche suivante :

- Définir la géométrie.
- Réaliser le maillage.
- Définir les paramètres des zones de calcul.

2.5.0.2 ► Notice d’utilisation de gambit :

Ce logiciel est utilisé pour définir et créer le modèle d’étude (surface ou volume) et de le mailler suivant le bon vouloir de l’utilisateur. Les différentes étapes d’utilisation de GAMBIT sont définies dans la notice suivante.

Le logiciel Fluent



2.5.0.3 ► Capacité de Fluent :

FLUENT permet les capacités de modélisation suivantes.

- Ecoulements 2D ou 3D .
- Ecoulement stationnaire ou instationnaire .
- Ecoulements incompressibles ou compressibles (subsoniques, transsoniques, supersoniques ou hypersoniques).
- Ecoulements non visqueux, laminaires ou turbulents.
- Transfert de chaleur forcé, par conduction, par convection ou les deux (conjugue) ou radiatif .
- Ecoulements avec changements de phases .
- Ecoulements en milieu poreux.

FLUENT est un logiciel qui permet de résoudre et simuler des problèmes de mécanique des fluides et de transferts thermiques par la méthode des volumes finis.

FLUENT est un code de calcul pour modéliser les écoulements des fluides et les transferts thermiques dans des géométries complexes. Il peut résoudre des problèmes d'écoulement avec des mailles non structurées, qui peuvent être produites pour des géométries complexes, avec une relative facilité.

FLUENT est écrit en langage de programmation C, il utilise une architecture qui lui permet d'exécuter plusieurs processus simultanément sur le même poste de travail ou sur des postes séparés pour une exécution plus efficace.

FLUENT s'utilise à travers une interface graphique, l'utilisateur avancé peut adapter ou augmenter aux besoins l'interface en écrivant des macros et des fonctions de menu, afin d'automatiser certaines procédures.

FLUENT offre deux modes de calcul : le mode "double précision" et le mode "simple précision".

Dans le mode "double précision" : les nombres à virgule flottante sont représentés en utilisant

64 bits, alors que le mode "simple précision" : utilise une représentation à 32 bits. Le revers de cette précision est que le premier mode requiert beaucoup plus de mémoire. En outre, Le mode "double précision" est préconisé, pour les écoulements impliquant des longueurs d'échelles très disparates, comme dans le cas d'un canal très long et mince.

3.1 Dans le cas de l'absence de gravité

3.1.1 Forme trapézoïdale isocèle

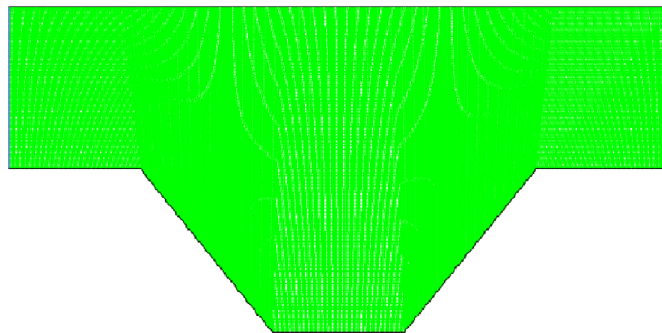


FIGURE 3.1 – La discrétisation.

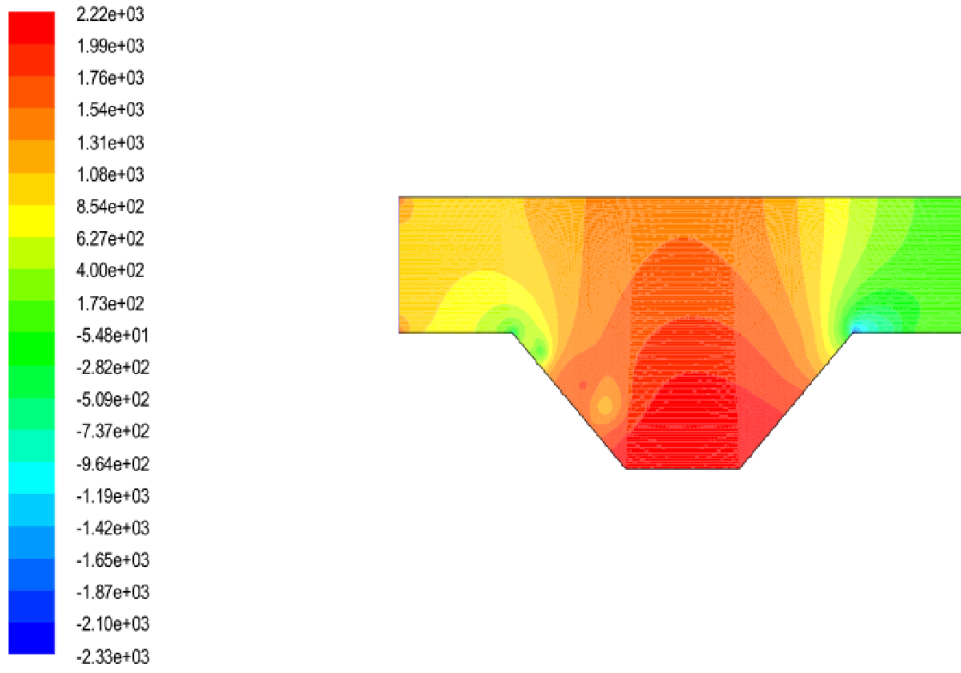


FIGURE 3.2 – Contour de la pression statique .

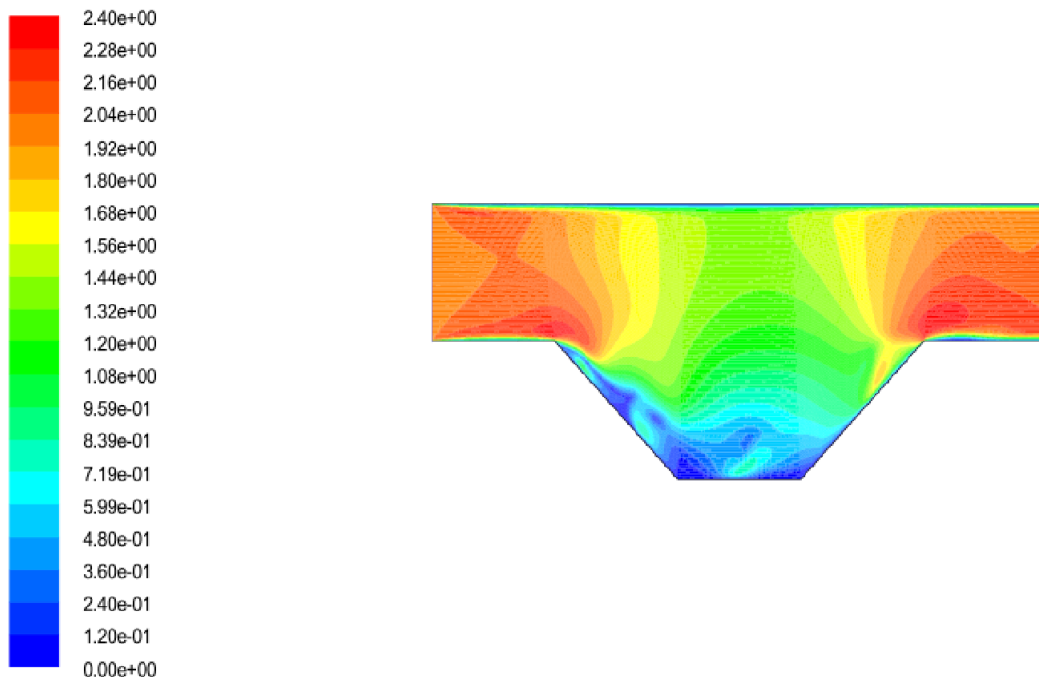


FIGURE 3.3 – Le contour de la magnitude de la vitesse.

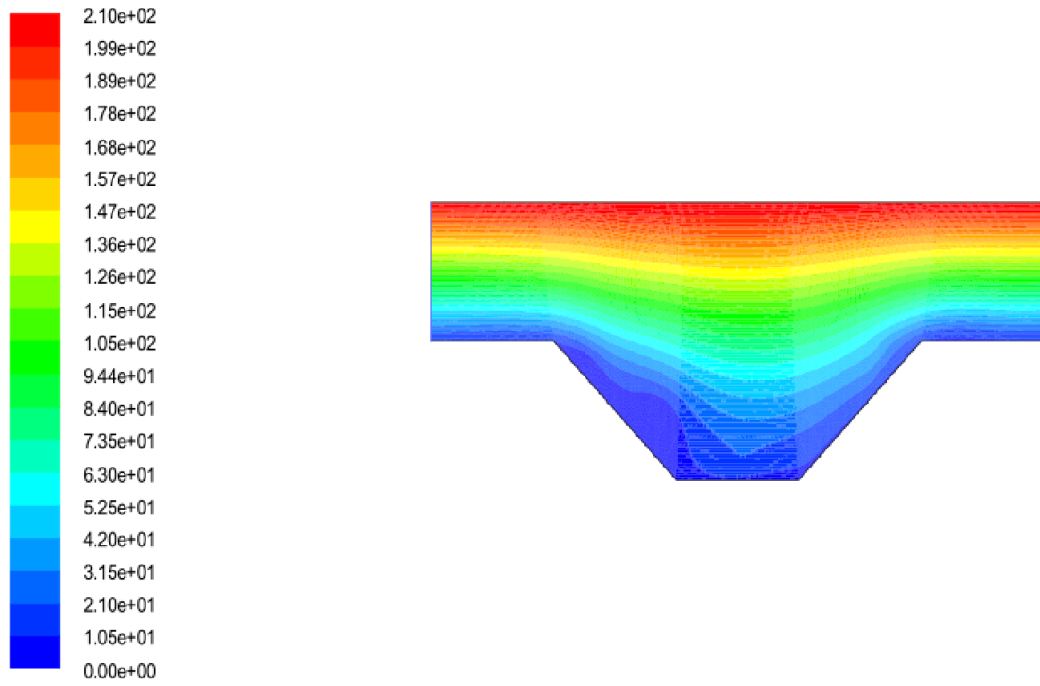


FIGURE 3.4 – Contour de la fonction de courant.

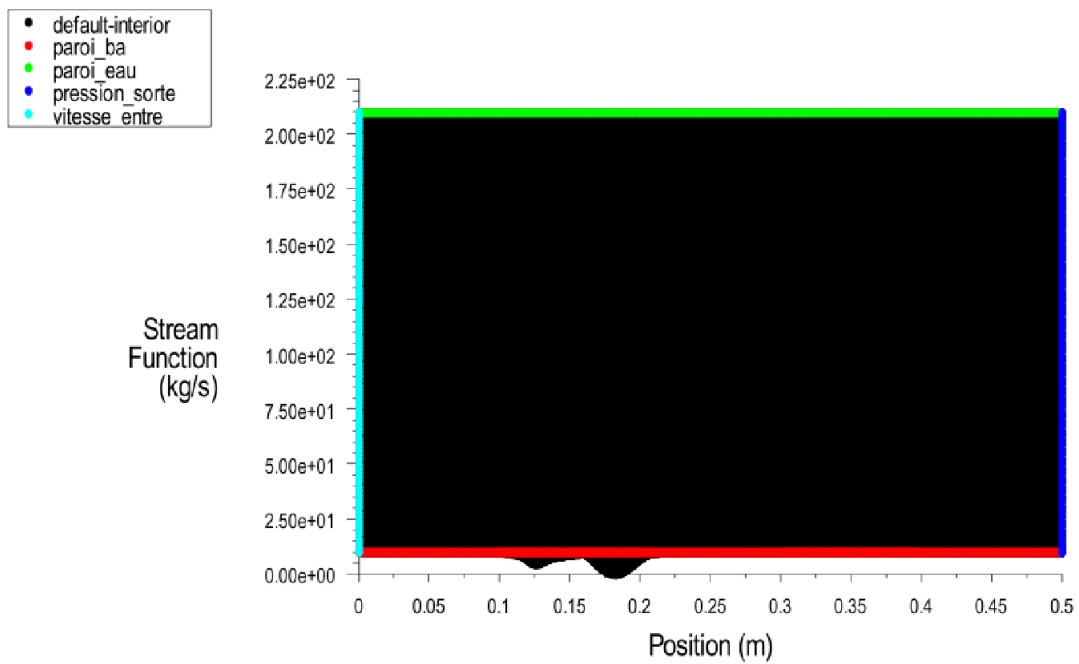


FIGURE 3.5 – La fonction de courant.

3.1.2 La forme d'un trapèze rectangulaire à cote sortie.

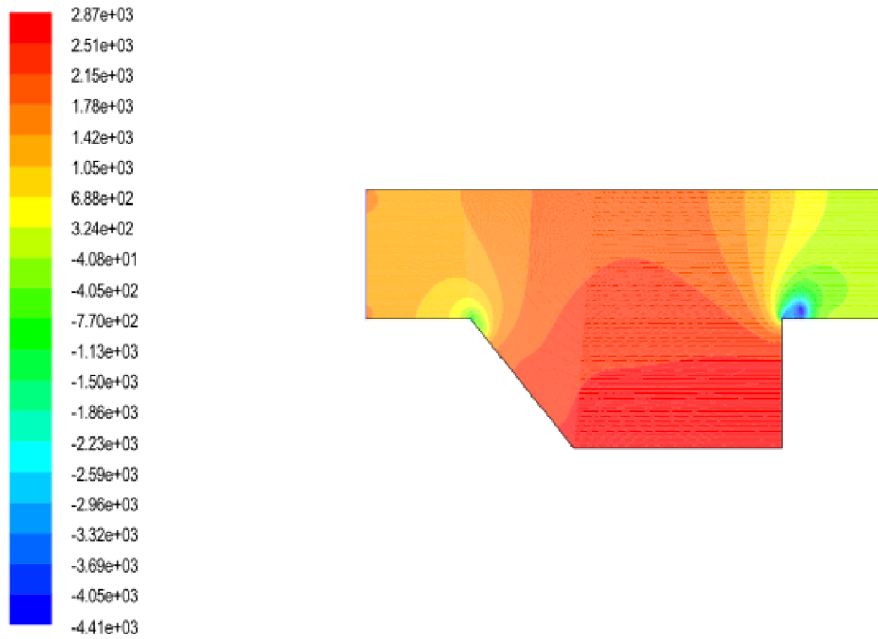


FIGURE 3.6 – Contour de la pression statique .

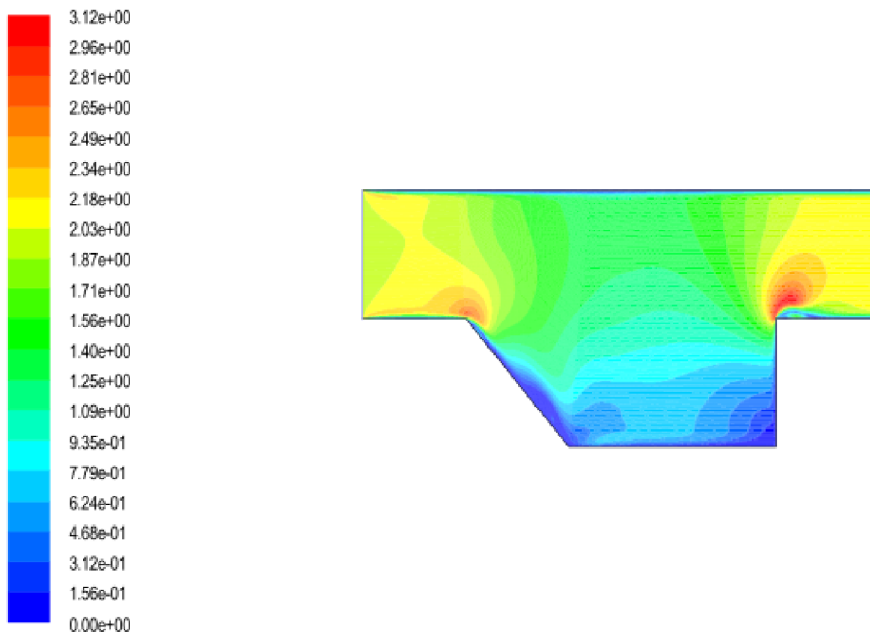


FIGURE 3.7 – Le contour de la magnitude de la vitesse.

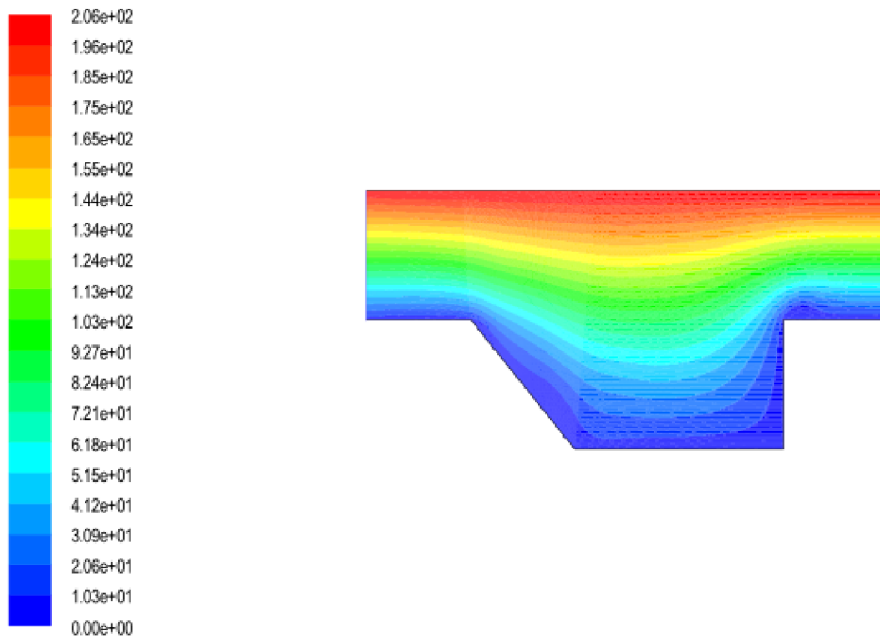


FIGURE 3.8 – Contour de la fonction de courant.

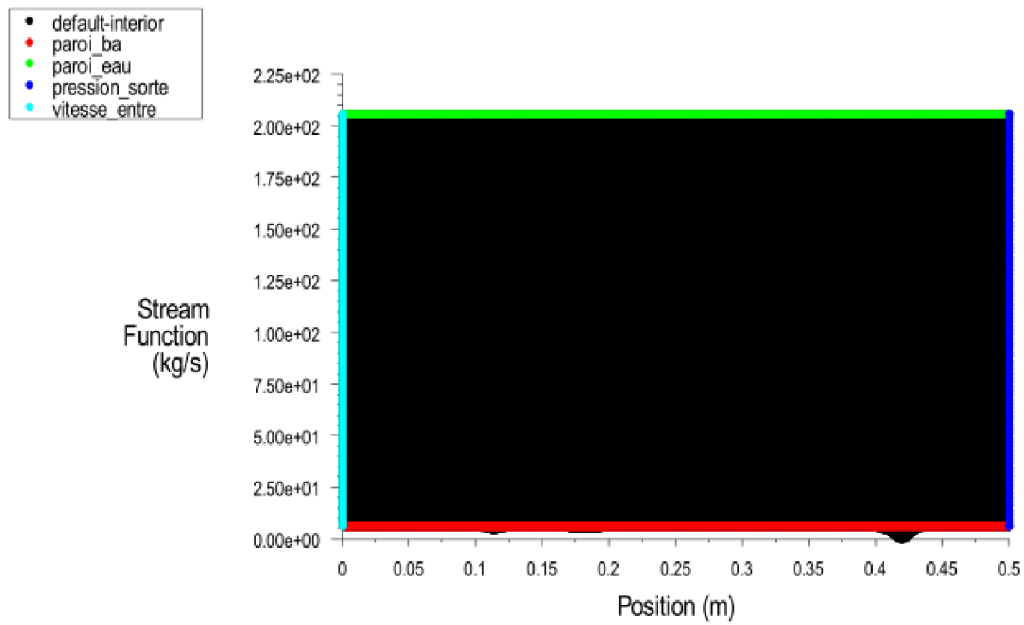


FIGURE 3.9 – la fonction de courant.

3.1.3 La forme d'un trapèze rectangulaire à cote d'entrée.

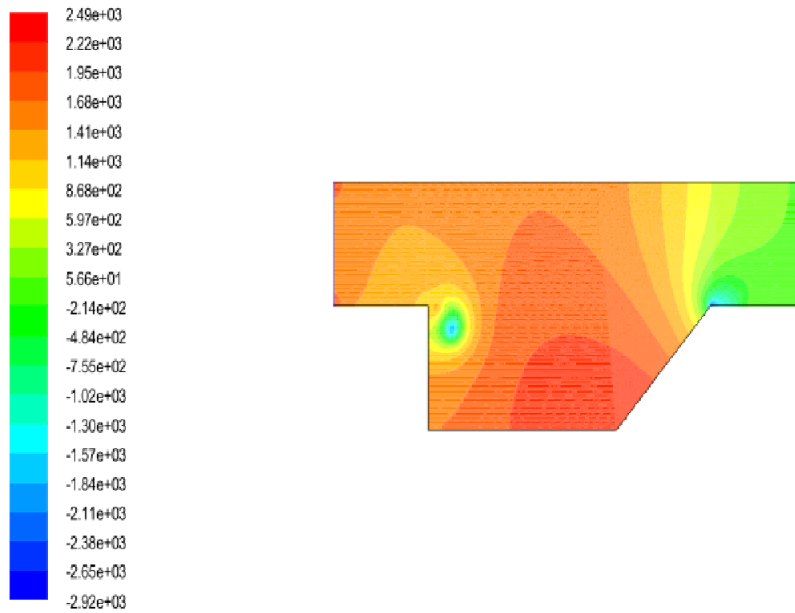


FIGURE 3.10 – Contour de la pression statique.

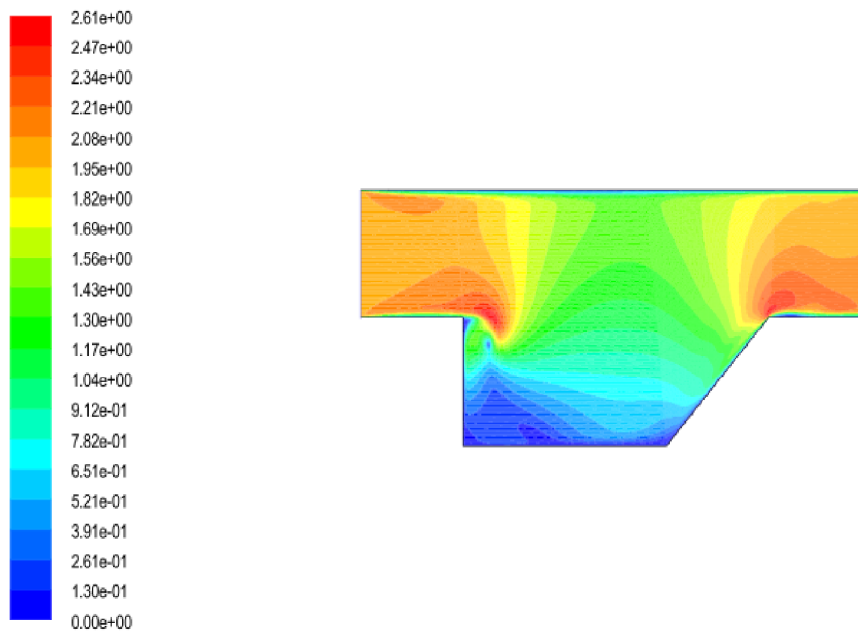


FIGURE 3.11 – Le contour de la magnitude de la vitesse.

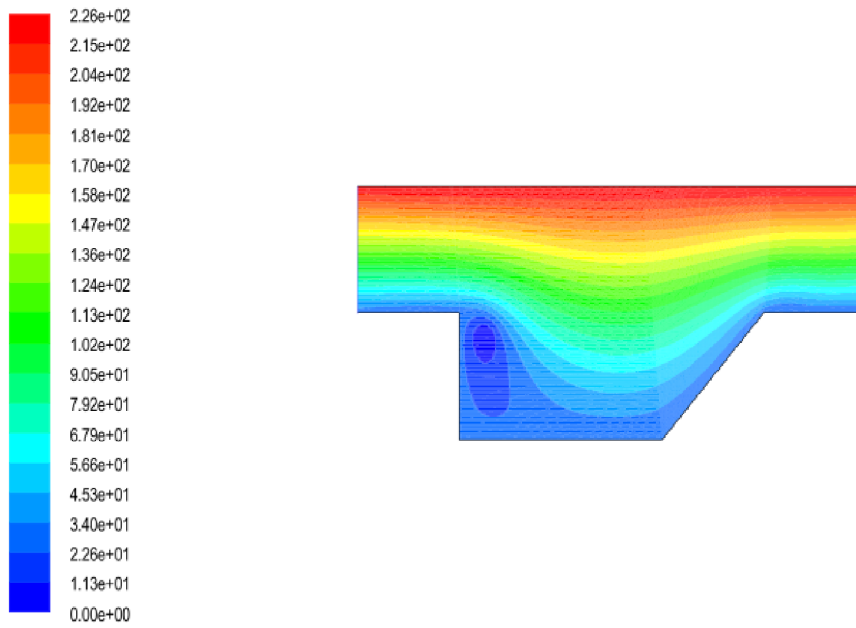


FIGURE 3.12 – Contour de la fonction de courant.

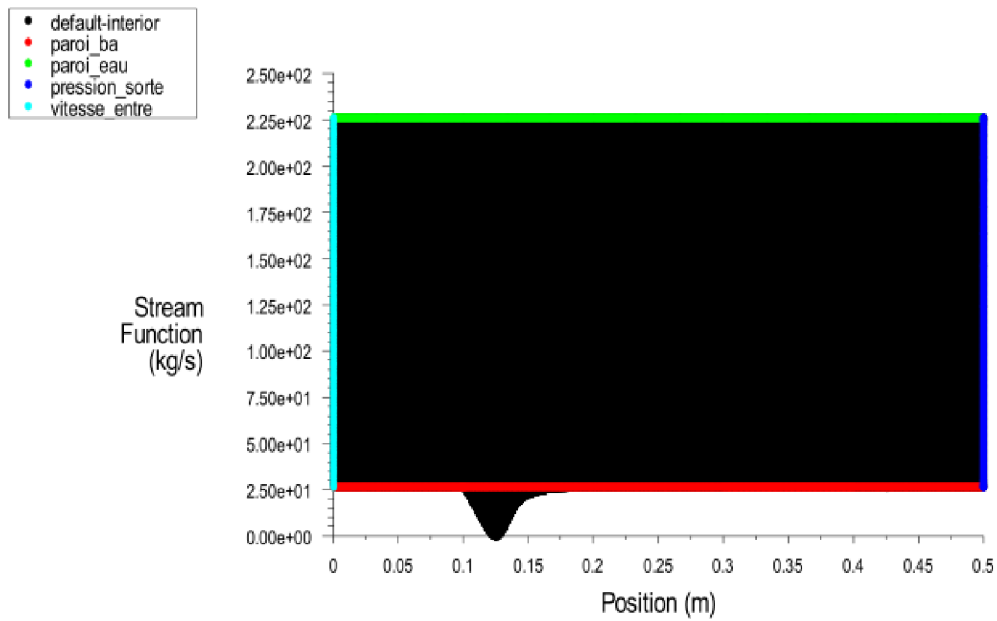


FIGURE 3.13 – la fonction de courant.

3.2 Dans le cas de l'existence de la gravité

3.2.1 Forme trapézoïdale isocèle.

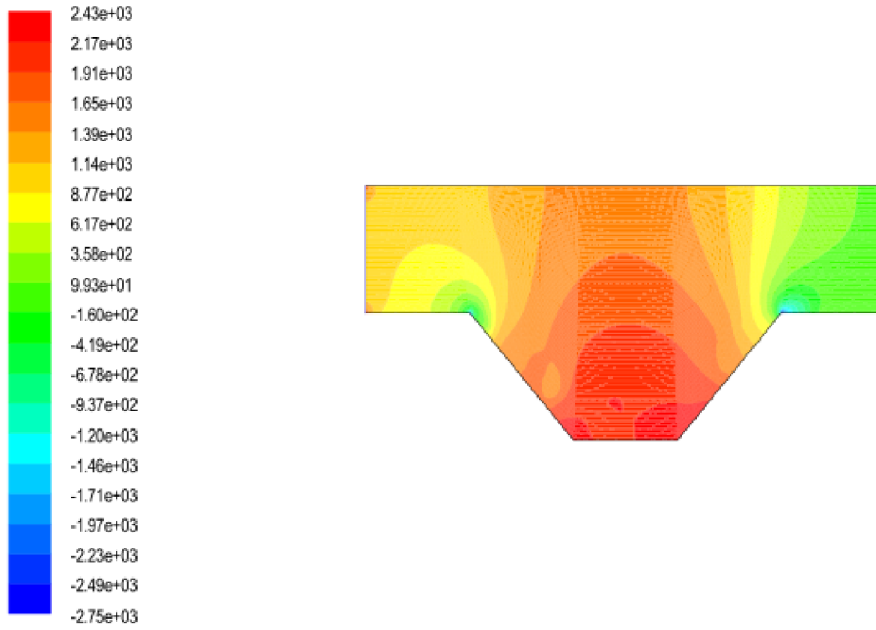


FIGURE 3.14 – Contour de la pression statique.

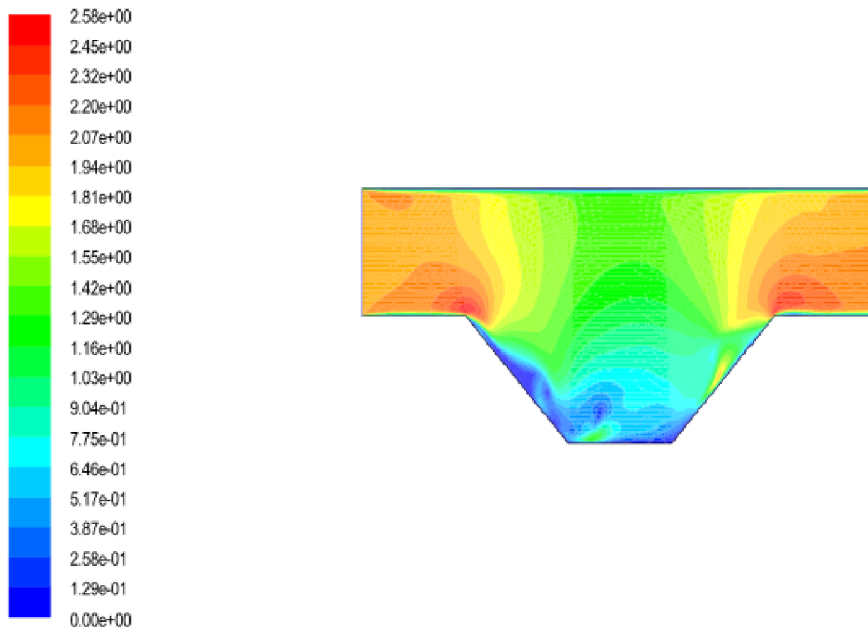


FIGURE 3.15 – Le contour de la magnitude de la vitesse.

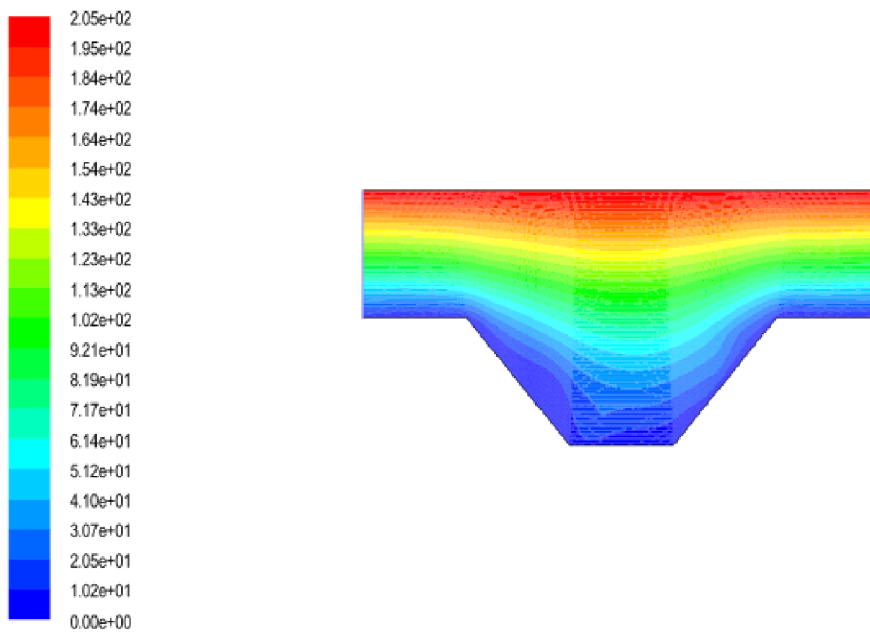


FIGURE 3.16 – Contour de la fonction de courant .

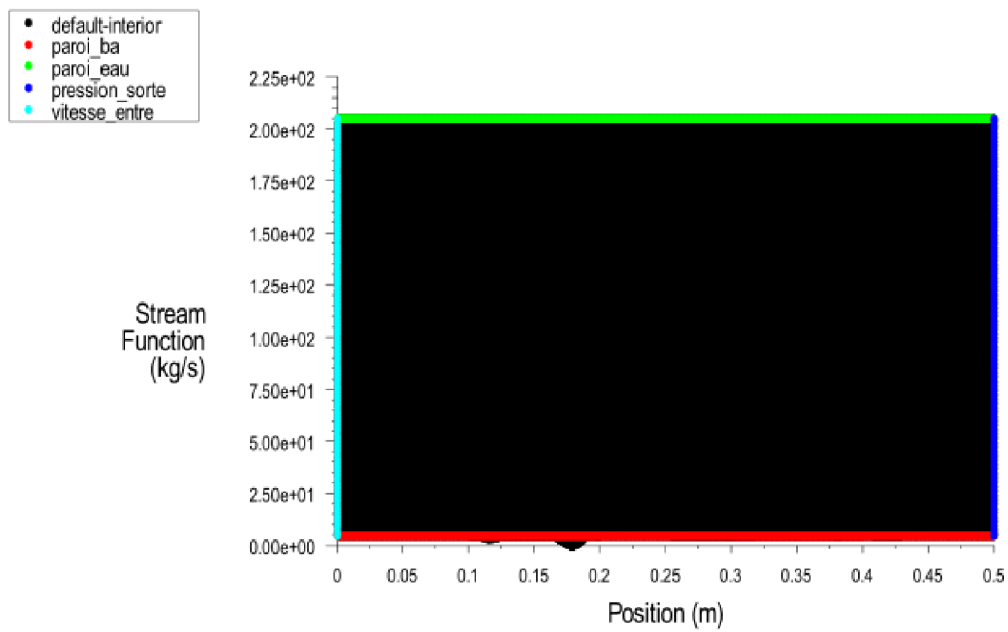


FIGURE 3.17 – la fonction de courant.

3.2.2 La forme d'un trapèze rectangulaire à cote sortie.

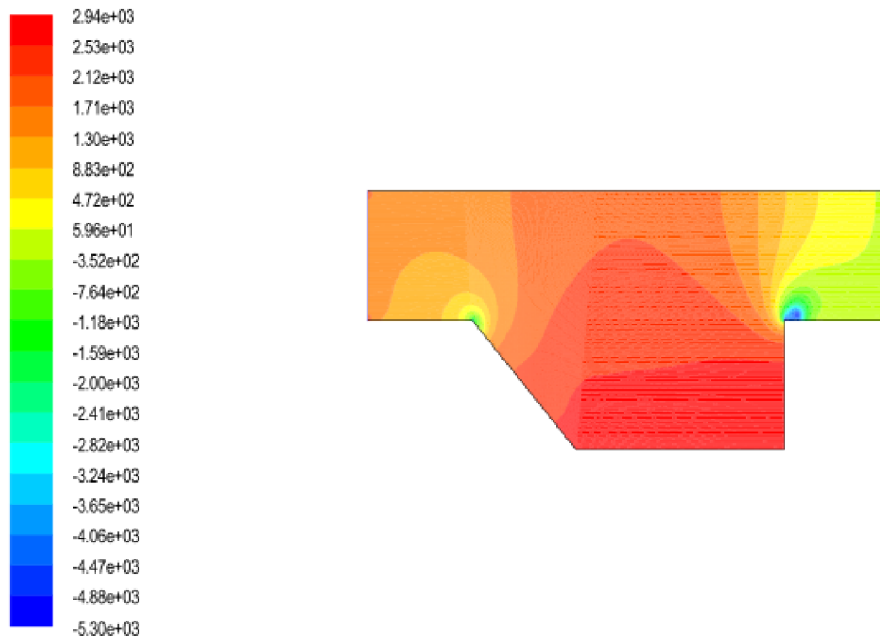


FIGURE 3.18 – Contour de la pression statique.

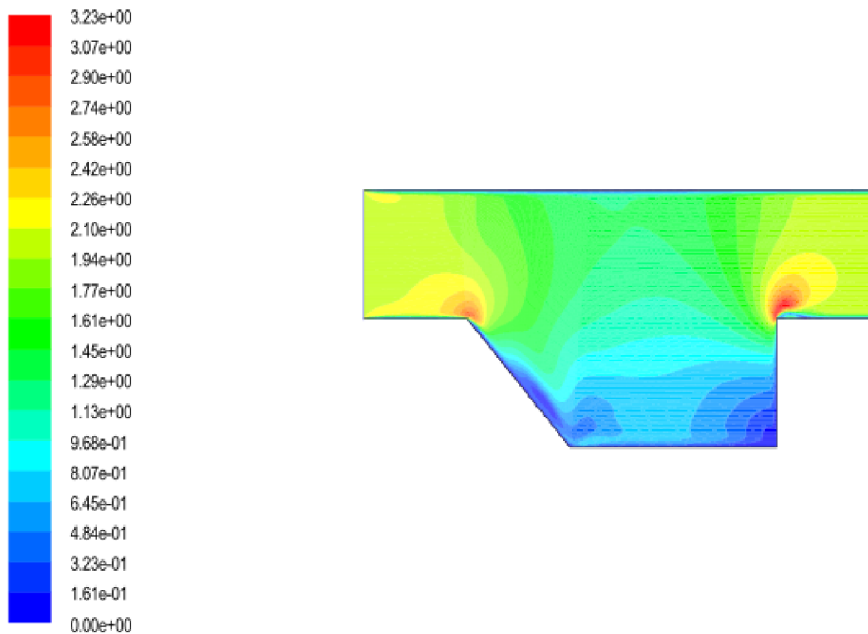


FIGURE 3.19 – Le contour de la magnitude de la vitesse.

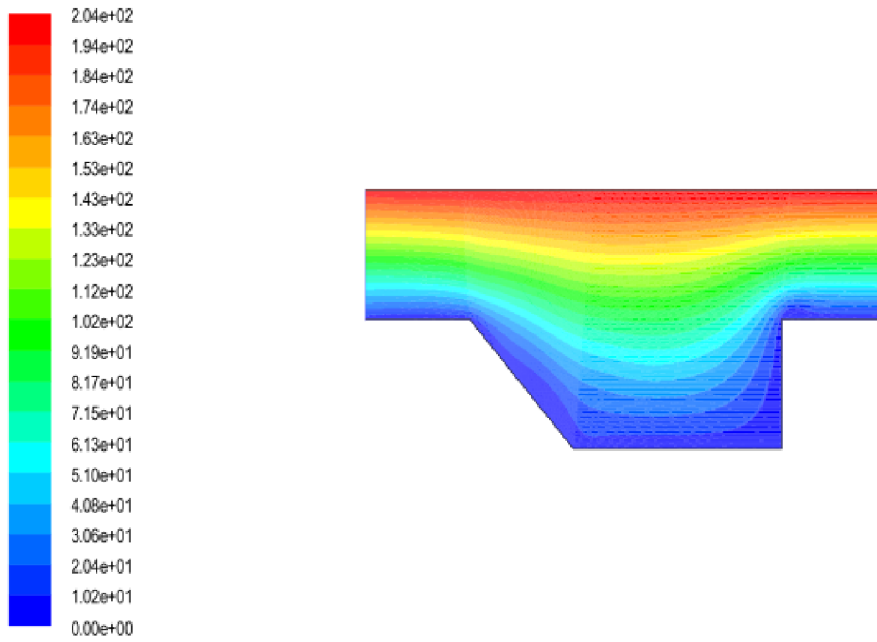


FIGURE 3.20 – Contour de la fonction de courant.

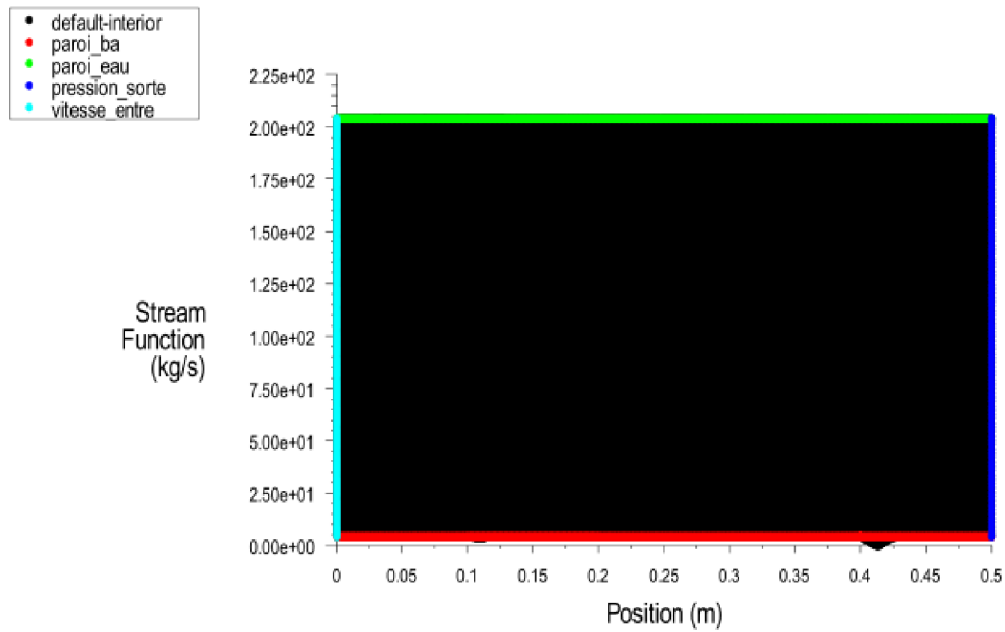


FIGURE 3.21 – la fonction de courant.

3.2.3 La forme d'un trapèze rectangulaire à cote d'entrée.

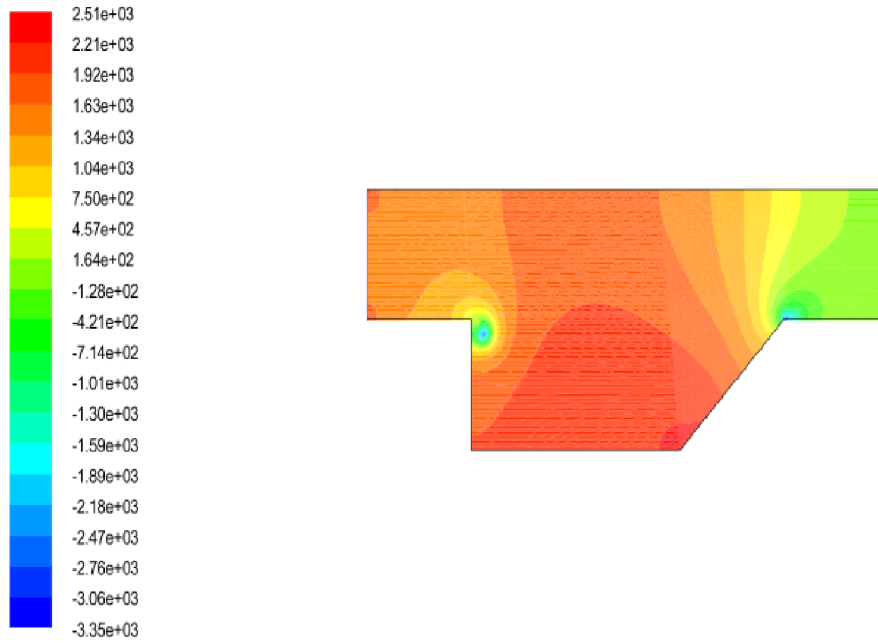


FIGURE 3.22 – Contour de la pression statique.

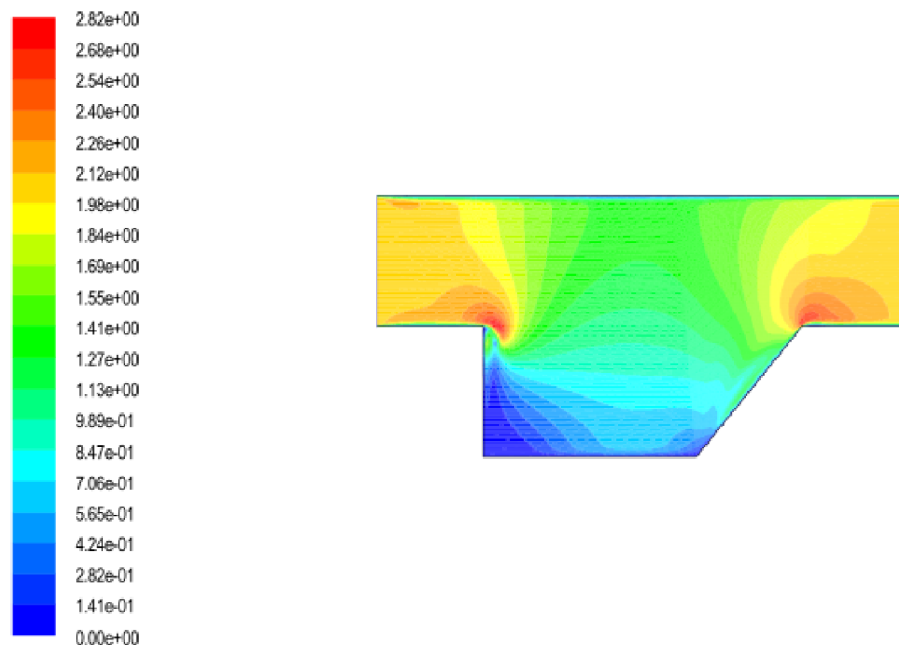


FIGURE 3.23 – Le contour de la magnitude de la vitesse.

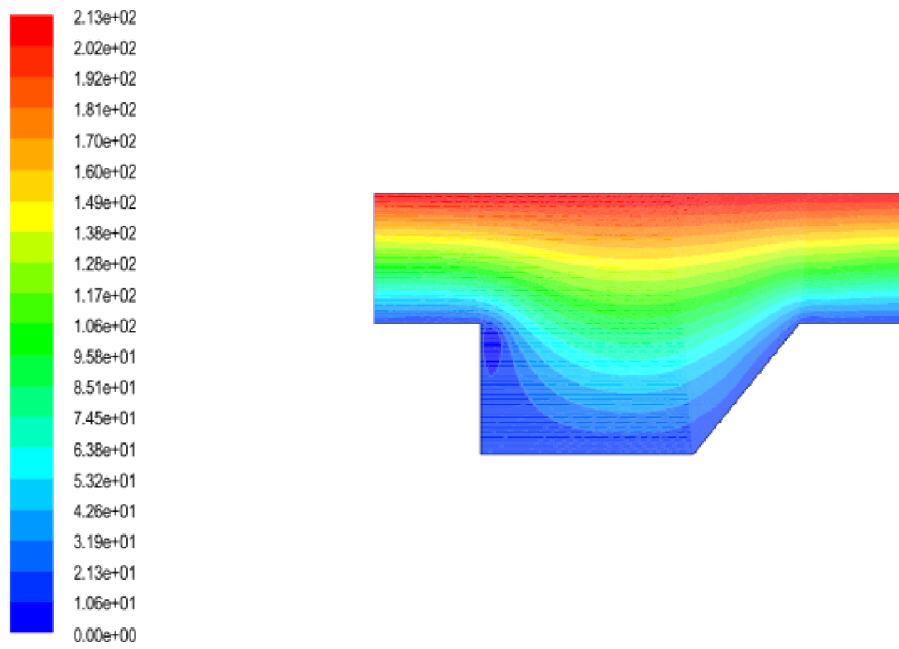


FIGURE 3.24 – Contour de la fonction de courant.

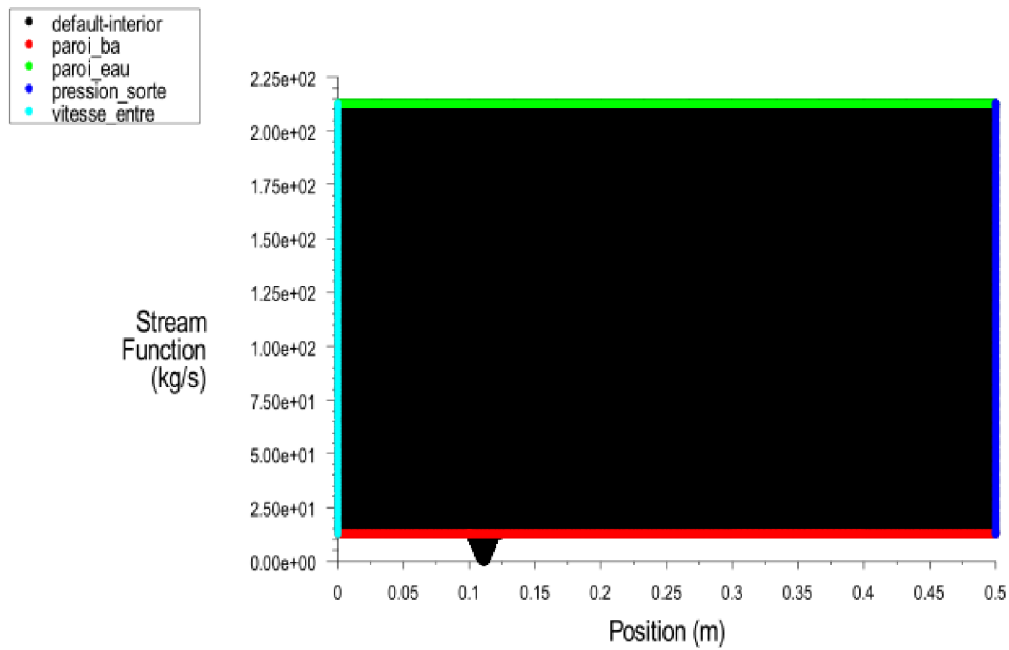


FIGURE 3.25 – la fonction de courant.

3.3 Discussion des résultats

3.3.1 La Pression Statique

D'après les figures de contour de la pression statique [(3.2)(3.6)(3.10)(3.14)(3.18)(3.22)] on remarque que la pression prend ses petites valeurs aux points d'entrée et de la sortie de fluide dans le trapèze rectangulaire à côté de la sortie ($-4.41 * 10^3 \text{pa}$) dans le cas sans gravité et ($-5.30 * 10^3 \text{pa}$) dans le cas avec gravité.

On remarque aussi que la pression prend sa grande valeur (maximum) ($2.87 * 10^3 \text{pa}$) au milieu de trapèze de forme rectangulaire à la sortie et au près des parois (AB, BC, CD, DE, EF) dans le cas sans gravité et la valeur ($2.94 * 10^3 \text{pa}$) dans le cas avec gravité.

3.3.2 La Vitesse

D'après les figures de la vitesse [(3.3)(3.7)(3.11)(3.15)(3.19)(3.23)], on remarque qu'elle atteint sa grande valeur (3.23 m/s) juste aux points d'angles de l'entrée et de la sortie dans le cas sans gravité du trapèze isocèle.

Mais elle s'atteint sa petite valeurs presque nulle (1.2m/s) près des angles de la base mineure de trapèze de tous les domaines traités surtout la forme isocèle toujours dans le cas sans gravité. D'autre part elle varié dans les autres formes entre les valeurs (1.29m/s) et (1.61m/s).

3.3.3 La Fonction de courant

Concernant la fonction de courant , et d'après les figures [(3.4)(3.5)(3.8)(3.9)(3.12)(3.13)(3.16)(3.17)(3.20)(3.21)(3.24)(3.25)] on remarque que cette fonction est presque nulle au près des parois rigides (AB,BC, CD, DE,EF).Puis elle augmente peu à peu jusqu'à la valeur ($2.26 * 10^2 \text{kg/s}$) exactement dans le Trapèze rectangulaire à côté de l'entrée dans le cas sans gravité. Elle coïncide aussi avec la forme de la surface libre où elle atteint les valeurs entre ($5.25 * 10^2 \text{kg/s}$) et ($5.66 * 10^2 \text{kg/s}$) au même cas.

Conclusion générale

Les problèmes non-linéaires des écoulements bidimensionnels à surface libre apparaissent dans des nombreux domaines : l'industrie, l'urbanisme tel que : les pompes à jet, les barrages, les sources ou puits. La résolution analytique de ces problèmes deviennent très surtout en présence des forces de la gravité et les effets de la tension de la surface, car ces derniers apparaissent des points de singularités dépendants de la condition non lineaire de l'équation de Bernoulli.

Dans ce modeste travail, on a considéré un écoulement potentiel dans un domaine de forme trapèze (isocèle et rectangulaire), en utilisant la méthode des volumes finis à l'aide de logiciel de calcul **FLUENT**, qui nous a donné des bons résultats concernant la pression, la vitesse et la fonction de courant. On a trouvé que les valeurs de la pression et de la fonction de courant dépendent sur plusieurs et différents donnés tels que : la géométrie de modèle proposé , les conditions aux limites...etc...

Nous envisagerons les perspectives, qu'ils ouvrent d'un point de vue, des futures travaux comme celle du changement de l'état de l'écoulement ou la géométrie du domaine étudié. Aussi l'application des autres techniques sur ce type des écoulements.

Présentation des logiciels (Gambit et Fluent)

Gambit

Les étapes d'utilisation de Gambit

1. Lancement du logiciel

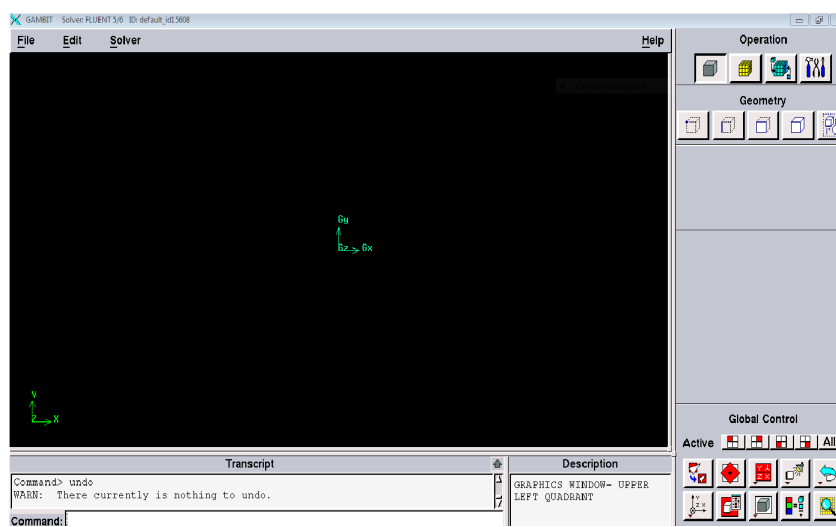


FIGURE 3.26 – Fenêtre principale.

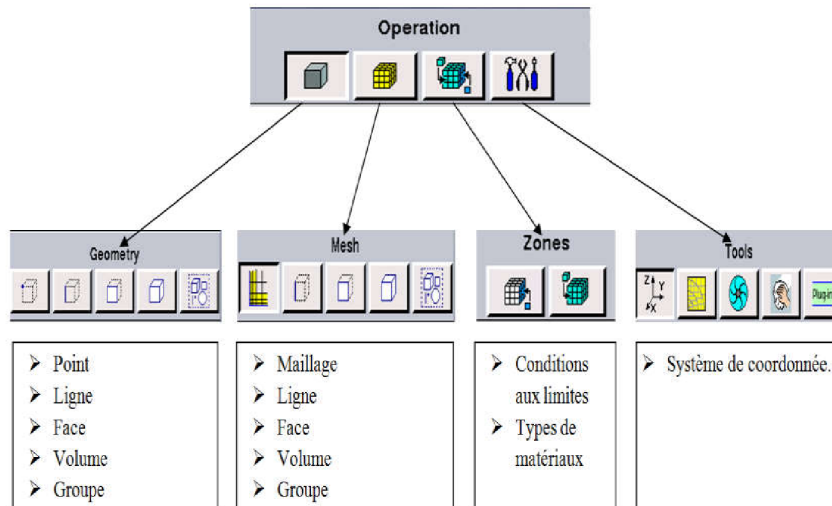


FIGURE 3.27 – Différentes opérations pour créer la géométrie.

2. Création de la géométrie

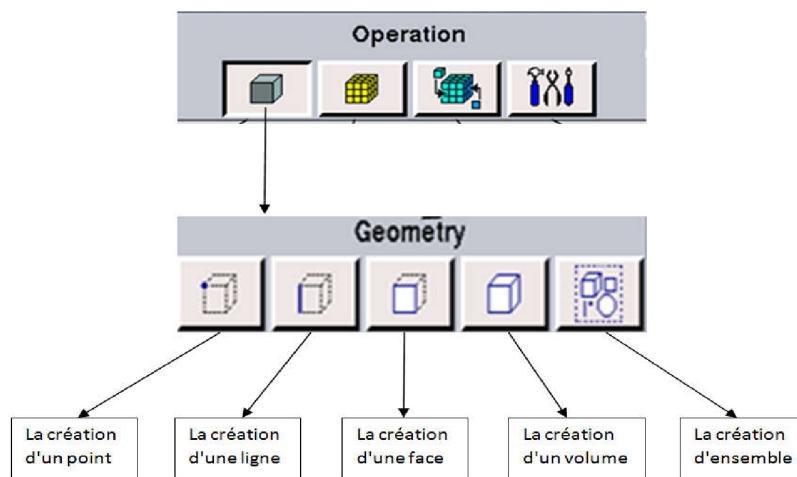


FIGURE 3.28 – Outils pour créer la géométrie.

3. Générer un maillage

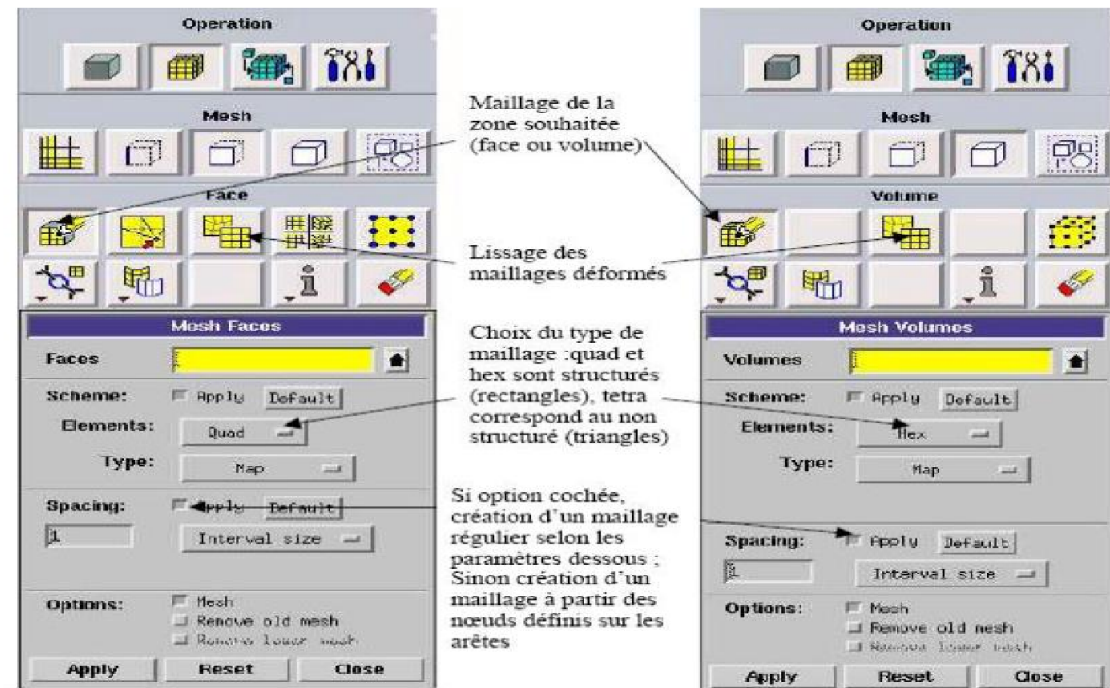


FIGURE 3.29 – Maillage sous Gambit.

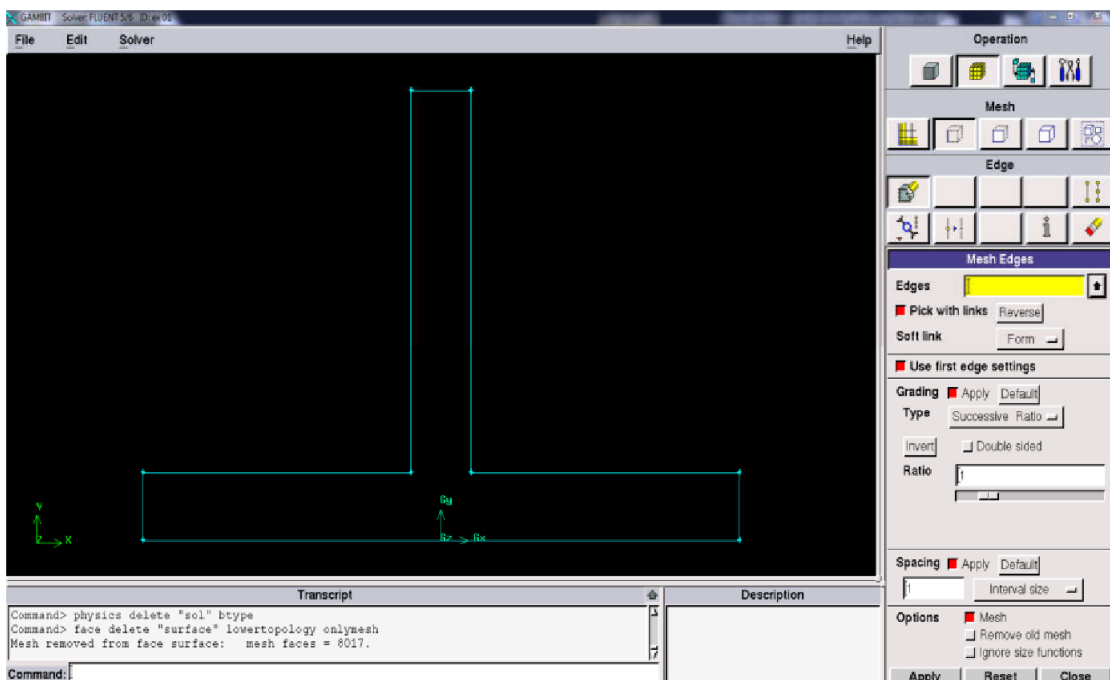


FIGURE 3.30 – Exemple outils pour générer un maillage.

4. Définir les conditions aux limites

➤ **Description détaillée du menu CL**

- 1/Ensembles des limites définies
- 2/Nom donné à la limite en train d’être définie, ce nom est important car il sera repris sous Fluent et les noms ne sont pas clairs vous risquez de mélanger les limites (problématique pour fixer des conditions)
- 3/Type de limite choisi (le choix varie en fonction du choisi pour résoudre le problème) solver
- 4/Faces ou lignes définissant la limite
- 5/Ensembles des faces que comprend la limite

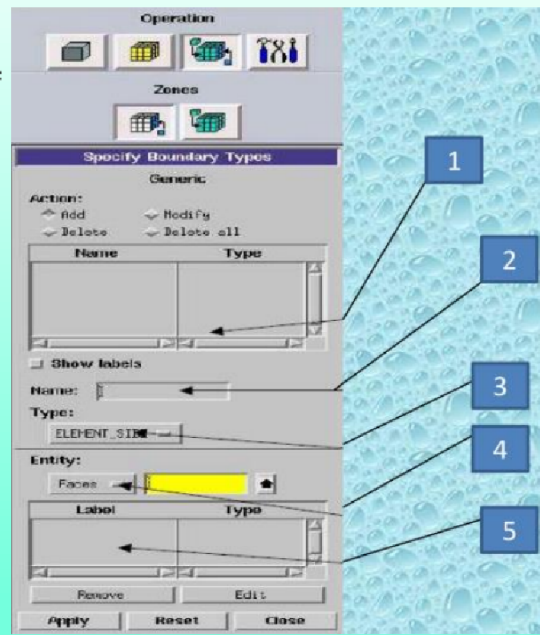


FIGURE 3.31 – Description détaillée du menu CL(conditions aux limites).

Fluent

Les étapes d’utilisation du logiciel Fluent

1. Ouvrir le fichier crée par Gambit

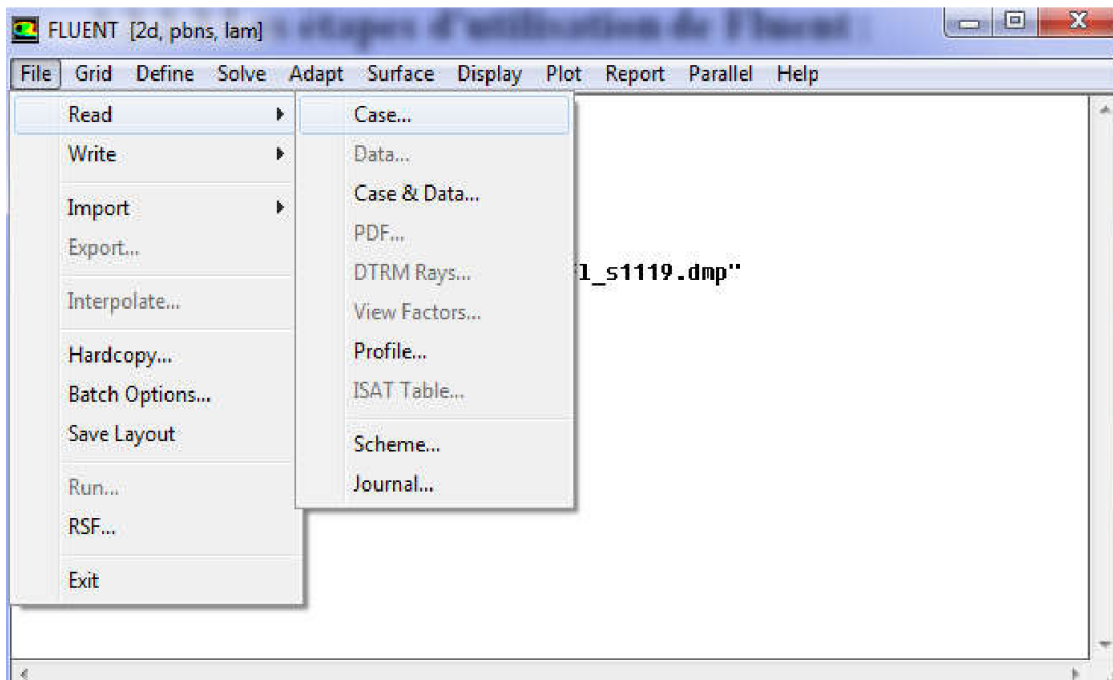


FIGURE 3.32 – Ouvrir le fichier (msh).

2. Définition des dimensions du modèle

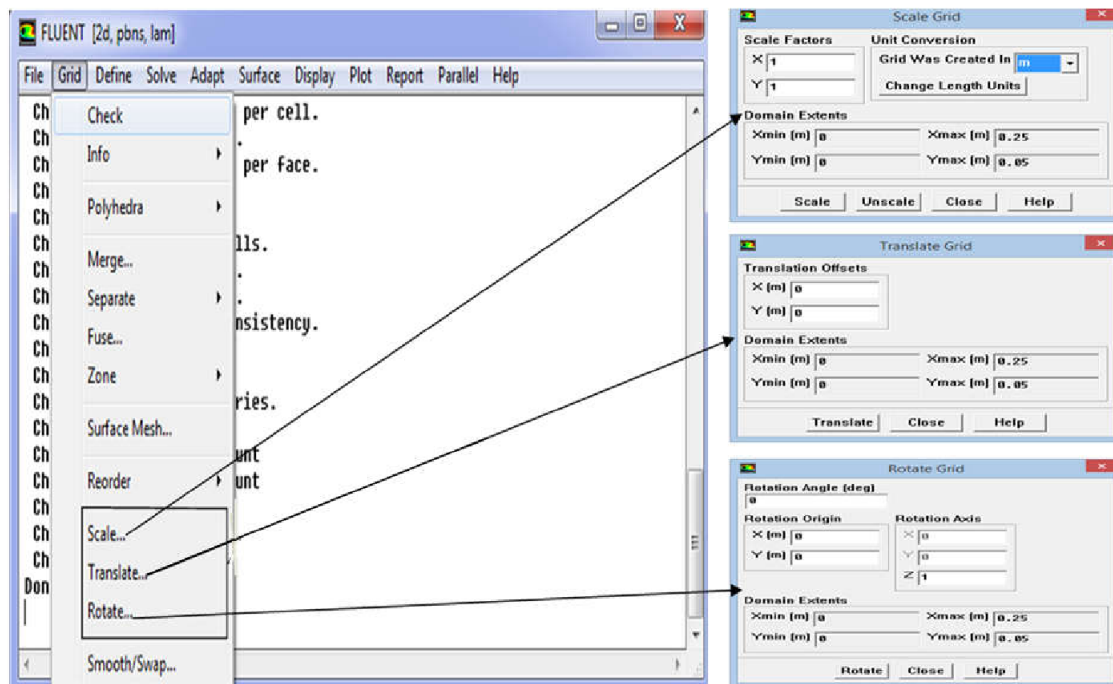


FIGURE 3.33 – Ouvrir le fichier (msh).

3. Définir le modèle mathématique

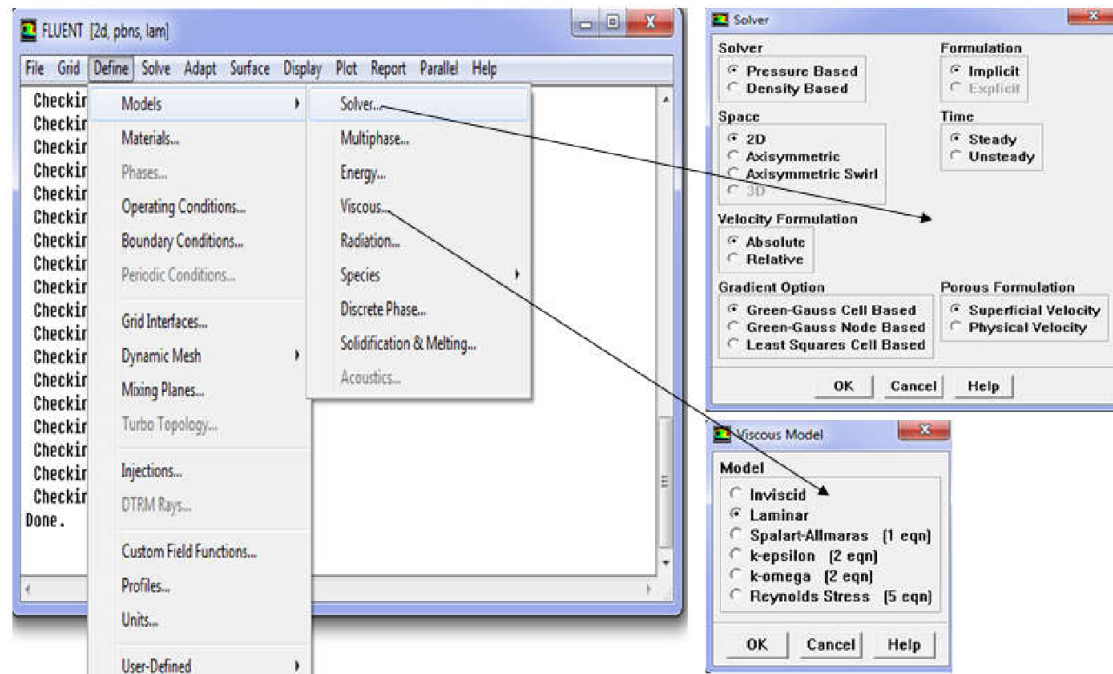


FIGURE 3.34 – Définir le modèle mathématique, le type d'écoulement et le fluide.

4. Définir les conditions aux limites

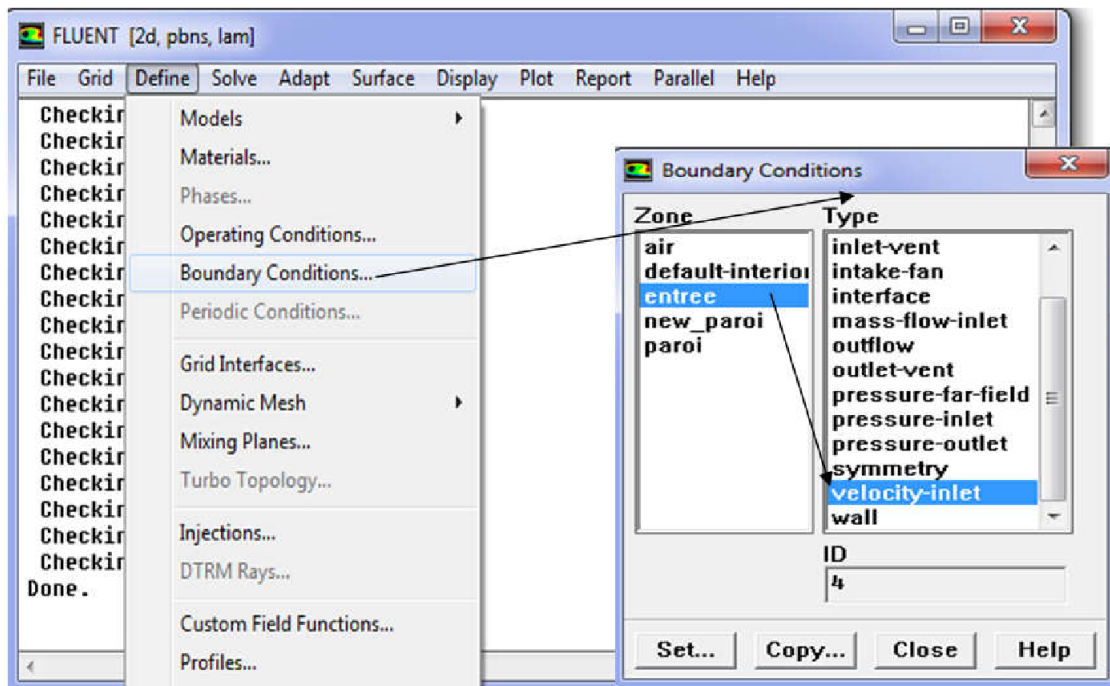


FIGURE 3.35 – Fenêtre des conditions aux limites.

5. Initialisation

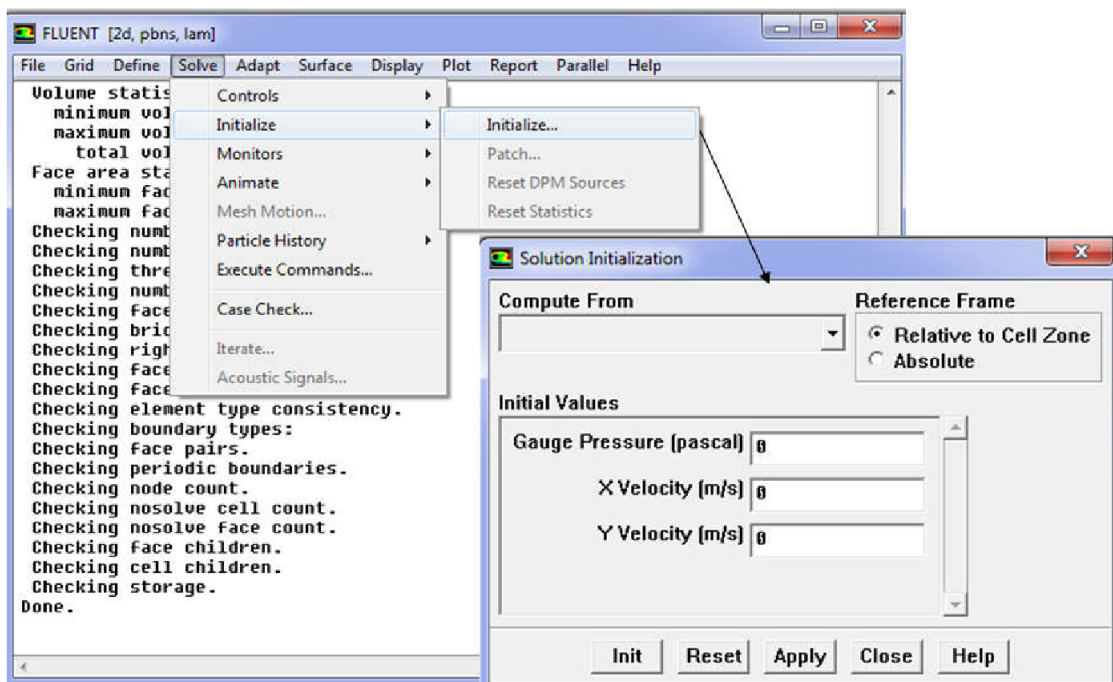


FIGURE 3.36 – Initialisation des variables.

6. Post traitement

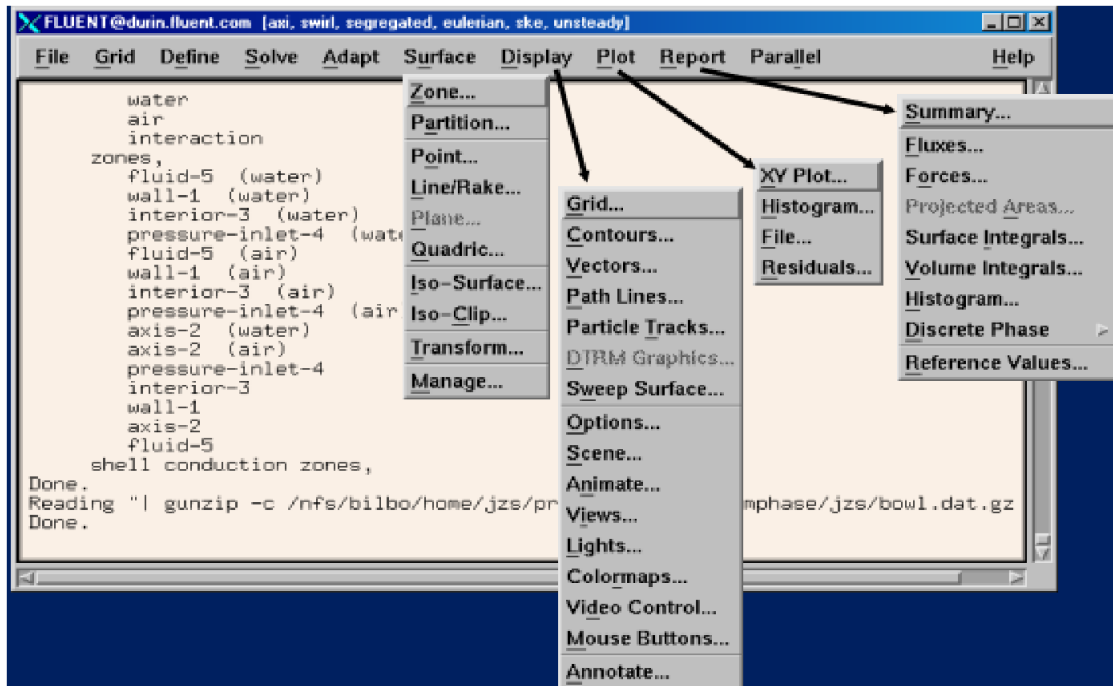


FIGURE 3.37 – Les fonctions de Post traitement.

- [1] G. K. Batchelor, An introduction to fluid dynamics, Combridge (1967).
- [2] T. B. Benjamin, On the flow in channels when rigid obstacles are placed in the tream, J. Fluid Mech. 1 (1956), 227-248.
- [3] M.I.G. Bloor, Large amplitude surface waves, J. Fluid Mech . 84 (1978), 167-179.
- [4] N.Bounab, Simulation Numérique de Quelques écoulements potentiels en 2D "Curved Nozzle" Thèse de doctorat, Université Mohamed Boudiaf M'sila , (2015).
- [5] F. DABBENE et H.PAILLERE, Initiation à la simulation numérique en mécanique des fluides : Eléments d'analyse numérique, Cours ensta MF307,6 juin 2003.
- [6] M. Damou. Mécanique des fluides, (O. P. U), (1993).
- [7] A.R. Elcrat and L.N. Trefthen, Classical free-streamline flows over a polyg- onal obstacle, J. Comp and Applied Math. 14 (1986), 256-265.
- [8] FLUENT 6.0 Documentation. User's guide. Fluent. Inc. (2001).
- [9] J.François Sini, Cours de Mécanique des Fluides, Engineering school, France, 2006.
- [10] GAMBIT 2.0 Documentation : User's guide. Modeling guide. Tutorial guide. Fluent. Inc. (2001).
- [11] A.Gasmi, Ecoulement potentiel et bidimensionnel issu d'un orifice d'un réservoir, Thèse de Magister ,1997.(Université de constantine).
- [12] C.Grossetête, Mécanique des Fluides,Ellipses,Paris,1991.
- [13] M. I. Gurevich, Theory of Jets in Ideal Fluids, Academic Press, New York and London (1965).
- [14] M.Hamza,Etude numérique d'un problème non linéaire avec singularités en 2D,Diplôme de Magistère, :15/07/2010.
- [15] H. Mekias et J- M. Vanden-Broeck, Supercritical free-surface flow with a stag nation point due to a submerged source, Phys. Fluids A, 1(10) (1989),1694-1699.
- [16] W. Peng and D.F. Parker, An ideal fluid jet impinging an unneven wall, J. Fluid Mech. 333 (1997), 231-255.

- [17] J. Roussel-E. N. S. C. R. Mécanique des fluides (2010).
- [18] A.Stoukov, Introduction à la Mécanique des Fluides Numérique :Méthode ” Volumes Finis”,Département Hydraulique / Mécanique des Fluides, Version initiale : Octobre 2006, Revision : Février 2012.
- [19] T.Tayebi,Cours Gambit et Fluent,Université Mohamed Boudiaf M'sila,2017/2018.
- [20] J.M. Vanden-Broeck and J. B. Keller, Weir flows, J. Fluid Mech. 176 (1987), 283-293.
- [21] J. M. Vanden-Broeck, Flow under a gate, Phys. Fluids, 29 (10) (1986), 3148-3151.

ملخص: في هذه المذكرة قمنا بدراسة تدفق كموني ذو سطح حر لسائل غير قابل للانضغاط وغير لزج داخل ميدان على شكل شبه منحرف. و ذلك بوجود الجاذبية تارة و بانعدامها تارة أخرى بهدف معالجة بعض خصائص السائل (السرعة ، الضغط و دالة التدفق). و ذلك بتطبيق طريقة الأحجام المنتهية بالاعتماد على برنامج الفليانت.

الكلمات المفاتيح: سائل مثالي - تدفق كموني - الاحجام المنتهية - برنامج الفليانت

Abstract: In this thesis, we have studied numerically a potential flow problem, of an incompressible fluid and non-viscous in a domain of trapezoid form where gravitational forces are neglected once and considered the other time. In the aim of treating some characteristics of the fluid (pressure, velocity and the stream function) by applying the finite volume method using FLUENT code.

Key-Words: Ideal fluid - Potential flow – Finite volume method - Fluent

Résumé: Dans ce mémoire, on a étudié numériquement un problème d'écoulement potentiel, d'un fluide incompressible et non visqueux dans un domaine de forme d'un trapèze. Où les forces de la gravité sont négligées une fois et considérées l'autre fois. Au but de traiter quelques caractéristiques du fluide :(la vitesse, la pression et la fonction du courant) en appliquant la méthode des volumes finis à l'aide du code Fluent.

Mots-clés: Fluide parfait – Ecoulement potentiel – Méthode des volumes finis-Fluent.