

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE  
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DE TECHNOLOGIE  
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE  
N° : 2020/INST /



DOMAINE : SCIENCES ET TECHNOLOGIE  
FILIERE : ELECTRONIQUE  
OPTION : INSTRUMENTATION

**Mémoire présenté pour l'obtention  
Du diplôme de Master Académique**

**Par: - TABTI Khaoula  
- ALLAL Leyla**

**Intitulé**

**Contribution à l'étude des cristaux phononiques  
pour des applications dans le domaine de la  
détaction d'épaisseur**

**Soutenu devant le jury composé de :**

<b>Mr. KHEDROUCHE DJAMEL</b>	<b>Président</b>	<b>Université M'sila</b>
<b>Mr. KAHLOUCHE Ahmed</b>	<b>Encadreur</b>	<b>Université M'sila</b>
<b>Mr. SAADA KHELKHAL FAYCAL</b>	<b>Examineur</b>	<b>Université M'sila</b>

**Année Universitaire : 2019/2020**

## Dédicaces

Je dédie ce mémoire à :

Mes chers parents pour tous les sacrifices consentis, pour leur soutien durant toutes mes années d'études.

Toute ma famille, À mes très chers frères et mes chères sœurs ,et mon partenaire de vie et tous ceux que j'aime Et toutes Mes amies.

Ma reconnaissance est également formulée envers tous mes enseignants et tous les employés de l'administration de département d'électroniques.

Allal leyla

## **Dédicaces**

**Je dédie ce mémoire à :**

**Mes chers parents pour tous les sacrifices consentis, pour leur soutien durant toutes  
mes années d'études.**

**Toute ma famille, À mes très chers frères et mes chères sœurs, tous ceux que j'aime**

**Et toutes Mes amies et Chiboub Achraf.**

**Ma reconnaissance est également formulée envers tous mes enseignants et tous les  
employés de l'administration de département d'électroniques.**

**Tabti Khaoula**

# REMERCIEMENTS

Tout d'abord, A Dieu, le tout puissant, nous rendons grâce pour nous avoir donné santé  
Le courage et la volonté pour compléter la réalisation de ce mémoire.

En premier lieu, je tiens à remercier mon encadreur Mr. KAHLOUCHE AHMED  
Qui m'a aidé et conseillé durant ce travail.

Je remercie également l'ensemble de tous les enseignants du département de l'électronique  
de l'université de M'SILA qui ont contribué à ma formation. Que monsieur le président et les  
membres du jury trouvent ici l'expression de mon respect  
pour avoir fait l'honneur d'examiner ce travail de mémoire de master.

Enfin, je remercie tous ceux qui m'ont soutenu, encouragé et donné l'envie de mener à terme  
ce travail.

---

## Sommaire

<b>Introduction générale</b>	2
<b>Chapitre I : Généralités sur les cristaux phononique</b>	5
I.1 Introduction .....	5
I.2 les Cristaux phononique .....	5
I.2.1 Définition.....	5
I.2.2. Historique sur les cristaux photoniques.....	6
I.2.3. Cristaux Electroniques, Phononiques et Photoniques .....	7
I.3 Différents types des cristaux phononiques .....	8
I.3.1 Structures périodiques unidimensionnelles .....	8
I.3.2 Structures périodiques bidimensionnelles .....	9
I.3.3 Structures périodiques tridimensionnelles.....	9
I.4 Bande interdite phononique.....	10
I.4.1 Topologie du réseau .....	10
I.4.2 Facteur de remplissage .....	11
I.4.3 Le contraste dans la masse volumique .....	11
I.4.4 Le contraste de vitesse .....	11
I.5 propagation des ondes acoustique .....	12
I.5.1 Ondes longitudinales .....	13
I.5.2 Ondes longitudinales .....	13

I.6 Application des cristaux phononique .....	14
I.6.1 Guides D'ondes .....	14
I.6.2 Cavités résonantes et résonateurs acoustique .....	16
I.6.3. Couplage de défauts .....	17
I.6.4. : Filtrage et Multiplexage des ondes acoustiques .....	18
I.7. Conclusion.....	19
<b>Chapitre II : Méthodes numériques de simulation</b> .....	<b>21</b>
II.1 Introduction .....	21
II.2 structures phononiques multicouches .....	21
II.2.1 Structure périodique 1D finie.....	21
II.2.2 Structure périodique 1D infinie.....	22
II.3. Méthode de décomposition en ondes planes .....	24
II.3.1 introduction La méthode de décomposition en ondes planes(PWE).....	24
II.3.2. principe et formulation de la méthode .....	24
II.3.3. Avantages et inconvénients.....	27
II.4 Method des matrices de transfert(TMM).....	28
II.4.1. Introduction .....	28
II.4.2. Super-réseaux unidimensionnels.....	28
II.4.3. Formalisme matriciel .....	29
II.4.3.1. Propagation dans une couche .....	29
II.4.3.2. Propagation dans une bicouche.....	30
II.4.3.3. Propagation des Amplitudes .....	32

II.4.3.4. Transmission via une bicouche .....	33
II.4.3.5. Transmission via N bicouches .....	33
II.4.4. Avantages et inconvénients.....	34
II.5.conclusion.....	35
<b>Chapitre III : Résultats de simulation et discussions</b> .....	<b>37</b>
III .1.introduction .....	37
III .2.structure etudiee .....	37
III .3.spectre de reflexion et de transmission .....	38
III .4.etude de la bande interdite phononique.....	39
III.4. 1. Influence du nombre de couches.....	40
III.4.2. L'effet de l'impédance acoustique.....	41
III.4.3. Influence du facteur de remplissage .....	43
III .5.etude d'un resonateur a cristal phononique 1D.....	45
III.5.1. Présentation de la structure .....	45
III. 5. 2. Résultats de simulation et discussions .....	46
III.6. Influence de l'épaisseur du défaut .....	48
III .7.conclusion .....	50

## Liste des figures

### Chapitre I

**Figure I.1** : Schéma d'un cristal phononique 1D, 2D, 3D.

**Figure I.2** : unidimensionnel, empilement de couches de permittivités différentes.

**Figure I.3** : Représentation schématique d'un cristal phononique à deux dimensions

**Figure I.4** : Quelques structures tridimensionnelles : (1) tas de bois, (2) structure cubique, (3) et (4) opales ou opales inversées.

**Figure I.5** : Domaines fréquentiels des ondes acoustiques

**Figure I.6**: Représentation Schématique d'un solide traversé par une onde longitudinale.

**Figure I.7** : Représentation schématique d'une onde transverse

**Figure I.8**: Guide d'ondes phononique: (a) guide d'ondes linéaire W1 et (b) guide coudé

**Figure I-9** : Transmission à travers un guide W1 dans un cristal phononique constitué de tubes d'acier dans l'eau. (a) transmission calculée (pointillés) et mesurée (trait plein) et (b) pression simulée dans le dispositif

**Figure I.10** : Transmission à travers un guide coudé formé par l'omission d'inclusions dans un cristal phononique constitué de tubes d'acier dans de l'eau. (a) transmission calculée (pointillés) et mesurée (trait plein) et (b) pression simulée dans le dispositif

**Figure I.11** : Transmissions mesurées (lignes pleines) et calculées (lignes pointillées) en fonction de la fréquence pour (a) une cavité résonante, (b) deux cavités alignées dans la direction de propagation, (c) deux cavités alignées dans la direction perpendiculaire à la propagation et (d) une série de cavités formant un guide. (e) pression calculée dans une série de cavités formant un guide identique à la figure (d) selon

**Figure I.12** : Transmission mesurée (lignes pleines) et calculée (pointillés) pour (a) un guide d'ondes linéaire, (b) un guide couplé à une cavité, (c) un guide couplé à une cavité longue à cheval sur le guide et (d) un guide bordé de cavités sur ces deux côtés, d'après

**Figure I.13** : Schéma de principe d'un dispositif de multiplexage

## Chapitre II

**Figure II.1 :** cristal phononique unidimensionnelle finie

**Figure II.1 :** cristal phononique unidimensionnelle finie

**Figure II.3 :** (a) Représentation schématique du barreau PnC 1D avec des cellules élémentaires en aluminium (blanc) et époxy (bleu). (b) La cellule d'unité de tige PnC.

**Figure II.4 :** Structure de bande du cristal phononique 1D calculée par l'approche PWE, en considérant 21 ondes planes (a). Les bandes interdites de type Bragg en bleu (b)

**Figure II.5 :** Un super-réseau 1D avec des couches alternées avec des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$ .

**Figure II.6:** Un système 1D composé de N bicouches

**Figure II.7:** Coefficient de transmission. (a) Courbes de transmission pour quatre inclusions de SiO<sub>2</sub> / (b) pour six inclusions de SiO<sub>2</sub> dans l'eau, pour  $Z_A/Z_B=10.262$ . Une bande interdite apparaît entre 0.3 MHz et ~1.5 MHz.

## Chapitre III

**Figure III.1:** (a) Représentation schématique du cristal phononique 1D composé de Al (en vert) et Epoxide (en jaune).

**Figure III.2:** Spectre de transmission pour une onde longitudinale à incidence normale traversant un cristal 1D formé de 5 bicouches Al/Epoxide.

**Figure III.3:** Spectre de réflexion pour une onde longitudinale à incidence normale traversant un cristal 1D formé de 5 bicouches Al/Epoxide

**Figure III.4:** Spectre de transmission en fonction de la fréquence d'une onde acoustique longitudinale: (a) pour N=4, (b) pour N=8, (c) N=10 et (d) pour N=16 couches.

**Figure III.5:** Spectre de transmission pour une onde longitudinale à incidence normale : (a) pour  $Z_A/Z_B=4.58$  , (b) pour  $Z_A/Z_B=6.26$ , (c) pour  $Z_A/Z_B=11.13$  et (d) pour  $Z_A/Z_B=1678$ .

**Figure III.6:** Variations de la taille de la bande phononique en fonction du contraste des impédances acoustiques

**Figure III.7:** Spectre de transmission pour une onde longitudinale à incidence normale: (a) pour  $ff=0.36$ , (b) pour  $ff=0.64$ , (c) pour  $ff=0.73$  et (d) pour  $ff=0.96$ .

**Figure III.8:** Variations de la largeur et les limites de la bande phononique en fonction du facteur de remplissage

**Figure III.9.** Représentation schématique d'un miroir de Bragg à cristal phononique unidimensionnel avec défaut au centre de largeur  $d_c$

**Figure III.10:** Spectre de transmission en fonction de la fréquence pour une onde longitudinale propageant à travers un cristal phononique 1D sans défaut.

**Figure III.11:** Spectre de transmission en fonction de la fréquence pour un miroir de Bragg après l'insertion d'une couche de PZT de largeur 1.665 mm au centre du cristal phononique.

**Figure III.12:** Coefficient de transmission en fonction de la fréquence dans le cas d'un miroir de Bragg à cristal phononique 1D Pour  $D=d_c=1.62$  mm.

**Figure III.13:** Coefficient de transmission en fonction de la fréquence dans le cas d'un miroir de Bragg à cristal phononique 1D pour  $D=d_c=1.68$  mm.

**Figure III.14:** Spectre de transmission en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de l'épaisseur du défaut.

**Figure III.15:** Evolution de la fréquence du pic en fonction la largeur du défaut

## Liste des tableaux

### Chapitre I

**Tableau I.1 :** Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes.

### Chapitre II

**Tableau II.1:** Géométrie de la tige PnC et propriétés des matériaux.

### Chapitre III

**Tableau III.1:** Paramètres physiques des matériaux constituant le cristal phononique unidimensionnel Al/Epoxide.

**Tableau III.2:** Présentation des différentes valeurs des paramètres géométriques et physiques du réseau du cristal phononique Al/Epoxide

**Tableau III.3:** Paramètres du contraste entre les impédances acoustiques des deux matériaux A et B du cristal et largeur de la bande interdite phononique.

**Tableau III.4:** Présentation des différentes valeurs des paramètres géométriques et élastiques du réseau de Bragg (Al/Epoxide)

**Tableau III.5:** Influence du facteur de remplissage sur les propriétés des bandes interdites

**Tableau III.6:** Différents matériaux constituant le miroir de Bragg avec leurs valeurs des paramètres physiques et géométriques.

**Tableau III.7:** Fréquence de résonance et taux de transmission pour différentes épaisseurs de la couche de PZT.

## **INTRODUCTION GENERALE**

## INTRODUCTION GENERALE

A l'image des cristaux photoniques qui ont la propriété d'empêcher la lumière de se propager dans certaines gammes de fréquences, on peut concevoir des matériaux périodiques qui réfléchissent totalement les ondes acoustiques. Ces matériaux, dits cristaux phononiques permettent d'élaborer des isolants phoniques plus efficaces que les isolants usuels et d'améliorer les caractéristiques acoustiques de certains types de transducteurs utilisés en imagerie médicale par exemple. Pour cela, ces dernières années, plusieurs études concernant la propagation des ondes élastiques ou acoustiques dans les milieux élastiques périodiques ont été lancées [1].

Les cristaux phononiques sont des matériaux composites présentant des variations périodiques de leur densité et de leurs constantes élastiques suivant une, deux ou trois directions de l'espace. Ils disposent de ce fait et sous certaines conditions, la particularité de pouvoir interdire la propagation des ondes acoustiques dans une gamme de fréquences. Il s'agit alors, comme en physique des solides et des cristaux photoniques, d'un phénomène de bande interdite phononique [2].

Les ondes acoustiques présentent des avantages par rapport à ceux des ondes optiques et électroniques. En effet, il est possible d'observer ces effets de bandes interdites élastiques sur de vastes gammes de fréquences, ce qui autorise la simple fabrication de dispositifs macroscopiques et leur champ d'application devient de plus en plus très large, allant de l'atténuation des ondes sismiques, l'isolation phonique, l'imagerie médicale, le contrôle non destructif et la détection [3].

Le travail présenté dans ce mémoire de master a été structuré en trois chapitres.

Le premier chapitre de ce manuscrit est entièrement consacré aux cristaux phononiques, nous présentons tout d'abord un bref historique sur ces nouvelles structures, Puis, nous présentons une comparaison entre les cristaux phononiques, électroniques et photoniques. Ensuite, nous sommes intéressés à donner quelques rappels et notions sur les cristaux unidimensionnels.

Dans le second chapitre, après que nous définissons le cristal phononique unidimensionnel (1D), nous décrivons deux méthodes théoriques utilisés généralement pour l'étude et la modélisation des structures multicouches. Ce travail, porte sur le développement et l'application de la méthode de la matrice de transfert TMM pour calculer les coefficients de transmission et de réflexion. Alors, Il existe, bien entendu, d'autres méthodes théoriques

disponibles dans la littérature scientifique pour traiter le comportement des ondes élastiques/acoustiques dans ce type de structures périodiques.

Le troisième chapitre est divisé en deux parties, la première partie est entièrement dédiée à l'étude de l'influence de quelques paramètres physiques et géométriques sur les l'ouverture des bandes interdites phononiques dans le cas d'un cristal (AL/Epoxyde). Par contre, la deuxième partie est consacrée à l'étude d'un miroir de bragg à base du cristal phononique 1D contenant une couche de PZT (un défaut) au centre de la structure. Finalement, nous allons essayer de montrer la possibilité d'utiliser ces structures dans le domaine de détection.

## **CHAPITRE I**

### **GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHONONIQUES**

## I.1. INTRODUCTION

Imaginez une forêt dans laquelle des arbres seraient plantés suivant un plan régulier parfaitement périodique. Dans cette forêt, les arbres ont presque des troncs de même diamètre et la distance qui sépare un arbre à ces voisins rigoureusement la même. La structure périodique bidimensionnelle que forment les arbres est intuitivement similaire à un arrangement parfaitement ordonné des atomes dans un cristal, pour peu que l'on fasse abstraction de la différence d'échelle. Un promeneur suivant un chemin tracé dans cette forêt aurait la surprise de constater que les sons lui parviennent déformés. Plus précisément, d'un orchestre jouant à proximité, il entendrait distinctement les sons graves des contrebasses ou les sons aigus des violons, mais s'apercevrait que toute une partie du spectre sonore entre ces deux extrêmes manque à l'appel. Cette absence d'une certaine bande de fréquence est la preuve de l'existence d'une bande interdite pour les sons. Une telle forêt est un exemple de ce que les physiciens nomment un cristal phononique [4].

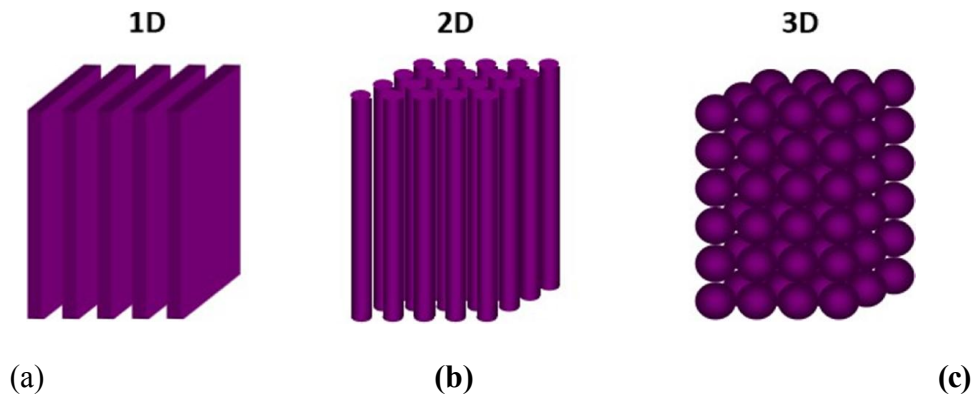
## I.2. LES CRISTAUX PHONONIQUE

### I.2.1. Définition

Les cristaux phononiques sont des matériaux composites macroscopiques présentant une périodicité spatiale dans une, deux ou trois directions de l'espace figure (I.1). Ces structures sont capables de bloquer la propagation acoustique dans certaines directions et gammes de fréquences, par le biais des réflexions de Bragg. On parle alors de bande de fréquences interdites, que l'on appelle des bandes interdites. Dans de telles structures (milieu à inclusions), si les longueurs d'onde des ondes acoustiques ( $\lambda$ ) s'y propageant sont très supérieures aux dimensions inter-inclusions ( $a$ ), l'onde ne peut être sensible à la présence individuelle de chaque inclusion et ne perçoit alors qu'un milieu global homogénéisable. En revanche, les propriétés intéressantes induites par l'organisation périodique des inclusions composant les cristaux phononiques apparaissent dès lors que les longueurs d'onde des ondes élastiques qui s'y propagent sont comparables à la périodicité du milieu, soit ( $\lambda \approx a$ ). Ces milieux sont donc hétérogènes vis-à-vis de la longueur d'onde. L'ensemble des diffusions multiples, induites par la présence des hétérogénéités, conduit pour certaines fréquences à l'ouverture de gap de transmission. La position et la nature des inclusions modifient la propagation des ondes par rapport à une propagation au sein du milieu matriciel.

Les cristaux phononiques (la matrice plus des inclusions) sont donc comparables, de par leur organisation spatiale, à des structures cristallines et agissent sur la propagation des phonons comme un potentiel périodique. Dans ce cadre, le théorème de Bloch et la

théorie de Bragg généralisés sont applicables. Au lieu de fonction d'onde on parle de déplacement  $u(r,t)$  et les réflexions de Bragg provoquent l'ouverture de gap en fréquence. Grace aux travaux de M.S. Kushwaha, en 1993, sur des structures périodiques à deux dimensions [5], le concept de cristal phononique et la bande interdite phononique apparaissent clairement. Avant cette date, l'ensemble des travaux sur les milieux composites périodiques concernent des structures à une dimension, appelés super-réseaux ou milieux stratifiés périodiquement [6, 7, 8].



**Figure I.1** : Schéma d'un cristal phononique 1D, 2D, 3D [8]

### I.2.2. Historique sur les cristaux photoniques:

Par analogie avec les cristaux photoniques utilisés généralement pour orienter et manipuler la propagation des ondes électromagnétiques, les scientifiques ont inventé une nouvelle classe de structures périodiques, appelées cristaux phononiques (PnC), formés de matériaux aux propriétés élastiques et/ou acoustiques différentes, constituant ainsi des milieux dispersifs pour les ondes élastiques/acoustiques. Les travaux de Tamura et al en 1988 [9] sont les premiers à avoir étudié la propagation de phonons dans des super réseaux. Ils ont pu théoriquement montrer la possibilité d'une réflexion totale de l'onde acoustique par un super réseau unidimensionnel conçu avec une succession de deux matériaux différents. En 1993, Sigalas et Economou ainsi que Kushwaha et al ont mis en évidence la présence d'une bande interdite pour les ondes acoustiques dans une structure élastiquement périodique bidimensionnelle [10, 11,12]. De nombreux travaux théoriques sur les cristaux phononiques ont établi durant les deux dernières décennies, traitant différents systèmes, en utilisant une multitude de méthodes de simulations numériques. L'émergence des outils de calcul numérique dans les 30 dernières années a permis aux chercheurs d'explorer les propriétés des cristaux phononiques[13].

### I.2.3. Cristaux Electroniques, Phononiques et Photoniques

Les cristaux phononiques tels qu'ils sont définies auparavant, sont des structures périodiques. Cependant, il ya de fortes analogies entre la propagation des électrons dans les cristaux électroniques, les ondes optiques dans les cristaux photoniques et les ondes acoustiques/élastiques dans les cristaux Phononiques respectivement. Les propriétés fondamentales régissant la propagation des ondes électroniques, électromagnétiques et acoustiques dans les structures périodiques tridimensionnelles isotropes sont résumées dans le( tableau ( I.1)) [4].

Propriétés	Cristal électronique	Cristal photonique	Cristal phononique
Matériaux	Cristallin (naturel ou obtenu par croissance)	Composé de deux matériaux diélectriques.	Composé de deux matériaux élastiques
Paramètres	Constantes universelles nombres atomiques	Constantes diélectriques des constituants.	Densités, vitesse du son dans les constituants
Constantes de maille	1-5Å (microscopique)	0.1µm -1cm (mésoscopiques ou macroscopiques)	mésoscopiques ou macroscopiques
Ondes	De Broglie (électron) $\psi$	Électromagnétiques ou lumineuses (photon) E.B	Vibration ou sonores (phonon) u
Polarisation	Spin (haut et bas)	Transversale : $\nabla \cdot D = 0$ $\nabla \cdot E \neq 0$	Trans. Longit : $\nabla \cdot u \neq 0$ $\nabla \times u \neq 0$
Equation différentielle	$\left(-\frac{\hbar}{2m}\right) \nabla^2 \psi + v(r)\psi = i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t}$	$\nabla^2 E - \nabla(\nabla E) = \frac{\varepsilon(r)}{c^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}$	$\frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{1}{\rho} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \lambda \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \right] \right\}$ milieu isotrope
Particules libres	$W = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ (electron)	$w = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}} k$ (photons)	$w = c_{t,l} k$ (phonons)
Bandes interdite	Augmente avec le potentiel dans le cristal ; pas d'Etat électronique possible.	Augmente avec $ \varepsilon_a - \varepsilon_b $ ; pas de photons, pas de lumière.	Augmente avec $ \rho_a - \rho_b $ ; pas de vibration, pas de son.
Gamme spectrale	Ondes radio, micro-ondes, optiques, rayons X	Micro-ondes, optique	$w \leq qq \text{ GHz}$

**Tableau I.1** Propriétés clés pour l'étude des structures de bandes dans les matériaux tridimensionnels isotropes [4].

Bien que la structure de bandes phononiques d'un cristal à gap phononique est analogue à la structure de bande d'un cristal à gap photonique, celle-ci est aussi analogue à la structure de bande électronique d'un semi-conducteur. Le concept de bandes interdites développé initialement dans le cadre de la théorie électronique des solides peut être étendu à d'autres types d'ondes se propageant dans les matériaux composites.

La propagation des ondes électromagnétiques et/ou élastiques acoustiques dans les matériaux composites a fait l'objet d'une attention particulière. Ces derniers en l'occurrence les cristaux photoniques et phononiques respectivement, existent naturellement, ou sont fabriqués artificiellement. Ils montrent une grande variété d'intérêt de propriétés physiques, à la fois sur le plan de la recherche fondamentale et celui de la recherche appliquée. Les cristaux phononiques ont des propriétés qui concordent avec celles des cristaux photoniques.

### **I.3. DIFFERENTS TYPES DES CRISTAUX PHONONIQUES**

La matière se présentant sous forme solide est généralement organisée en structure cristalline périodique suivant une, deux, ou trois directions. La périodicité signifie la capacité de définir une structure élémentaire appelée maille élémentaire puis de remonter à tout le cristal par translation de cette structure dans les trois directions. Les cristaux phononiques peuvent être classés aussi selon leur périodicité. On trouve des cristaux périodiques à 1D, 2D et 3D [15].

#### **I.3.1. Structures périodiques unidimensionnelles (1D)**

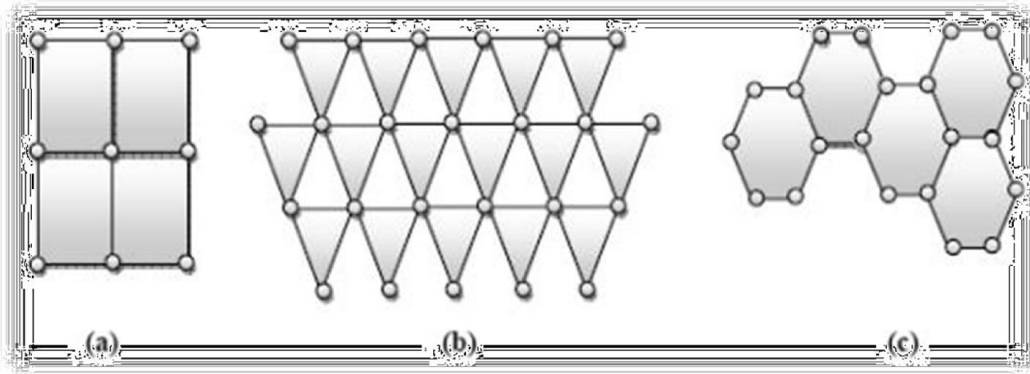
Les structures 1D sont les plus anciennes, elles ont été déjà longtemps étudiées et utilisées comme miroirs diélectriques ou filtres optiques. En acoustiques, elles consistent en une alternance de couches élastiques d'épaisseur  $d$  suivant une seule direction (Figure I.2). Les bandes interdites de cette structure, appelée également miroir de Bragg, sont sensibles à l'angle d'incidence de l'onde. Ainsi pour obtenir un contrôle des bandes interdites quel que soit l'angle d'incidence, il faut étendre la périodicité de la structure à 2 dimensions et même à 3 dimensions [16].



**Figure I.2:** structure unidimensionnelle formée par l'empilement de couches de propriétés élastiques différentes.

### I.3.2. Structures périodiques bidimensionnelles (2D)

Dans le cas d'un cristal phononique bidimensionnel, les inclusions sont des cylindres de section quelconque que l'on peut disposer par exemple suivant un réseau carré ou triangulaire ou hexagonale. Les inclusions peuvent aussi être composées d'un matériau différent de celui de la matrice qui peut être de simples trous. L'essentiel est que la diffusion des ondes acoustiques et/ou élastiques sur ces inclusions soit très efficace. Elles se regroupent principalement suivant trois réseaux (voir figure I.3).



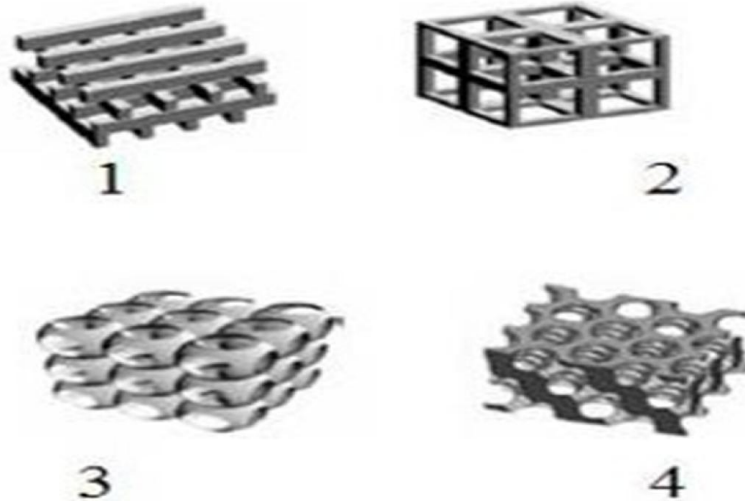
**Figure I.3:** Représentation schématique d'un cristal phononique bidimensionnels:

(a) Réseau carré, (b) réseau triangulaire, (c) réseau hexagonale.

On distingue plusieurs classes de cristaux phononiques selon la nature physique des constituants, tels que les composites solide/solide (respectivement fluide/fluide) dont tous les constituants sont des solides (respectivement fluides) et les composites mixtes formés à la fois de solides et de fluides [4].

### I.3.3. Structures périodiques tridimensionnelles (3D)

Les cristaux phononiques tridimensionnels sont des structures généralement artificielles périodiques suivant les trois directions de l'espace (Figure I.3(c)). Dans les cristaux phononiques tridimensionnelles, il est possible d'obtenir des bandes interdites absolues, c'est-à-dire qu'une onde incidente de fréquence appartenant à une telle bande interdite ne peut pas se propager quel que soit son angle d'incidence. Malheureusement, l'inconvénient des structures tridimensionnelles (3D) réside dans le fait qu'elles soient difficiles à réaliser expérimentalement. (La figure (I.4)à montre quelques exemples des structures tridimensionnelles (3D).



**Figure I. 4:** Représentation de quelques structures 3D : (1) tas de bois, (2) structure cubique, (3) et (4) opales ou opales inversées [18 ].

#### I.4. BANDE INTERDITE PHONONIQUE :

La bande interdite phononique peut être interprétée par les interférences des ondes élastiques ou acoustiques multiples diffusées dans le cristal phononique. L'interférence constructive ou destructive des ondes crée des séries de fréquences pour lesquelles les ondes peuvent se propager à travers le cristal ou sont bloquées par ce dernier.

En général, la régularité de l'agencement des éléments de dispersion des cristaux phononiques donne lieu à des réflexions de Bragg à l'intérieur du cristal, par contre la présence des éléments singuliers possédant des propriétés de résonance engendre un phénomène de résonance locale de chaque élément mis en réseau [4].

##### I.4.1. La topologie du réseau :

En effet, les propriétés des bandes interdites ouvertes, notamment la position et la largeur des bandes interdites phononiques dépendent principalement de la symétrie du réseau et de la forme des inclusions ou diffuseurs ainsi que de son orientation. Cette relation est une caractéristique commune aux cristaux électroniques, photoniques et phononiques. L'effet de la forme des diffuseurs et de la symétrie du réseau sur la bande phononique d'un cristal bidimensionnel a été étudié récemment par Kuang et [4]. Par ailleurs, les cristaux phononiques peuvent être réalisés suivant plusieurs réseaux : hexagonaux, triangulaires et carrés. Les diffuseurs tiennent aussi des formes multiples notamment hexagones, cercles, triangles et carrés...

### **I.4.2. Le facteur de remplissage**

Le nombre et la largeur des bandes d'arrêt dépend aussi du taux de remplissage, c'est-à-dire de la fraction volumique des inclusions dans le cristal phononique. La bande d'arrêt la plus basse apparaît pour des facteurs de remplissage faibles. D'autres bandes apparaissent pour des facteurs de remplissage suffisants, puis disparaît pour des remplissages trop élevés ou très faibles. Cela peut être expliqué par le fait que, si le remplissage est égal à 0, on a un matériau homogène, qui ne permet donc pas d'obtenir des bandes d'arrêt. Si on introduit petit à petit un autre matériau dans la matrice on voit apparaître une bande, due au contraste des matériaux. Lorsqu'on continue à augmenter le remplissage on passe progressivement à un système où les rôles sont inversés et où ce qui était auparavant la matrice devient les inclusions, et où celle-ci finit même par disparaître pour que le milieu se ramène un milieu homogène correspondant au matériau constituant les inclusions d'origine [17].

### **I.4.3. Le contraste dans la masse volumique**

Les bandes interdites apparaissent plus facilement lorsque les matériaux en présence présentent un contraste de densités et un contraste de constants élastiques important. En effet, la courbe présente une bande d'arrêt plus large lorsque l'on augmente le contraste de densités ou celui des constantes élastiques, avec un maximum de la largeur lorsque ces deux contrastes sont au maximum. Ce résultat généralise l'observation faite sur des miroirs de Bragg mono dimensionnels où la largeur du miroir augmente lorsque le contraste d'impédances acoustiques (donc de constantes élastiques et de densités) entre les matériaux constituant le miroir augmente. Dans le cas monodimensionnel, ceci s'explique par une augmentation du coefficient de réflexion des ondes à chaque interface. Pour un cristal phononique, l'effet obtenu est une plus forte réflexion des ondes à l'interface entre les inclusions et la matrice, ce qui augmente leur diffusivité et diminue la transmission directe des ondes à travers les inclusions [17].

### **I.4.4. Le contraste de vitesse**

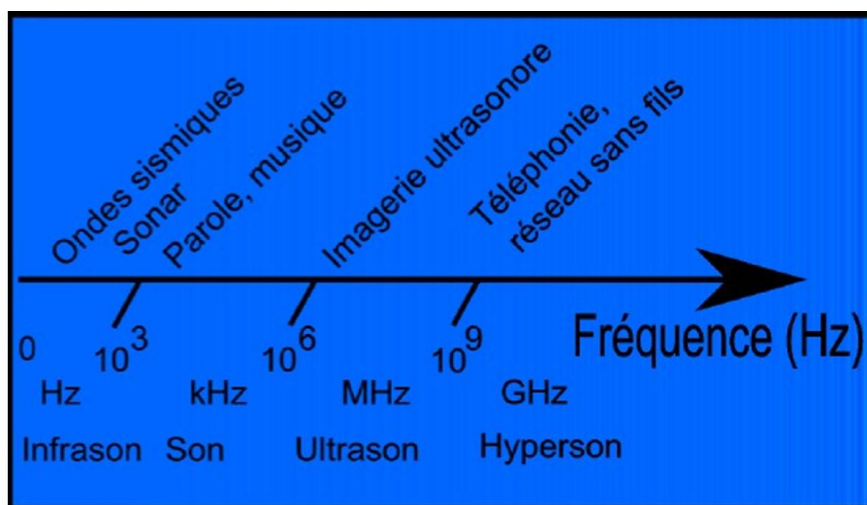
Des inclusions présentant une vitesse acoustique moins importante que celle de la matrice favorisent l'ouverture de bandes interdites. Une explication possible à ce phénomène, toujours utilisant l'idée de trajets multiples des ondes dans les cristaux, est que suite aux diffusions des ondes sur les inclusions, celles-ci subissent des réflexions multiples entre ces inclusions avant de pouvoir interférer avec les ondes ayant suivi un trajet direct à travers les inclusions. Ceci n'est possible que si les ondes subissant une

propagation directe sont ralenties par rapport à celles se propageant sur des trajets plus longs dans la matrice [17].

### I.5. PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES

Les ondes acoustiques et élastiques font partie de notre expérience quotidienne et de notre environnement le plus immédiat. Les ondes sonores se propagent dans l'atmosphère. Elles véhiculent la parole humaine et nous informent sur ce qui nous entoure. Les ondes acoustiques sont utilisées dans des domaines aussi bien diversifiés tels que l'imagerie échographique du corps humain, la détection et la localisation d'objets sous-marins (le sonar), l'étude des séismes... etc.

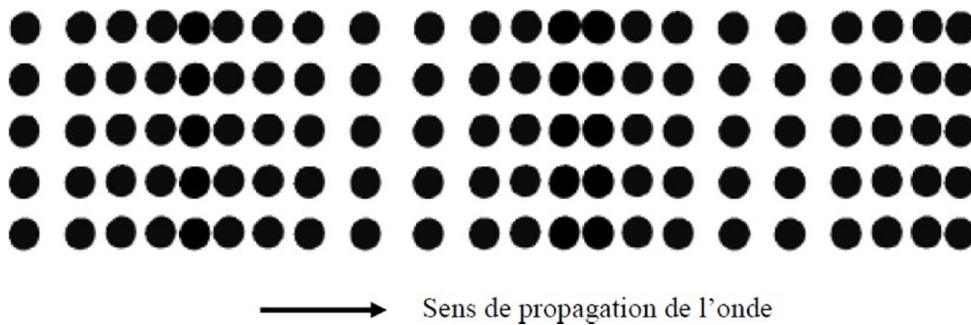
Nos téléphones portables et nos télévisions comportent des filtres électroniques exploitant des ondes acoustiques à haute fréquence dans des cristaux synthétiques exotiques. Toutes les ondes acoustiques sont composées de vibrations progressives des atomes composant le milieu de propagation ; donc elles ne se propagent que dans des milieux matériels : gaz, liquide, ou solide. Notons que dans ce dernier cas, les atomes sont contraints de rester en moyenne autour de leur position d'équilibre, et l'onde se propage en mettant en mouvement une succession de plans cristallins ; on parle alors d'ondes élastiques. Dans le cas des ondes sonores dans l'air, ou des ondes acoustiques dans l'eau, les atomes du fluide ne sont pas assujettis à rester en une position donnée de l'espace, mais l'onde représente toujours un mouvement collectif communiquant d'atome en atome dans une direction donnée. Le schéma ci-dessous indique les principales applications des ondes sonores, acoustiques en fonction de la fréquence des signaux employés [18].



**Figure I.5 :** Domaines fréquentiels des ondes acoustiques [18]

### I.5.1. Ondes Longitudinales

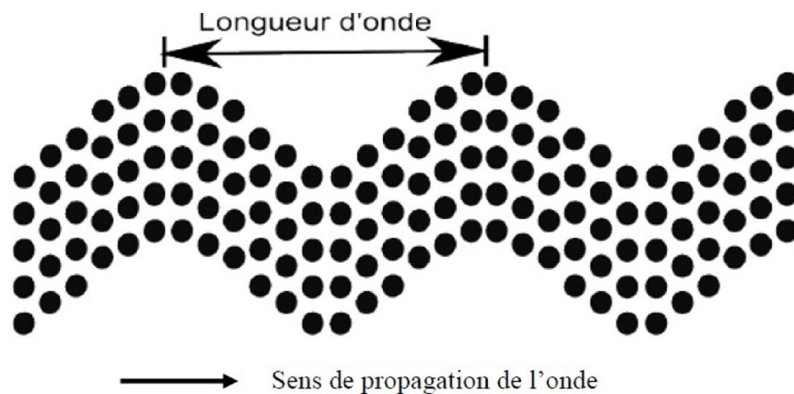
Les ondes élastiques et acoustiques sont dites longitudinales ou également appelées ondes de compression, lorsque le mouvement des particules est faite en parallèle à la direction de propagation c'est-à-dire par une polarisation colinéaire au vecteur d'onde (figure( I.6)). Le passage d'une onde longitudinale plane entraîne une variation de la distance entre les plans parallèles contenant les particules si bien que le volume occupé par un nombre donné de particules varie. Les ondes longitudinales se propagent normalement dans les solides, les liquides et les gaz. Cependant, compte tenu des fréquences très élevées utilisées dans le contrôle non destructif, l'atténuation de ces ondes est extrêmement élevée dans les gaz. Ainsi, les ondes longitudinales ne se propagent réellement que dans les solides et les liquides [19].



**Figure I.6:** Représentation Schématique d'un solide traversé par une onde longitudinale [19]

### I.5.2. Ondes Transversales

Les ondes élastiques et acoustiques transversales, plus communément appelées aussi ondes de cisaillement. Ce type d'ondes sont composées de déplacements perpendiculaires à la direction de propagation. Par conséquent le glissement des plans parallèles ne donne lieu à aucune variation de volume puisque les distances entre les plans sont conservées.



**Figure I. 7:** Représentation schématique d'une onde transverse [19]

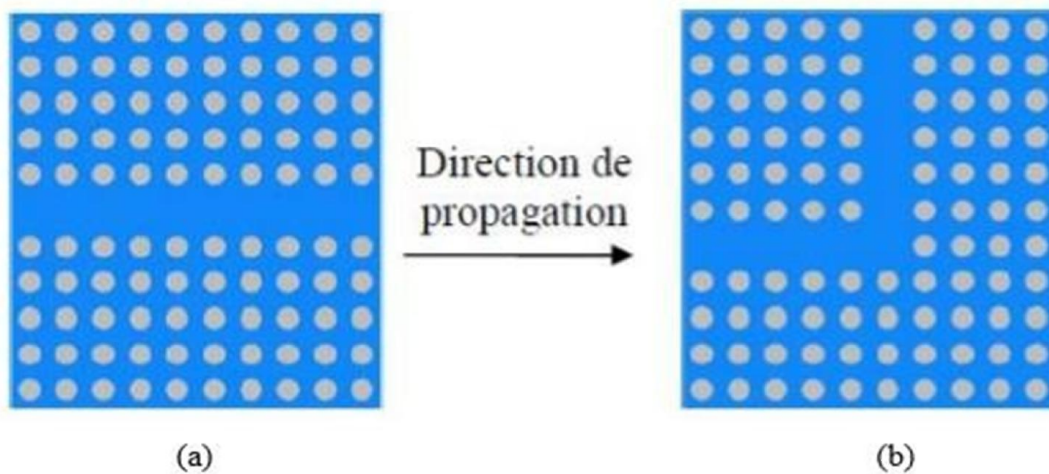
Si ces Sens de propagation de l'onde vibrations se font infiniment dans toutes les directions contenues dans ce plan, l'onde transversale est dite polarisée. Autrement dit, elles sont caractérisées par une polarisation perpendiculaire au vecteur d'onde ou tout simplement, les particules oscillent de part et d'autre de la droite de leur position initiale. Les ondes transversales ne se propagent que dans les solides ou dans les liquides visqueux. La( figure (I.7)) représente le schéma d'un solide traversé par une onde transversale [19].

## I.6. APPLICATION DES CRISTAUX PHONONIQUES :

De nombreuses applications des cristaux phononiques sont mis en évidence, parmi ces applications on peut citer :

### I.6.1. Guidage des ondes acoustiques ou élastiques

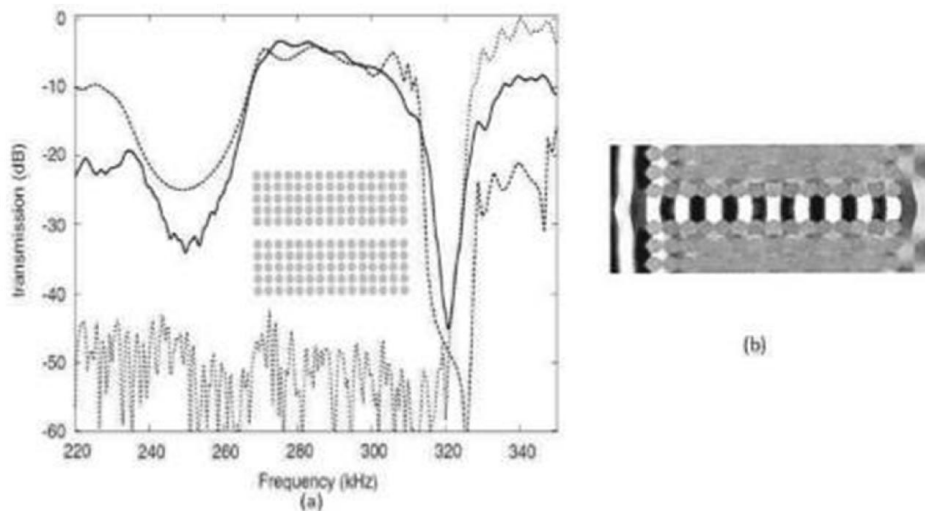
Il est possible de réaliser à partir d'un cristal phononique 2D des guides d'ondes simples ou complexes par la suppression ou la modification d'une simple rangée d'inclusions cylindriques selon la direction de propagation.



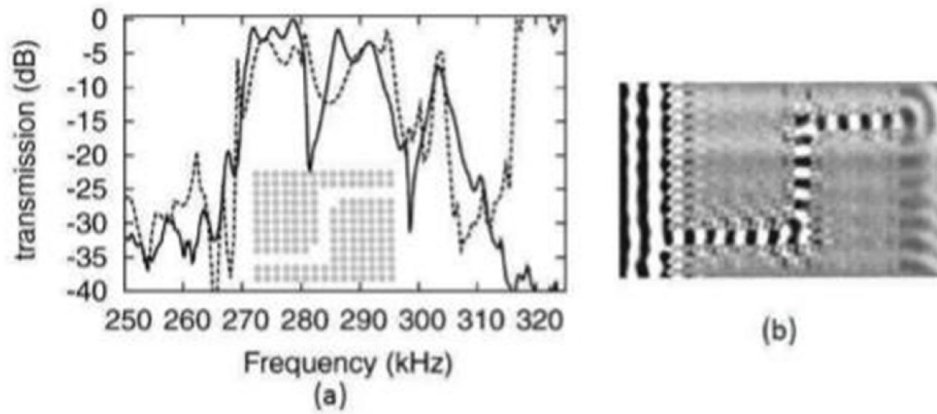
**Figure I.8:** Guide d'ondes phononique: (a) guide d'ondes linéaire W1 et (b) guide coudé

Des guides droits W1 ont ainsi été réalisés dans le cristal 2D par suppression d'une rangée d'inclusions cylindriques colinéairement à la direction de propagation [16]. En effet, si on enlève ou on modifie une ligne d'inclusions dans le sens de propagation, on s'attend à ce que les ondes, bloquées dans le cristal parfait, soient guidées par ce défaut dans laquelle peuvent se propager. Khelif nous confirme en 2004 que c'est effectivement le cas [21, 22], appuyé par le bilan dressé par Miyashita [23]. En utilisant un montage assez simple constitué de cylindres d'acier immergés dans l'eau et organisés selon une maille carrée, il montre que l'omission d'une ligne de cylindres provoque, dans la bande d'arrêt, une remontée de la transmission à certaines fréquences. L'expérience est en accord avec le

calcul théorique (réalisé en FDTD) qui prédisait l'apparition d'un mode guidé dans le défaut, localisé à l'intérieur de la bande d'arrêt. Le calcul de la distribution de pression dans l'eau indique aussi que l'onde est rapidement atténuée dans le cristal phononique, mais qu'elle se propage correctement dans la ligne de défauts créée. La Figure II-8 présente les spectres de transmission et une image des champs de pression dans l'eau obtenus pour cette configuration. Afin de vérifier que l'onde est effectivement guidée, Khélif vient former des coudes dans le guide, comme on peut le voir sur la( Figure (I.10)). Si l'onde guidée présente des creux de transmission pour certaines fréquences, on observe tout de même qu'elle est toujours correctement guidée à d'autres fréquences. Les pertes liées aux coudes sont minimales, même avec des coudes à angle droit.



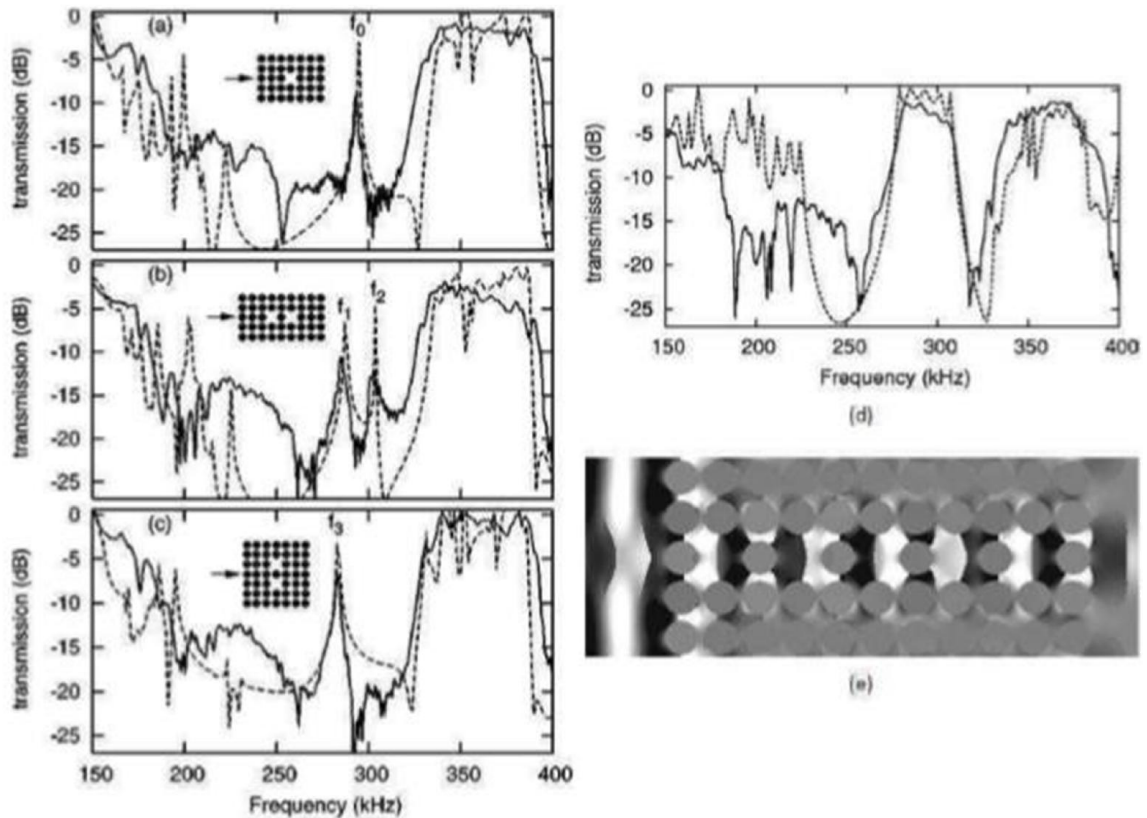
**Figure I.9 :** Transmission à travers un guide W1 dans un cristal phononique constitué de tubes d'acier dans l'eau. (a) transmission calculée (pointillés) et mesurée (trait plein) et (b) pression simulée dans le dispositif [21, 22]



**Figure I.10:** Transmission à travers un guide coudé formé par l'omission d'inclusions dans un cristal phononique constitué de tubes d'acier dans de l'eau. (a) transmission calculée (pointillés) et mesurée (trait plein) et (b) pression simulée dans le dispositif [21, 22].

### I.6.2. Cavités Résonantes et Résonateurs Acoustiques :

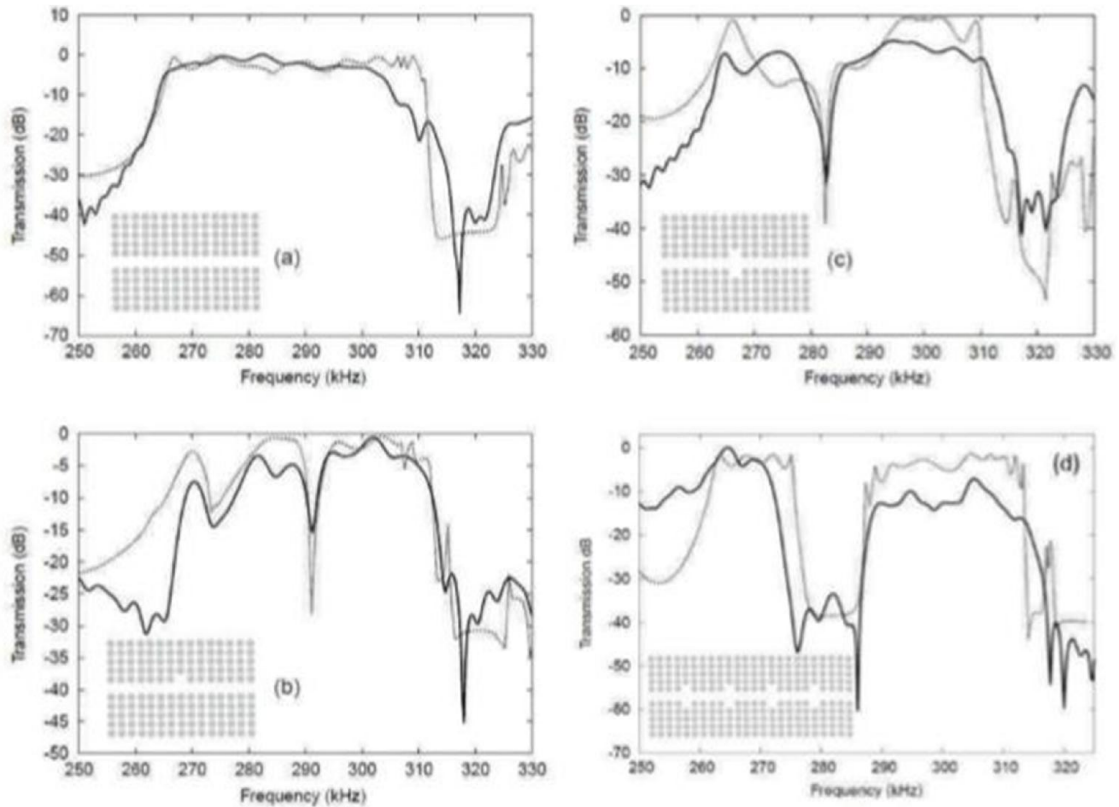
Il est possible de modifier localement la nature du matériau et plus concrètement en agissant sur la valeur des propriétés élastiques du matériau. Au lieu d'enlever une ligne d'inclusion, on vient maintenant enlever ou modifier une unique inclusion. Toute onde présente dans ce défaut se reflète sur le cristal phononique entourant le défaut et est donc confinée dans la cavité, qu'on peut qualifier de résonante. L'expérience montée par Khélif, comportant des cylindres d'acier immergés dans l'eau prouve là encore ce phénomène. Comme le montre la (Figure (I.11)), lorsqu'on enlève une inclusion, on observe un pic de transmission dans la bande d'arrêt, une résonance. Son travail s'intéresse aussi à ce qui arrive lorsqu'on met deux de ces cavités l'une à côté de l'autre. On remarque que, si elles sont alignées avec la direction de propagation, on a l'apparition de deux pics. En couplant judicieusement ces cavités on obtient une bande passante dans la bande d'arrêt. Par contre, si elles sont alignées dans le sens perpendiculaire à la propagation, la résonance est légèrement décalée en fréquence, mais elle est toujours seule [24].



**Figure I.11 :** Transmissions mesurées (lignes pleines) et calculées (lignes pointillées) en fonction de la fréquence pour (a) une cavité résonante, (b) deux cavités alignées dans la direction de propagation, (c) deux cavités alignées dans la direction perpendiculaire à la propagation et (d) une série de cavités formant un guide. (e) pression calculée dans une série de cavités formant un guide identique à la figure (d) selon [25].

### I.6.3. Couplage de Défauts :

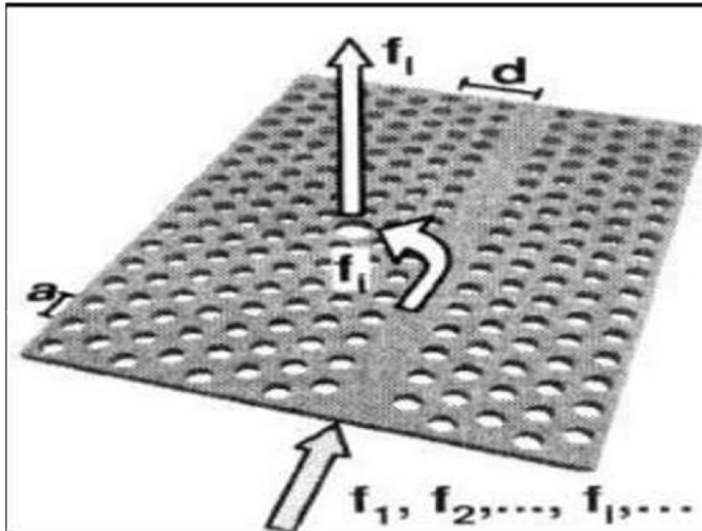
Dans un premier temps on vient placer une cavité sur le bord d'un guide, comme indiqué sur la (Figure (I-12)) [26]. Ces dispositifs sont réalisés en plaçant des cylindres d'acier dans l'eau selon une maille carrée. Le guide d'onde décrit précédemment procurait une bande passante dans la bande d'arrêt, l'adjonction d'une cavité au guide provoque deux creux de transmission dans la bande passante. La longueur de la cavité modifie la fréquence des résonances, même si la cavité se trouve à cheval de chaque côté du guide (comme indiqué sur la Figure( I.11)). Si on vient mettre plusieurs cavités le long du guide on forme alors une nouvelle bande d'arrêt dans la bande passante du guide.



**Figure I.12 :** Transmission mesurée (lignes pleines) et calculée (pointillés) pour (a) un guide d'ondes linéaire, (b) un guide couplé à une cavité, (c) un guide couplé à une cavité longue à cheval sur le guide et (d) un guide bordé de cavités sur ces deux côtés, d'après [26]

#### I.6.4. Filtrage et Multiplexage des Ondes Acoustiques

La propriété de filtrage est la capacité de séparer et sélectionner des éléments à partir d'un flux. Il s'agit de séparer les ondes acoustiques ayant des fréquences déterminées à partir d'un paquet de fréquences initiales. En effet, en exploitant la bande interdite phononique, il est possible d'éliminer certains paquets d'ondes indésirables sur des intervalles de fréquences bien déterminés. Le guidage permet, quant à lui, de laisser passer certaines fréquences dans la gamme fréquentielle de la bande interdite afin d'isoler une information parmi d'autres transportées par l'onde. La (figure (I.13)) illustre le principe de réalisation d'un dispositif de multiplexage permettant l'insertion ou l'extraction de certaines fréquences des ondes acoustiques [27].



**Figure I.13** : Schéma de principe d'un dispositif de multiplexage [27].

## I.7. CONCLUSION

Les cristaux phononiques forment un nouveau domaine de la physique appliquée qui depuis vingt ans environ a reçu beaucoup d'intérêt de la part des chercheurs. Ce sont des structures périodiques composées au moins de deux matériaux différents. Leur propriété la plus importante est la possibilité d'obtenir sous certaines conditions des bandes interdites phononiques, soit des gammes de fréquences pour lesquelles le cristal agit comme un miroir parfait vis-à-vis la propagation des ondes acoustiques/élastiques.

Dans ce chapitre, nous avons abordé des notions fondamentales sur les cristaux phononiques. La notion de cristal phononique a été définie et illustrée à travers plusieurs exemples de réalisations, à la fois à l'échelle cristal phononique unidimensionnelles (1D). D'autre part, des concepts et réalisations de résonateurs, exploitant cette technologie, ont été abordés aussi dans ce chapitre. Nous avons terminé ce chapitre par des notions fondamentales concernant les ondes acoustiques.

## **CHAPITRE II**

### **METHODES NUMERIQUES DE SIMULATION**

## II.1. INTRODUCTION

Dans le domaine de propagation des ondes, la simulation numérique a longtemps été appliquée en électromagnétisme pour la résolution des équations de Maxwell, pour d'innombrables systèmes complexes. Parmi ces derniers, les cristaux photoniques qui ont fait l'objet d'une large application de méthodes numériques pour l'étude de leur comportement ondulatoire. Parmi ces méthodes on peut citer la méthode de décomposition en ondes planes (PWE pour Plane Wave Expansion). Cette méthode est fondée sur le développement en série de Fourier et elle est très utilisée pour le calcul de structures à bandes interdites

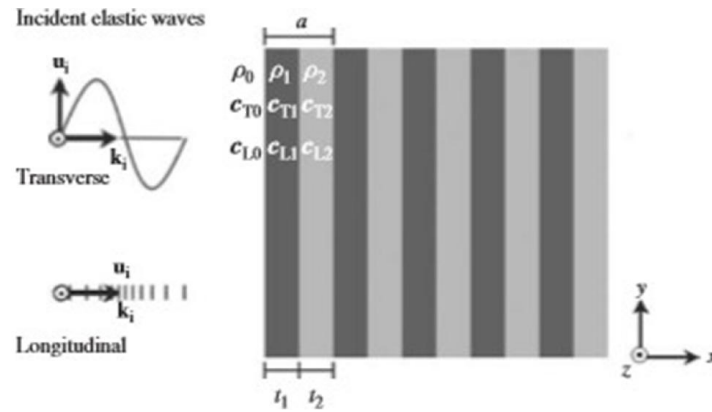
Actuellement, de nombreuses méthodes numériques efficaces ont été développées pour simuler la propagation des ondes élastiques ou acoustiques au sein des cristaux phononiques telles que: La méthode des éléments finis (FEM: finite element method) et la méthode de la matrice de transfert (TMM). Certaines de ces méthodes ont été appliquées à l'étude théorique de la propagation des ondes élastiques/acoustiques dans les cristaux phononiques unidimensionnels (CnP-1D).

## II.2. STRUCTURES PHONONIQUES MULTICOUCHES

Les cristaux phononiques unidimensionnels (PnC-1D) sont des structures périodiques constituées au moins de deux matériaux de propriétés élastiques différents. Un matériau élastique solide homogène peut être caractérisé par sa densité  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) et par les vitesses de propagation transversale et longitudinale  $c_T$  et  $c_L$  auxquelles se propagent les ondes acoustique/élastique dans le matériau. Il peut également être caractérisé par la densité et les coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$  ou, de manière équivalente, par la densité  $\rho$ , le module de Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$ . Les matériaux solides formant le cristal phononique unidimensionnel peuvent être caractérisés par trois ensembles différents de propriétés mécaniques, à savoir,  $\{\rho, \text{les vitesses transversales, les vitesses longitudinales}\}$ ,  $\{\rho, \lambda, \mu\}$  ou  $\{\rho, E, \nu\}$ .

### II.2.1 Structure périodique 1D finie

Le cristal phononique 1D finie est une structure multicouches constituée de par l'empilement alterné de deux couches solides homogènes de densités  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , de vitesses transversales  $c_{T1}$  et  $c_{T2}$  et de vitesses longitudinales  $c_{L1}$  et  $c_{L2}$  noyées dans un matériau solide homogène et caractérisées par les paramètres mécaniques  $\rho_0$ ,  $c_{T0}$ , et  $c_{L0}$  comme il est illustré sur la figure ( II.2).



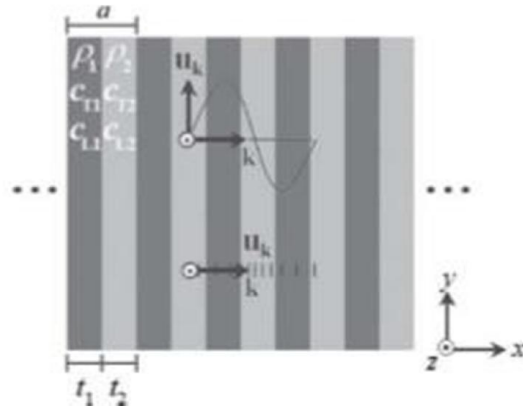
**Figure II.2:** cristal phononique unidimensionnelle finie [28]

Les épaisseurs des couches le long de la direction  $x$  sont données par  $t_1$  et  $t_2$ . Comme la structure est unidimensionnelle, les couches solides homogènes s'étendent indéfiniment dans le plan  $x,y,z$  et les propriétés mécaniques du cristal phononique sont :  $\rho=\rho(x)$ ,  $c_T=c_T(x)$  et  $c_L=c_L(x)$  varient périodiquement suivant la direction  $x$ . Nous considérons que les ondes élastiques sont normalement incidentes à la surface du cristal phononique unidimensionnel et les ondes mécaniques se propagent dans la structure périodique sous forme d'une onde élastique. Par analogie avec les ondes électromagnétiques dans les cristaux photoniques, la propagation d'une onde plane élastique (transversale ou longitudinale) à incidente normale à la surface d'un cristal phononique 1D provoque une bande interdite phononique.

### II.2.2 Structure périodique 1D infinie

Le cristal phononique 1D est dit infini, Autrement dit, tout l'espace est considéré comme rempli de la structure périodique. Cette hypothèse nous permet d'utiliser des techniques numériques relativement simples pour établir l'existence de bandes interdites phononiques. Elle est également plus appropriée car elle traite directement de la propagation des ondes dans le cristal phononique. Notons que, par définition, les bandes interdites phononiques sont des plages de fréquences pour lesquelles les ondes acoustiques/élastiques ne sont pas autorisées à se propager dans la structure périodique.

Dans ce cas, on peut considérer que le cristal phononique s'étend infiniment dans l'espace et nous nous intéressons à la question de savoir si une onde élastique de fréquence est autorisée à se propager dans la structure périodique infinie. Nous avons vu que pour une onde élastique se propageant au sein d'un matériau solide homogène, la relation entre la fréquence  $\omega$  et le vecteur d'onde  $k$  est donnée en fonction du caractère transversal ou longitudinal de l'onde.



**Figure II.3:** cristal phononique unidimensionnelle infinie [28 ]

Où  $\rho=\rho(x)$  ,  $c_T=c_T(x)$  et  $c_L=c_L(x)$  sont les propriétés mécaniques du cristal unidimensionnel, et  $u_x=u_x(x)$ ,  $u_y=u_y(x)$  et  $u_z=u_z(x)$  sont les composantes cartésiennes du vecteur de déplacement spatial  $u=u_k(x)$ . Cela signifie que les ondes élastiques peuvent se propager indépendamment dans la structure sous forme d'ondes élastiques longitudinales ou d'ondes élastiques transversales.

Dans un cristal phononique solide-solide unidimensionnel infini. La structure périodique se compose d'un arrangement infini de couches solides homogènes alternées avec des densités  $\rho_1$  et  $\rho_2$ , transversales et vitesses longitudinales  $c_{T1}$ ,  $c_{T2}$ ,  $c_{L1}$  et  $c_{L2}$ , et les épaisseurs  $t_1$  et  $t_2$ . Ces structures sont étudiées en calculant la relation de dispersion  $\omega=\omega(k)$  pour les ondes élastiques propageant dans le cristal phononique [28].

Généralement, la modélisation des propriétés des cristaux phononiques nécessite un fort investissement en programmation et en analyse numérique. Parmi les méthodes théoriques traitant les cristaux phononiques, on peut d'abord distinguer deux catégories:

Les cristaux de taille finie et les cristaux de taille infinie. On peut ensuite considérer la dimensionnalité des cristaux étudiés (1D, 2D ou 3D). Les principales techniques de calcul utilisées pour les cristaux infinies est généralement basé sur une méthode de décomposition du champ en ondes planes (Plane Wave Méthode, PWE) [15]. Pour les structures finis on peut utiliser la méthode des matrices de transfert (TMM), les théories de la diffraction par les réseaux et les différences finies dans le domaine temporel (Finite Difference Time Domain, FDTD) et la méthode des éléments finis (FEM) [14].

Dans le cadre de ce mémoire, nous utiliserons dans le troisième chapitre la méthode TMM.

## II.3. METHODE DE DECOMPOSITION EN ONDES PLANES

### II.3.1. Introduction à la méthode PWE

La méthode de décomposition en ondes planes est la méthode la plus utilisée lorsque la structure étudiée est périodique; en particulier dans les cristaux photoniques et les cristaux acoustiques. La méthode PWE a été utilisée initialement pour obtenir les états d'énergie électroniques dans un cristal métallique périodique. Ensuite, la méthode PWE a été largement utilisée en photonique puis en phononique pour calculer les structures de bandes [29].

Dans le domaine de la phononique, du fait de la périodicité des structures étudiées, le champ de déplacement et les paramètres d'élasticité sont décomposés en ondes planes périodiques suivant les directions de la périodicité du cristal. Le théorème de Bloch est appliqué afin de ramener l'étude au niveau d'une cellule constituant l'élément de périodicité du système en exprimant les conditions aux limites périodiques.

Le système d'équations de mouvement est ensuite développé et ramené à un problème classique de recherche de valeurs propres [30] Ce dernier permet de calculer les modes de propagation des ondes et de tracer la structure de bandes. Durant ces dernières années, la PWE a montré son efficacité dans le calcul des structures de bandes phononiques pour différents types de structures.

La méthode PWE a aussi fait ses preuves dans l'étude des milieux anisotropes ou dispersifs pour les ondes de surfaces ainsi que les milieux piézoélectriques. Elle a également été modifiée et améliorée afin de calculer la structure de bandes interdites complexes pour la propagation des ondes évanescentes. D'autre part, et à cause de la formulation plus variable, cette méthode permet l'intégration de nouvelles conditions relatives à la propagation comme le substrat. La méthode PWE représente un des outils de modélisation privilégié dans le domaine des cristaux photoniques et phononiques [31].

### II.3.2. Principe et formulation

La méthode PWE s'est imposée comme l'un des outils de modélisation privilégié des cristaux phononiques et figure par ailleurs parmi les premiers formalismes à avoir été employés afin de mettre théoriquement en évidence l'existence de bandes interdites phononiques. Elle permet de représenter de façon assez directe, du point de vue du formalisme mathématique comme de la mise en œuvre numérique, la propagation de champs de déplacement dans un milieu périodique.

La méthode PWE est d'ailleurs bien connue en acoustique où elle est employée pour simuler des structures périodiques de type transducteurs composites qui trouvent leurs applications dans le domaine de l'imagerie médicale par exemple [32].

Le principe de base de la méthode de décomposition en ondes planes consiste à décomposer en séries de Fourier les champs propagatifs dans le domaine fréquentiel, c'est à dire dans le référentiel défini par le réseau réciproque du cristal. Kushwaha et al. [33] ont appliqué cette méthode dans le cas d'un réseau bidimensionnel, en limitant toutefois dans un premier temps leur analyse à des milieux isotropes et à des champs de déplacement purement transverses.

Dans cette configuration, les polarisations dans le plan et hors plan du champ de déplacement peuvent être découplées. Dans un solide homogène et isotrope le champ de déplacement ou vecteur de déplacement élastique dépend du temps t et de la position r, il peut se décomposer sous la forme [34]

$$\rho(\vec{r}) \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} = \vec{\nabla}(\rho(\vec{r}) c_l(\vec{r})^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{u}) \dots\dots\dots(\text{II.1})$$

Où  $\rho c_l$  est définie pour être la constante élastique C11. On peut maintenant développer C11, et la densité par une série de Fourier, c'est dû au rapport périodique de nature des deux dimensions du cristal phononique.

$$\rho(\vec{r}) == \sum_{\vec{G}} \sigma(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \dots\dots\dots(\text{II.2})$$

$$C_{11}(\vec{r}) = \sum_{\vec{G}} \beta(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \dots\dots\dots(\text{II.3})$$

Où G et R sont les vecteurs en réseaux directe et réciproque respectivement. En supposant une onde plane de solution et la périodicité de la moyenne ; on peut invoquer Bloch de résoudre pour de théorème éq. II.7, pour lesquelles le champ de déplacement est :

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} \sum_{\vec{G}} \vec{u}_k(\vec{G}) e^{i\vec{G} \cdot \vec{r}} \dots\dots\dots(\text{II.4})$$

Ici k est le vecteur Bloch à deux dimensions. En bref, la combinaison d'équation. II.8a-b avec équation. II.10, on peut formuler un ensemble infini d'équations pour lesquelles les valeurs propres,  $\omega(K)$ , et vecteurs propres,  $u_k(G)$ , peut être trouvée:

$$\sum_{\vec{G}} [\sigma(\vec{G} - \vec{G}') (\vec{k} + \vec{G}) \cdot (\vec{K} - \vec{G}') - \beta(\vec{G} - \vec{G}') \omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}) = 0 \dots\dots\dots(\text{II.5})$$

On peut maintenant étudier les deux dimensions pour un cristal phononique en réseau réciproque avec la fraction de remplissage f. La densité et les constantes élastiques prend la forme :

$$q(\vec{G}) = \begin{cases} xf + y(1 - f) \equiv \bar{z}, for \vec{G} = 0 \\ (x - y)F(\vec{G}) \equiv \Delta\bar{z}F(\vec{G}), for \vec{G} \neq 0 \end{cases} \dots\dots\dots(II.6)$$

Où q est représenté par  $\sigma$  ou  $\beta$  et x, y représentent la densité ou constants élastiques pour les inclusions et matrix . Le facteur de structure F(G) est donnée par :

$$F(\vec{G}) = \frac{1}{A} \int_A i d^2r e^{i\vec{G}\cdot\vec{r}} \dots\dots\dots(II.7)$$

Où A est le domaine de l'inclusion unit cellule et l'intégration s'effectue sur l'inclusion. On pout maintenant réfute Eq. II.11 Come :

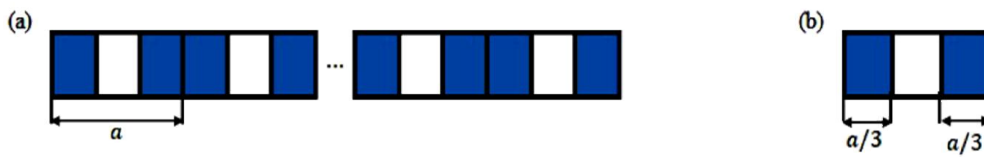
$$\sum_{\vec{G} \neq \vec{G}'} F(\vec{G} - \vec{G}') [\Delta\alpha(\vec{K} + \vec{G}).(\vec{K} + \vec{G}') - \Delta\beta\omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}') + [\bar{\sigma}|\vec{K} + \vec{G}|^2 - \bar{\beta}\omega^2] \vec{u}_k(\vec{G}) = 0 \dots\dots\dots(II.8)$$

La formulation antérieure de vagues dans un matériau périodique démontre qu'il peut être résolu numériquement pour déterminer les fréquences propres et vecteurs propres pour un ensemble donné de vecteurs d'onde.

Il est de pratique courante pour trouver les fréquences propres pour les vecteurs d'onde qui sont dans la zone de Brillouin irréductible. Afin d'obtenir une bonne convergence avec cette méthode, le nombre d'ondes planes doit être bien choisir [35]

**Exemple : tige de cristal phononique 1D**

Une tige 1D PnC infinie composée de deux matériaux, à savoir l'aluminium et l'époxy, est considérée. Ce PnC est illustré à la Figure II-3, où les couleurs bleu et blanc représentent les couleurs époxy et aluminium, respectivement.



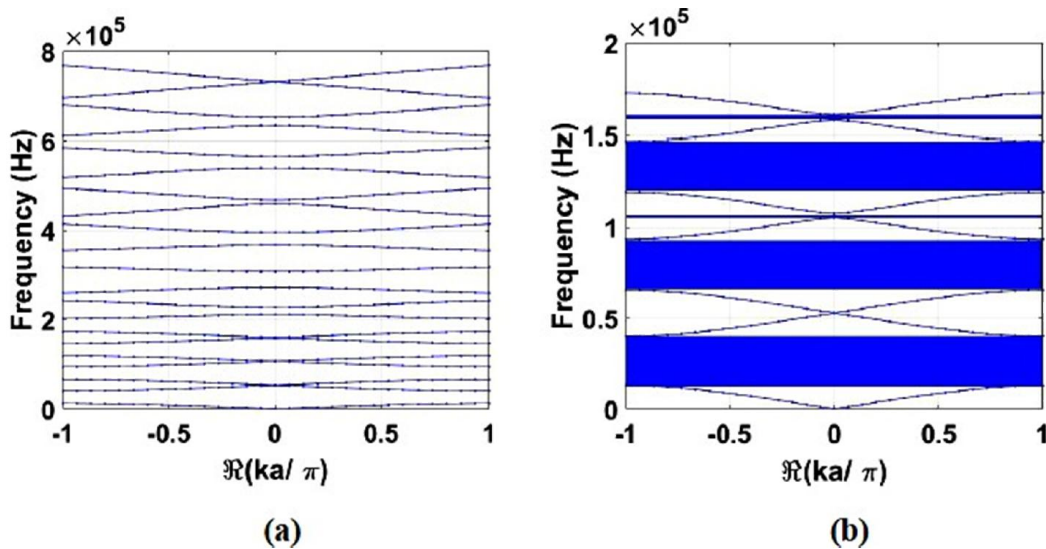
**Figure II.1 :** (a) Représentation schématique du barreau PnC 1D avec des cellules élémentaires en aluminium (blanc) et époxy (bleu). (b) La cellule d'unité de tige PnC [36]

La longueur de l'aluminium au milieu de la cellule est  $aA = 0.05$  m et la longueur de l'époxy. Les parties sont  $aB = 0.01$  m, où les indices A et B sont associés à l'aluminium et à l'époxy, Ainsi, la longueur de la cellule est égale à  $a = aA + 2aB = 0,07$  m. La géométrie de la tige PnC et les propriétés des matériaux sont indiqué dans le tableau II.1

Geometry/Property	Value
Unit-cell length ( $a$ )	0.07 m
Square cross section area ( $S = b \times h$ )	$0.01 \times 0.01$ m <sup>2</sup>
Young's modulus ( $EA, EB$ )	$77.6 \times 10^9$ N/m <sup>2</sup> , $4.35 \times 10^9$ N/m <sup>2</sup>
Mass density ( $\rho_A, \rho_B$ )	2730 kg/m <sup>3</sup> , 1180 kg/m <sup>3</sup>

**Tableau II.1:** Géométrie de la tige PnC et propriétés des matériaux [36]

La figure II-2 (a), illustre la structure de bande, c'est-à-dire la partie réelle du vecteur d'onde de Bloch réduit par rapport à fréquence calculée à partir de la formulation de la sous-section à l'appendice A), en utilisant  $M = 10$  termes harmoniques dans l'extension en série de Fourier. Par choisir  $M = 10$  implique que  $m = -m = [-10, \dots, 10]$ , ce qui signifie  $2M + 1 = 21$  ondes planes. Les premières bandes et les premières bandes interdites du type Bragg sont illustrées à la Figure II-2 (b) en bleu. Régions ombragées



**Figure II.2:** Structure de bande du cristal phononique 1D calculée par l'approche PWE, en considérant 21 ondes planes (a). Les bandes interdites de type Bragg en bleu (b) [36]

### II.3.3. Avantages et inconvénients

La méthode de décompositions en ondes planes est particulièrement adaptée au problème des solutions modales. Les problèmes de grande taille peuvent être résolus en utilisant des techniques itératives, comme la méthode du gradient conjugué. Que ce soit pour le problème aux valeurs propres normal ou généralisé, un petit nombre seulement d'indices de bande dans le diagramme est nécessaire, reposant souvent sur les côtés de la zone de Brillouin. Ceci correspond aux solutions des modes propres en utilisant des

techniques itératives et non à la diagonalisation de toute la matrice. Il arrive que de faux modes apparaissent. Les problèmes de grande taille s'exécutent en, la méthode PWE est assez consommatrice à la fois de temps et d'espace mémoire. Parmi les alternatives figurent la méthode FDTD qui est plus simple et plus indépendante du modèle [25]

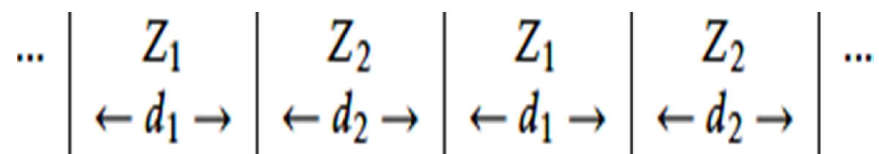
## II.4. METHODE DES MATRICES DE TRANSFERT TMM

### II.4.1. Introduction

Pour résoudre un problème de propagation d'ondes dans un milieu multicouches, il faut résoudre les équations locales (méthode des ondes partielles – tenseur de Christoffel ou formalisme de Stroh) et les conditions d'interface. Dans les milieux stratifiés le nombre d'interfaces peut être grand et il est donc utile d'introduire une matrice globale représentative. L'intérêt est d'exprimer un vecteur (défini à l'extrémité supérieure du stratifié) en fonction du même vecteur (défini à l'extrémité inférieure du stratifié) en utilisant cette matrice globale qui est le produit des matrices locales obtenues en exprimant la continuité des contraintes et déplacements à chaque interface. Les méthodes diffèrent par le choix des variables composant le vecteur. Il existe ainsi la matrice de transfert de Thomson-Haskell et la matrice d'impédance de surface nommée aussi Stiffness Matrix Method. La difficulté est numérique. Ceci est d'autant plus vrai que le nombre d'éléments est grand et que la longueur d'onde est grande devant la taille de ces éléments. La résolution est facilitée par un bon adimensionnement du problème et un bon conditionnement de la matrice [37]. Si le milieu multicouches est périodique, le formalisme précédent permet d'introduire la notion d'onde de Bloch (périodicité 2D et 3D) ou d'onde de Floquet (périodicité 1D). Si le milieu est continûment variable, un développement en série de Peano permet d'exprimer analytiquement la solution [38].

### II.4.2. Super-réseaux unidimensionnels

Les cristaux phononiques que nous étudions ici sont des super-réseaux constitués d'une succession de couches, comme sur la figure II.3. Les deux types de couches, 1 et 2, ont des épaisseurs respectives  $d_1$  et  $d_2$ , et des impédances respectives  $Z_1$  et  $Z_2$ .



**Figure II.3** : Un super-réseau 1D avec des couches alternées avec des impédances  $Z_1$  et  $Z_2$ .

Nous écrivons d'abord les équations fondamentales de l'acoustique:

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho(x) \frac{\partial v}{\partial t} \\ \frac{\partial P}{\partial t} = -Y(x) \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases}, c = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}, \quad (II.9)$$

où  $p$  est la pression,  $v$  est la vitesse des particules,  $\rho$  est la masse volumique et  $Y$  est le module de Young. Ces équations sont équivalentes à:

$$\begin{cases} \frac{\partial \tau}{\partial x} = \rho(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ \tau = Y(x) \frac{\partial u}{\partial x} \end{cases} \quad (II.10)$$

où  $\tau = -p$  est la contrainte et  $u$  est le déplacement des particules.

Pour une onde harmonique, la solution générique de ce système d'équations pour une couche d'impédance  $Z_i$  est une onde plane, composée d'une onde incidente d'amplitude  $A$  et d'une onde réfléchie d'amplitude  $B$ . Dans ce cas, en considérant  $p = P e^{j\omega t}$  et  $v = V e^{j\omega t}$ , nous pouvons écrire la solution ainsi : [39]

$$\begin{cases} P = Z_i A(\omega) e^{-jkx} - Z_i B(\omega) e^{jkx} \\ V = A(\omega) e^{-jkx} + B(\omega) e^{jkx} \end{cases} \dots\dots\dots (II.11)$$

**II.4.3. Formalisme matriciel**

La méthode de la matrice de transfert utilisera la solution décrite par l'équation (II.11) écrite comme un produit d'une matrice et un vecteur. Ce formalisme va nous permettre d'écrire les solutions de propagation des ondes dans des les structures, tels que des ensembles de bicouches avec ou sans défauts. Nous montrerons que des cas particuliers, tel que les couches quart d'onde ont un comportement plus simple et plus intéressant.

**II.4.3.1. Propagation dans une couche**

À partir de l'équation (II.11), la propagation dans une couche, de la position  $x = 0$  à la position  $x$  peut être écrite comme un produit de matrices:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_x = \begin{bmatrix} Z_i e^{-jk_i x} & -Z_i e^{jk_i x} \\ e^{-jk_i x} & e^{jk_i x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 = \begin{bmatrix} Z_i & -Z_i \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-jk_i x} & 0 \\ 0 & e^{jk_i x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0, \quad (II.12)$$

que nous pouvons écrire:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_x = F_i H_i \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0,$$

Avec :  $F_i = \begin{bmatrix} Z_i & -Z_i \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  et  $H_i = \begin{bmatrix} e^{-jk_i x} & 0 \\ 0 & e^{jk_i x} \end{bmatrix}$  .....(II.13)

Dans l'équation (II.13),  $H_i$  décrit la propagation des ondes dans la couche  $i$  à une distance  $x$ . On peut également noter que:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 = F_i \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0, \quad \text{.....(II.14)}$$

Alors:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 = F_i^{-1} \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0, \text{ avec } F_i^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_i} & 1 \\ -\frac{1}{Z_i} & 1 \end{bmatrix}. \quad \text{..... (II.15)}$$

De cette façon, on obtient pour la propagation à travers une couche d'impédance et une  $Z_i$  longueur  $x$ :

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_x = F_i H_i F_i^{-1} \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 = M_i \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0, \text{ avec}$$

$$M_i = F_i H_i F_i^{-1} \begin{bmatrix} \cos(k_i x) & -jZ_i \sin(k_i x) \\ -\frac{1}{Z_i} \sin(k_i x) & \cos(k_i x) \end{bmatrix}. \quad \text{.....(II.16)}$$

### II.4.3.2. Propagation dans un bicouche

Pour écrire la propagation dans un bicouche, nous utilisons la propriété de continuité de  $P$  et  $V$  aux interfaces:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{x+} = \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{x-} \quad \text{.....(II.17)}$$

où  $x +$  appartient à  $Z_2$  et  $x-$  appartient à  $Z_1$ .

Ainsi, nous avons:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d1+d2} = M_2 M_1 \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0 = M \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_0, \quad \text{.....(II.18)}$$

Avec :

$$M = \begin{bmatrix} \cos(K_2 K_2) & -jZ_2 \sin(K_2 K_2) \\ -\frac{1}{Z_2} \sin(K_2 K_2) & \cos(K_2 K_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(K_1 K_1) & -jZ_1 \sin(K_1 K_1) \\ -\frac{1}{Z_1} \sin(K_1 K_1) & \cos(K_1 K_1) \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} \cos(K_1 K_1) \cos(K_2 K_2) - \frac{Z_2}{Z_1} \sin(K_1 K_1) \sin(K_2 K_2) & -jZ_1 \cos(K_2 K_2) \sin(K_1 K_1) - jZ_2 \sin(K_2 K_2) \cos(K_1 K_1) \\ -\frac{1}{Z_2} \cos(K_1 K_1) \sin(K_2 K_2) - \frac{1}{Z_1} \cos(K_2 K_2) \sin(K_1 K_1) & -\frac{Z_1}{Z_2} \sin(K_1 K_1) \sin(K_2 K_2) + -\frac{Z_2}{Z_1} \sin(K_1 K_1) \sin(K_2 K_2) \end{bmatrix}$$

ou sous forme condensée:

$$M = (F_2 H_2 F_2^{-1})(F_1 H_1 F_1^{-1}) \dots\dots\dots(\text{II.19})$$

Dans un milieu périodique ( $d = d_1 + d_2$ ), les modes de propagation sont les modes de Bloch et les valeurs propres de M sont donnés par

$$Y_1 = e^{jkd} \text{ et } Y_2 = e^{-jkd} \dots\dots\dots(\text{II.20})$$

Puisque la trace de la matrice M est:

$$Tr(M) = Y_1 + Y_2 = 2\cos(kd) \dots\dots\dots(\text{II.21})$$

La loi de dispersion du milieu infini périodique bicouche peut s'écrire:

$$\begin{aligned} \cos(kd) &= \frac{1}{2} Tr(M) = \\ \cos(k_1 d_1) \cos(k_2 d_2) - \frac{1}{2} \left( \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \sin(k_1 d_1) \sin(k_2 d_2) \dots\dots\dots(\text{II.22}) \end{aligned}$$

À l'aide de l'équation (II.22), nous pouvons calculer les courbes de dispersion de milieux stratifiés tels que la structure décrite dans le chapitre III ou les inclusions périodiques SiO2 dans l'eau.

Pour un super-réseau 1D, la première zone de Brillouin s'étend pour les vecteurs d'onde  $k$  entre  $-\pi/d$  et  $+\pi/d$ . Compte tenu du terme  $F_2^{-1} F_1$  apparaissant dans l'équation (II.19), nous pouvons maintenant donner une interprétation physique de les matrices  $F_i$ :

$$\begin{aligned} F_2^{-1} F_1 &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \frac{1}{Z_2} & 1 \\ -\frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 & -Z_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \frac{Z_1 + Z_2}{2Z_2} \begin{bmatrix} 1 & rp \\ rp & 1 \end{bmatrix} = \\ & \frac{1}{tp} \begin{bmatrix} 1 & \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \\ \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} & 1 \end{bmatrix} = M_{12}^t, \dots\dots\dots(\text{II.23}) \end{aligned}$$

ou

$$rp = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \dots\dots\dots(\text{II.24})$$

est le coefficient de réflexion entre un milieu d'impédance  $Z_1$  et un de l'impédance  $Z_2$  et de même

$$tp = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \dots\dots\dots(\text{II.25})$$

est le coefficient de transmission du même support, il semble donc que  $M_t^{12}$  représente la matrice de transfert via une interface entre le support 1 et le support 2.

**II.4.3.3. Propagation des Amplitudes**

On peut aussi relier les amplitudes A et B en position d aux amplitudes A et B en position 0 avec :

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^-} = F_1 H_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^+} = \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^-} \quad \dots\dots\dots(\text{II.26})$$

Menant a :

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^+} = F_1 H_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \quad \text{et} \quad \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{d_1^+} = F_2^{-1} \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d_1^+} \quad \dots\dots\dots(\text{II.27})$$

Après propagation a travers la Z2 , on obtient:

$$\begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d^+} = \begin{bmatrix} P \\ V \end{bmatrix}_{d^-} = (F_2 H_2)(F_2^{-1} F_1 H_1) \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \quad \dots\dots\dots(\text{II.28})$$

Et enfin :

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{d^+} = (F_1^{-1} F_2 H_2)(F_2^{-1} F_1 H_1) \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 = C_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \quad (\text{II.29})$$

Ou nous avons introduit les notations suivantes :

$$C_1 = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \beta^* & \alpha^* \end{bmatrix}, \text{ avec } \begin{cases} \alpha = (\cos(k_2 d_2) - jS \sin(k_2 d_2)) e^{-jk_2 d_2} \\ \beta = jD_{12} \sin(k_2 d_2) e^{jk_1 d_1} \\ S = \frac{1}{2} \left( \frac{Z_1}{Z_2} + \frac{Z_2}{Z_1} \right) \\ D_{12} = \frac{1}{2} \left( \frac{Z_1}{Z_2} - \frac{Z_2}{Z_1} \right) \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Ainsi , nous avons exprimé les valeurs des amplitudes A et B en position d comme un produit entre une matrice et le vecteur des valeurs initiales de ces amplitudes

On Remarque que :

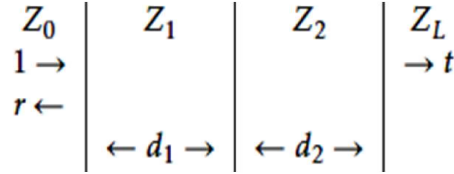
$$\det(C_1) = \alpha\alpha^* - \beta\beta^* = 1 \quad \dots\dots\dots(\text{II.31})$$

et:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} Tr(C_1) \frac{\alpha+\alpha^*}{2} &= \text{Re}(\alpha) = \cos(k_1 d_1) \cos(k_2 d_2) - S \sin(k_1 d_1) \sin(k_2 d_2) \\ &= \frac{1}{2} Tr(M) \quad \dots\dots\dots(\text{II.32}) \end{aligned}$$

**II.4.3.4. Transmission via une bicouche**

Nous étudions maintenant la propagation d'une onde élastique à travers la bicouche décrite sur la figure II.5 avec le formalisme des paragraphes précédents. On veut ici calculer les coefficients de transmission et réflexion à travers une telle structure bicouche.



**Figure II.4 :** Une bicouche 1D avec des impédances Z1 et Z2 avec des couches externes avec des impédances Z0 et ZL [39]

Pour Z0 et ZL arbitraires, nous dérivons en utilisant l'équation (II.29) l'ensemble d'équations suivant:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_L = (F_L^{-1} F_1) c_1 (F_1^{-1} F_0) \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 = M \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots(II.33)$$

Maintenant, en utilisant le fait qu'aucune onde n'entre dans la bicouche à partir du support de sortie d'impédance ZL, c'est-à-dire BL = 0, nous obtenir les coefficients de transmission t et de réflexion r qui sont donnés par t = AL / A0 et r = B0 / A0:

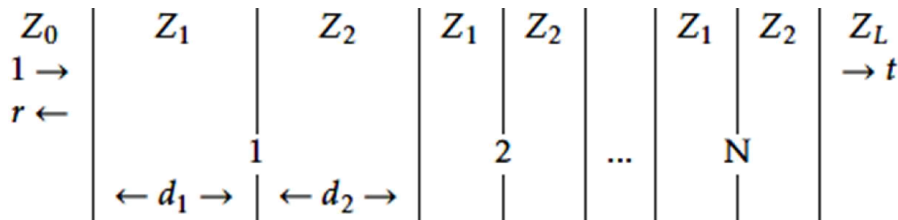
$$\begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ r \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots(II.34)$$

En résolvant le système d'équations, nous obtenons:

$$r = M_{21}/M_{22} \quad \text{et} \quad t = \det(M)/M_{22} \dots\dots\dots(II.35)$$

**II.4.3.5. Transmission via N bicouches**

Nous étudions maintenant la propagation d'une onde élastique à travers un système composé de N bicouches, comme indiqué sur Figure II.5.



**Figure II.5:** Un système 1D composé de N bicouches [39]

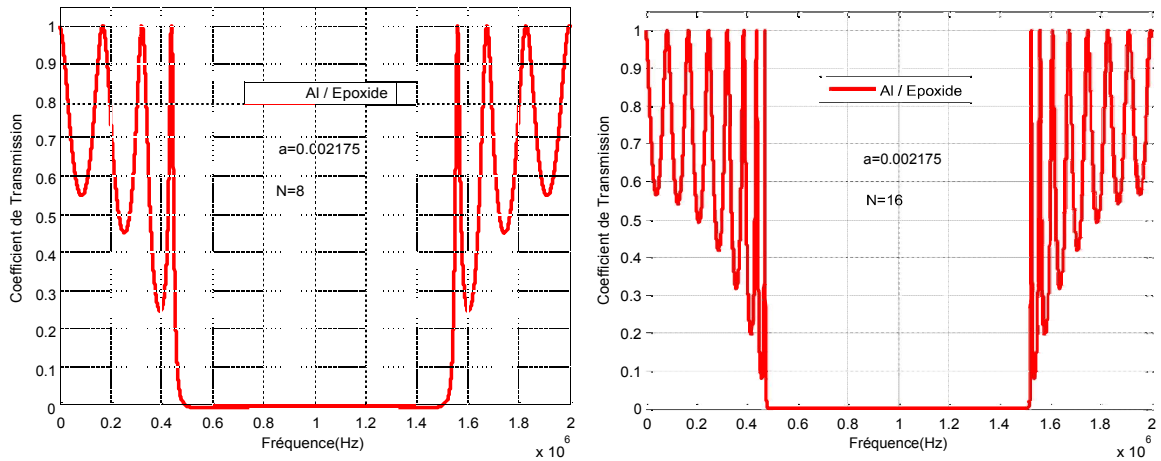
D'après les paragraphes précédents, pour un système de N bicouches, on peut écrire:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{LN} = C_1 \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_{L(N-1)} = C_1^N \begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix}_0 \dots\dots\dots(II.36)$$

Ainsi, en considérant une couche d'entrée d'impédance Z0 et une couche de sortie d'impédance ZL, la transmission est donné par:

$$\begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix} = M^T \begin{bmatrix} t \\ 0 \end{bmatrix}, \text{ avec } M^T = (F_L^{-1} F_1) C_1^N (F_L^{-1} F_0) \dots\dots\dots(II.37)$$

La figure II.6 représente le spectre de transmission normalisé pour 4 inclusions et 8 inclusions d'aluminium (AL) dans l'Epoxyde respectivement. On peut observer que le nombre d'oscillations sur les côtés gauche et droit est proportionnel avec le nombre d'inclusions d'aluminium. On peut également noter que l'atténuation de l'écart augmente avec le nombre des inclusions.



**Figure II.6:** Coefficient de transmission. (a) Courbes de transmission pour quatre inclusions d'Aluminium / (b) pour huit inclusions d'Aluminium dans l'Epoxyde, pour  $Z_A/Z_B=6.26$ . Une bande interdite apparaît entre 0.45 MHz et ~1.45 MHz.

**II.4.4. Avantages et inconvénients**

La méthode de matrice de transfert a de nombreux avantages. C'est un algorithme très utile, très approprié pour les calculs de réflectivité et de transmission de structures multicouches. Il peut prendre des valeurs pour l'indice de réfraction qui sont réelles ou complexes. Un indice de réfraction réel représente un matériau sans perte tandis qu'un indice de réfraction complexe peut représenter l'un des deux types de matériaux. Si la partie imaginaire de l'indice de réfraction complexe est négative, alors le matériau est absorbant. Si c'est positif alors c'est une indication d'avoir un milieu de gain.

La méthode de matrice de transfert peut également gérer n'importe quel nombre de couches dans une structure multicouche. De plus, ces couches peuvent être ordonnées de

n'importe quelle manière et il n'est pas nécessaire qu'elles soient périodiques. Même si elles sont périodiques, la cellule unitaire répétée ne doit pas être composée de deux couches seulement, mais d'un nombre quelconque de couches. Il n'y a également aucune restriction sur l'épaisseur de n'importe quelle couche. L'épaisseur et l'indice de réfraction de chaque couche peuvent être définis indépendamment. Cela rend la TMM la plus appropriée pour la modélisation des structures formées par différentes multicouches périodiques. La méthode de matrice de transfert peut gérer des structures présentant un contraste élevé entre les couches.

La méthode de matrice de transfert a également quelques inconvénients. Par exemple, il suppose que le plan perpendiculaire à la direction de propagation est infini, ce qui signifie que chaque couche dans une structure multicouche s'étend indéfiniment dans ses deux dimensions. Bien sûr, c'est irréaliste, donc les couches qui sont modélisées doivent être assez larges pour éviter les erreurs de cette hypothèse. La méthode de matrice de transfert calcule le champ dans toute la structure en le propageant d'une couche à l'autre par des relations matricielles.

Un autre inconvénient du TMM est qu'elle est limitée à la propagation d'onde continue et ne peut pas gérer la propagation d'impulsions. Pour modéliser les impulsions, la méthode de matrice de transfert doit être combinée avec la transformée de Fourier [40].

## II.5. CONCLUSION

Les méthodes numériques d'analyse et de simulation telles que la méthode FDTD, FEM, PWE et TMM sont devenues des techniques incontournables pour simuler le comportement mécanique des structures périodiques notamment les cristaux phononiques vis-à-vis la propagation des ondes acoustiques dans ce type de milieu. Ainsi, à partir des équations de mouvement élastique, elles ont permis aux chercheurs d'accéder aux calculs des courbes de dispersion de ces systèmes. Chacune de ces méthodes numériques d'analyse, ayant une formulation différente, présente des avantages et des inconvénients, et est plus ou moins adaptée à l'étude de tel ou tel autre système.

Dans ce travail, notre intérêt est basé sur la méthode des matrices de transfert TMM puisque elle représente la méthode la plus adaptée aux structures multicouches. Elle nous permet de calculer les coefficients de transmission et de réflexions lors de la propagation d'une onde acoustique / élastique à incidence normale.

## **CHAPITRE III**

### **RESULTATS DE SIMULATION ET DISCUSSIONS**

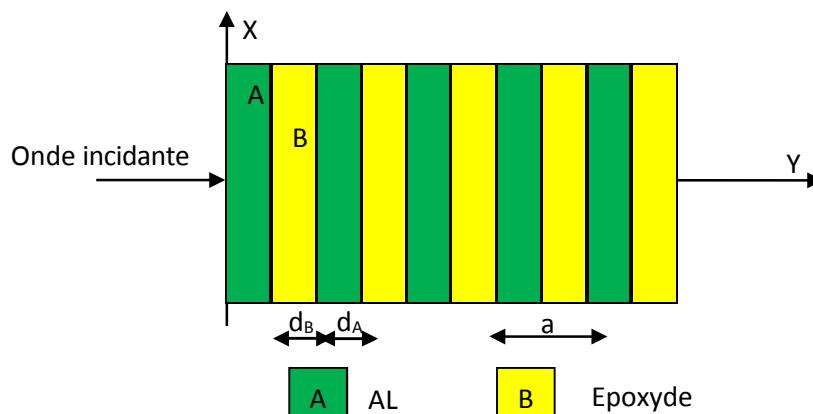
## INTRODUCTION

A l'heure actuelle, les cristaux phononiques 1D représentent une nouvelle plateforme dans le domaine de la détection des propriétés des matériaux. Dans ce chapitre, nous allons présenter puis simuler les spectres de réflexion et de transmission d'une structure phononique multicouche de type solide/solide afin de comprendre le comportement des ondes acoustiques ou élastiques propageant dans ces cristaux.

Dans la première partie du chapitre, nous allons étudier l'évolution de la bande interdite pour un cristal phononique 1D parfait constitué de l'Aluminium et l'Epoxyde. Ensuite, dans la seconde partie du chapitre; on va étudier un réseau de bragg avec défaut centrale afin de montrer la possibilité d'utiliser ces structures dans le domaine de la détection. Toutes les simulations sont réalisées en utilisant un code concernant les éléments de la méthode des matrices de transfert (TMM).

### III. 1. STRUCTURE ETUDIEE

Dans ce paragraphe, on va étudier la propagation d'une onde acoustique longitudinale à incidence normal à travers une structure périodique de type Aluminium/Epoxyde par la méthode des matrices de transfert (TMM). La figure III.1, présente la structure étudiée. Cette dernière est un cristal phononique 1D composé au moins de deux matériaux de propriétés élastiques différentes; le matériau A (en vert; Aluminium) et le matériau B (en jaune ; Epoxyde), le cristal est formé par l'empilement de N bicouches Al/Epoxyde.



**Figure III.1:** (a) Représentation schématique du cristal phononique 1D composé de Al (en vert) et Epoxyde (en jaune).

La période du réseau est  $a=d_A+d_B=2$  mm,

Où :  $d_A$  : l'épaisseur de la couche de Aluminium en Vert;  $d_A=1.6$  mm

$d_B$  : l'épaisseur de la couche de Epoxyde en jaune;  $d_B=0.575$  mm

Les propriétés acoustiques de l'Époxyde et de l'aluminium constituant le cristal phononique unidimensionnel sont reportées dans le tableau III.1.

Matériau	Aluminium	Epoxyde
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2700	1200
$v_T$ (m/s)	3110	3370
$v_L$ (m/s)	6400	2300

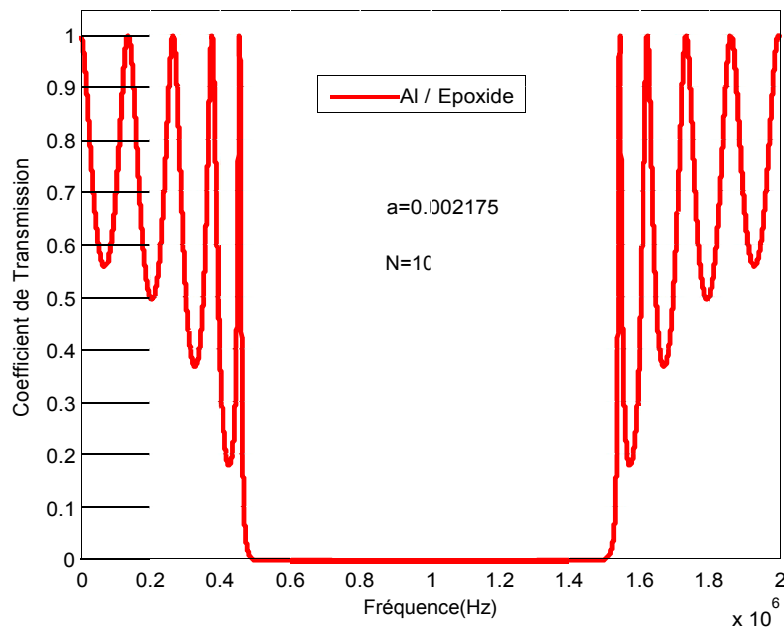
**Tableau III.1:** Paramètres physiques des matériaux constituant le cristal phononique unidimensionnels Al/Epoxyde.

### III. 2. SPECTRE DE REFLEXION ET DE TRANSMISSION

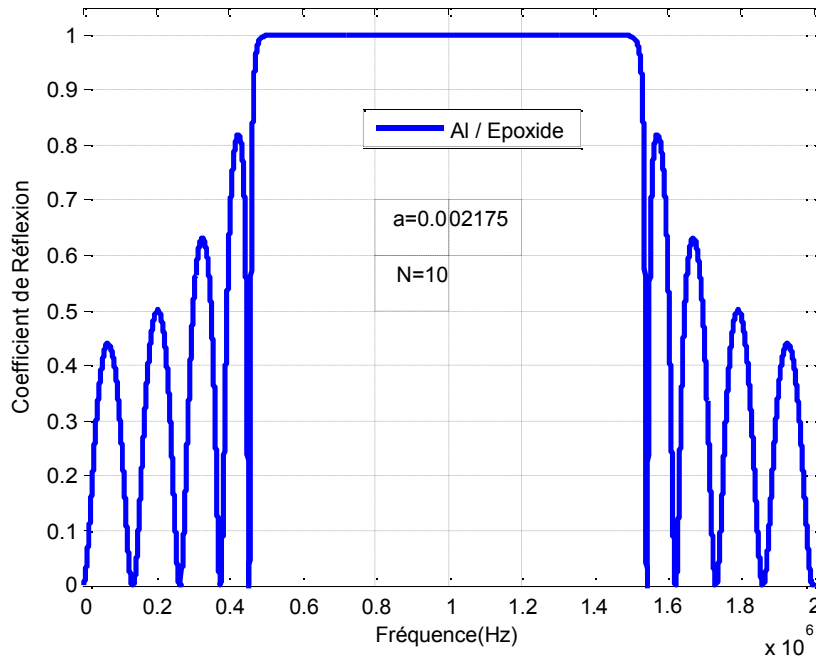
Pour obtenir les coefficients de transmission et de réflexion on va considérer les paramètres géométriques et élastiques de la structure multicouche Al/Epoxyde figurant dans le tableau (III.2).

Nombre de couches	10
Densité de la couche A (kg/m <sup>3</sup> )	2700
Densité de la couche B (kg/m <sup>3</sup> )	1200
Vitesse de propagation dans la couche A (m/s)	6400
Vitesse de propagation dans la couche B (m/s)	2300
l'épaisseur de la couche A (mm)	1.6
l'épaisseur de la couche B (mm)	0.575

**Tableau III.2:** Présentation des différentes valeurs des paramètres géométriques et physiques du réseau du cristal phononique Al/Epoxyde



**Figure III.2:** Spectre de transmission pour une onde longitudinale à incidence normale traversant un cristal 1D formé de 5 bicouches Al/Epoxyde.



**Figure III.3:** Spectre de réflexion pour une onde longitudinale à incidence normale traversant un cristal 1D formé de 5 bicouches Al/Epoxide

Les résultats de simulation sont représentés sur les figures III.2 et III.3, ils sont totalement obtenus en utilisant un code écrit en Matlab de la méthode des matrices de transfert (TMM). La figure (III.2) et la figure (III.3) illustrent respectivement le spectre de transmission et de réflexion dans le cas d'une onde acoustique longitudinale à incidence normale qui se propage à travers le réseau de Bragg décrit par le tableau III.2.

D'après le spectre de transmission, on constate un taux de transmission s'approche presque de 100% pour la propagation d'une onde à incidente normale, ce qui implique un taux de réflexion égale presque à 0% (voir le spectre de réflexion), on constate aussi l'apparition d'une bande interdite phononique entre 0.45 MHz et 1.55 MHz.

### III. 3. ETUDE DE LA BANDE INTERDITE PHONONIQUE

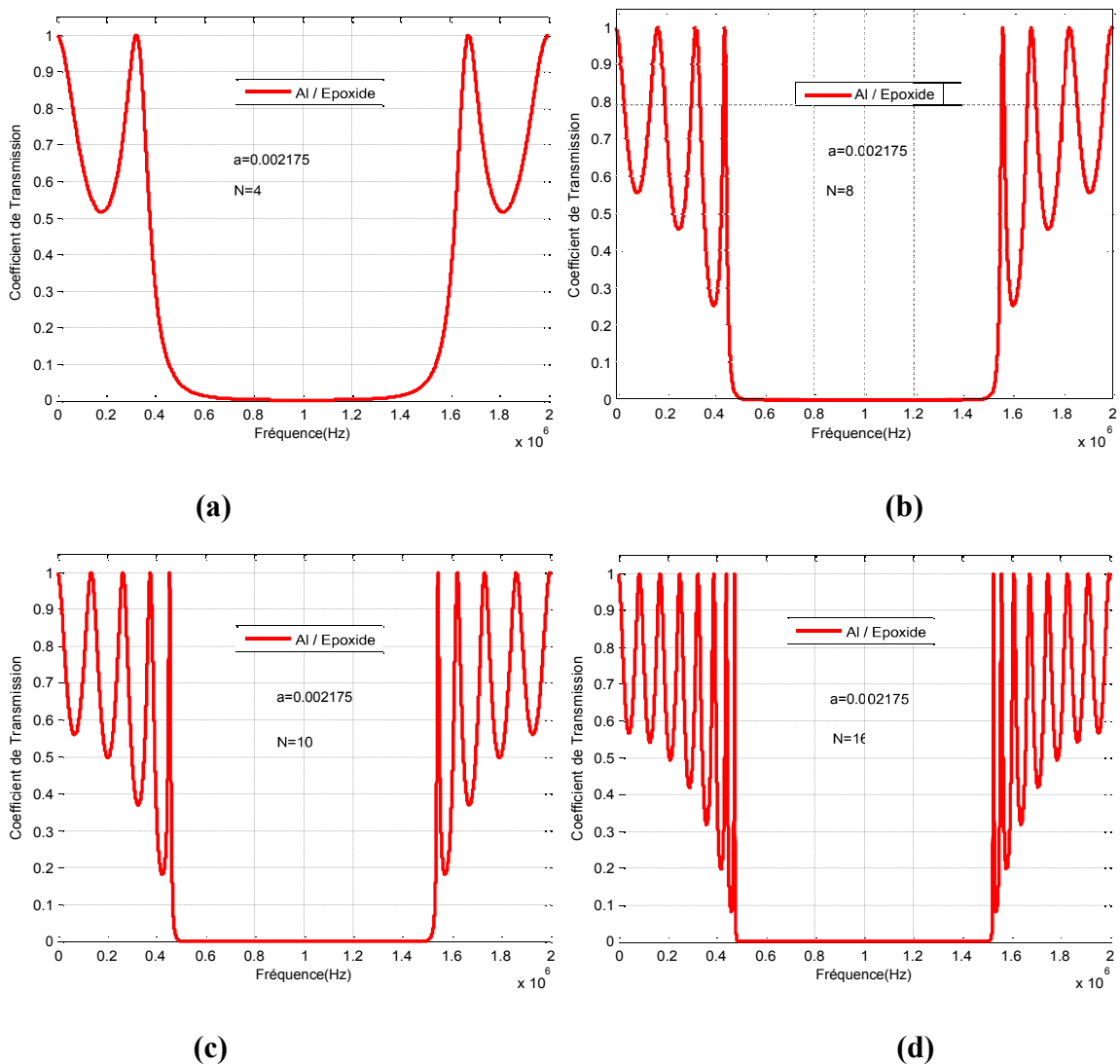
La position et la largeur de la première bande interdite phononique ouverte autour de 1MHz peut être translatée et élargie d'une manière très sensible avec la variation de plusieurs paramètres physiques tels que l'impédance acoustique des matériaux utilisés dans la structure multicouche. Ainsi, avec les paramètres géométriques tels que le nombre de bicouches, la période du réseau, le facteur de remplissage ou bien l'épaisseur de chaque couche, et l'angle d'incidence de l'onde acoustique. Afin d'étudier l'influence de quelques paramètres sur les caractéristiques de la bande ouverte, nous allons simuler le spectre de transmission ou de réflexion en variant à chaque fois l'un de ces paramètres.

### III.3. 1. Influence du nombre de couches

Dans cette section, on considère la même structure périodique précédente et on a fixé les paramètres géométriques et physiques, ensuite on fait changer uniquement le nombre de bicouches. En utilisant le même code de la méthode TMM nous allons simuler l'effet du nombre de couches sur les propriétés de la bande interdite phononique ouverte.

Sur la figure III.4, nous avons reporté les spectres de transmission en fonction le nombre de couches utilisées dans la structure 1D formé par les N bicouches Al/Epoxyde. Les figures (a), (b), (c) et (d) sont obtenus pour  $N=4, 8, 10, 16$  respectivement.

D'après les résultats obtenus, il est clair que plus le nombre de périodes est élevé plus la largeur de la bande devient importante, ainsi que la bande ouverte devient plus raide.

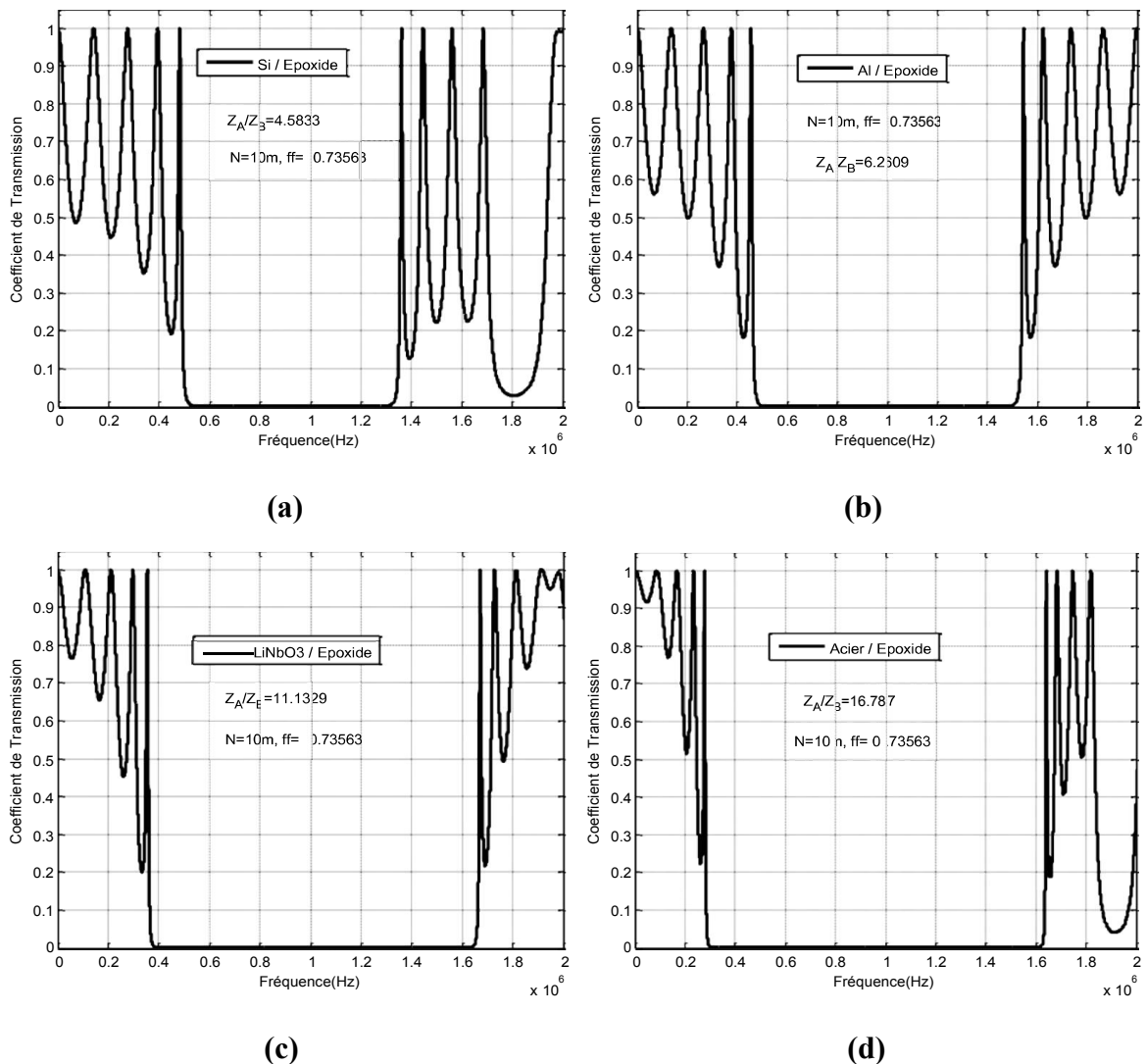


**Figure III.4:** Spectre de transmission en fonction de la fréquence d'une onde acoustique longitudinale: (a) pour  $N=4$ , (b) pour  $N=8$ , (c)  $N=10$  et (d) pour  $N=16$  couches.

### III.3.2. L'effet de l'impédance acoustique

L'impédance acoustique d'un matériau élastique est définie comme étant le produit de sa densité par la vitesse de propagation de l'onde acoustique dans ce matériau. Pour voir l'influence du rapport entre les impédances acoustiques des matériaux A (inclusions en Aluminium) et B (Epoxyde ; comme matrice) sur la propagation des ondes acoustiques à incidence normale à travers la structure multicouche (N=10 couches). Tout d'abord, nous avons fixé les paramètres géométriques cités dans le tableau III.2; Ensuite, en utilisant le même Code Matlab, nous allons réaliser une série de simulations en changeant  $Z_A$ .

Les figures III.5 (a), (b), (c) et (d) illustrent les spectres de transmission en fonction de la fréquence pour quatre valeurs du contraste en impédance acoustique  $Z_A/Z_B$ .



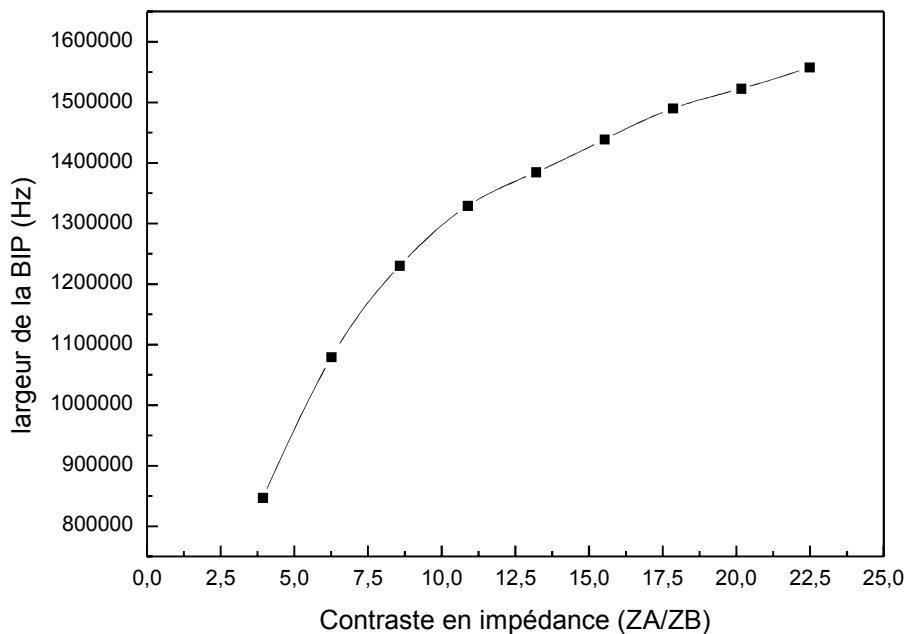
**Figure III.5:** Spectre de transmission pour une onde longitudinale à incidence normale : (a) pour  $Z_A/Z_B=4.58$  , (b) pour  $Z_A/Z_B=6.26$ , (c) pour  $Z_A/Z_B=11.13$  et (d) pour  $Z_A/Z_B=1678$ .

Le tableau III.3 donne les résultats de simulation qu'on a obtenue en utilisant le même code de la méthode TMM.

$Z_A/Z_B$	$\Delta f$ (MHz)
3.942	846900
6.2609	1078800
8.579	1229800
10.89	1328700
13.21	1384500
15.53	1438600
17.85	1489900
20.17	1522300
22.49	1557400

**Tableau III.3:** Paramètres du contraste entre les impédances acoustiques des deux matériaux A et B du cristal et largeur de la bande interdite phononique.

La figure III.6 illustre les évolutions de la largeur de la bande interdite phononique en fonction du contraste  $Z_A/Z_B$  entre les impédances acoustiques des matériaux A et B. on constate que plus ce rapport est élevé la bande ouverte devient plus large.



**Figure III.6:** Variations de la taille de la bande phononique en fonction du contraste des impédances acoustiques

### III.3.3. Influence du facteur de remplissage

Pour une structure donnée, on peut définir le facteur de remplissage comme étant le rapport entre le volume occupé par l'inclusion de l'Aluminium sur le volume de la cellule élémentaire:  $ff = d_A / (d_A + d_B)$

Dans ce paragraphe, on va voir l'influence du facteur de remplissage sur les caractéristiques des bandes interdites ouvertes. Pour cela, on a fixé les paramètres élastiques et la période du cristal. Le tableau III.4 résume les différentes valeurs de la structure étudiée. Cette dernière est un cristal phononique 1D composé de dix couches alternées Al/Epoxyde.

Ensuite, on fait changer les épaisseurs  $d_A$  et  $d_B$  des couches de l'Aluminium et de l'Epoxyde de telle sorte que la période reste inchangée.

Nombre de couches	10
Densité de la couche A (kg/m <sup>3</sup> )	2700
Densité de la couche B (kg/m <sup>3</sup> )	1200
Vitesse de propagation dans la couche A (m/s)	6400
Vitesse de propagation dans la couche B (m/s)	2300
Période (mm)	2.175

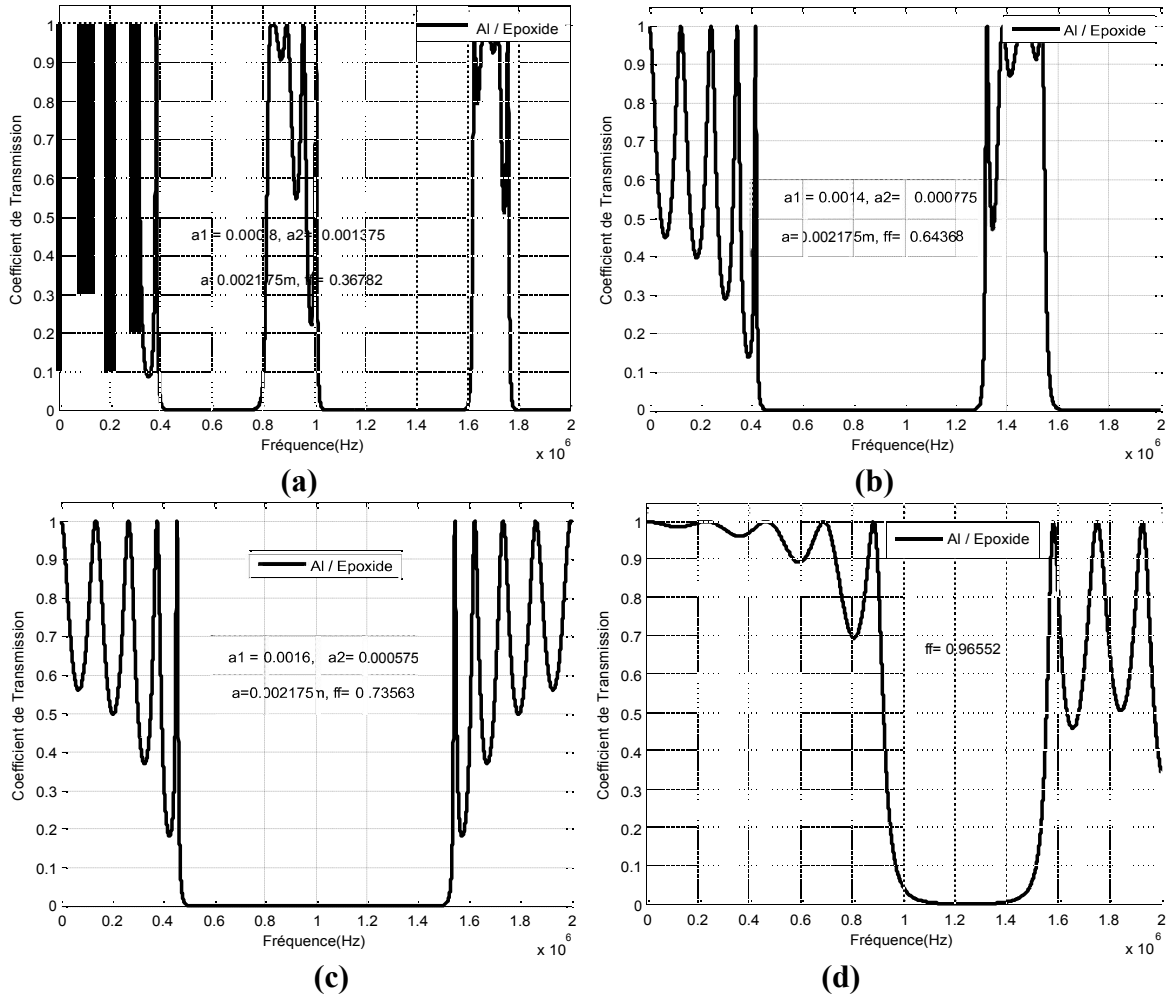
**Tableau III.4:** Présentation des différentes valeurs des paramètres géométriques et élastiques du réseau de Bragg (Al/Epoxyde)

Le tableau III.5 reporte les différentes valeurs de simulation qu'on a obtenues en utilisant la méthode de la matrice de transfert TMM.

ff%	0.36	0.46	0.55	0.64	0.73	0.82	0.9195	0.96
$f_{high}$	824800	947000	1109000	1322000	1545000	1617000	1579000	1576000
$f_{low}$	381500	385000	394500	417100	454000	528100	692000	900000
fcenter	603150	666000	751750	869550	999500	1072550	1135500	1238000
$\Delta BIP$	443300	562000	714500	904900	1091000	1088900	887000	676000

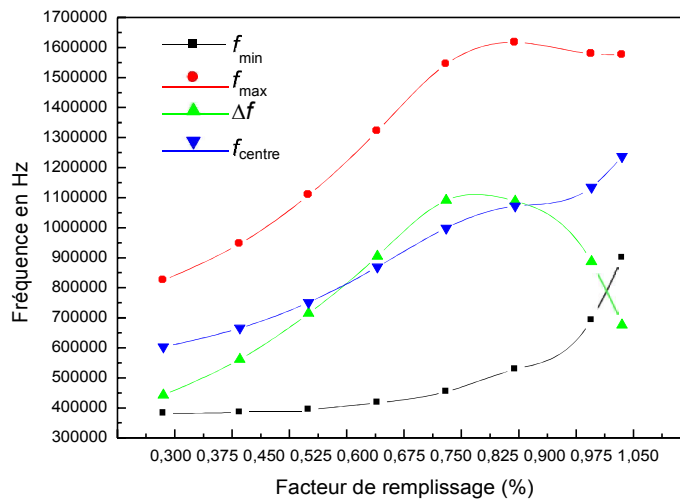
**Tableau III.5:** Influence du facteur de remplissage sur les propriétés des bandes interdites

En utilisant le même code de la méthode des matrices de transfert TMM, nous avons effectué une série de simulations pour différentes valeurs du facteur de remplissage pour obtenir les spectres de transmission. La figure III.7, illustre les spectres de transmissions pour quatre valeurs du facteur de remplissage.



**Figure III.7:** Spectre de transmission pour une onde longitudinale à incidence normale: (a) pour  $ff=0.36$ , (b) pour  $ff=0.64$ , (c) pour  $ff=0.73$  et (d) pour  $ff=0.96$ .

La figure III.8, montre l'évolution de la largeur, la fréquence supérieure et la fréquence inférieure de la première bande interdite phononique en fonction le facteur de remplissage.



**Figure III.8:** Variations de la largeur et les limites de la bande phononique en fonction du facteur de remplissage

D'après les courbes, on constate que la taille de bande interdite (courbe en vert) augmente en fonction le facteur de remplissage d'une manière proportionnelle jusqu'à une largeur maximale, ensuite, elle diminue pour les fortes valeurs du facteur de remplissage.

D'autre part, on constate aussi que la position de la bande ouverte ; représentée par la courbe en bleue se déplace vers les fréquences élevées.

### III. 4. ETUDE D'UN RESONATEUR A CRISTAL PHONONIQUE 1D

En général, l'onde acoustique pénètre et traverse la structure multicouches unidimensionnelles permettant ainsi de détecter ses propriétés acoustiques telles que les paramètres intrinsèques des matériaux (densité, module d'élasticité, vitesse du son) ou les propriétés géométriques du défaut telle que l'épaisseur du défaut. Le capteur utilise des pics de transmission spécifiques à l'intérieur de la bande interdite pour déterminer les propriétés d'une composante à la base du cristal phononique.

Dans cette section, nous allons présenter et simuler le spectre de transmission d'un cristal phononique unidimensionnel (Al/Epoxyde) sous forme d'un miroir de Bragg, en ajoutant au centre du cristal une couche de matériau PZT (titano-zirconates de plomb). En effet, les PZT des céramiques de structure pérovskite présentant plusieurs propriétés intéressantes telles que : ferroélectricité, piézoélectricité et piézoélectricité. Ils se retrouvent par exemple dans les transducteurs à ultrasons, les condensateurs céramiques, les actionneurs pour microscopes à effet tunnel et microscopes à force atomique ou en optique adaptative en astronomie, voire les capteurs pour échographie, sonars, radars et les détecteurs infrarouges. On les utilise également dans les résonateurs céramiques pour le cadencement des circuits électroniques.

#### III.4.1. Présentation de la structure

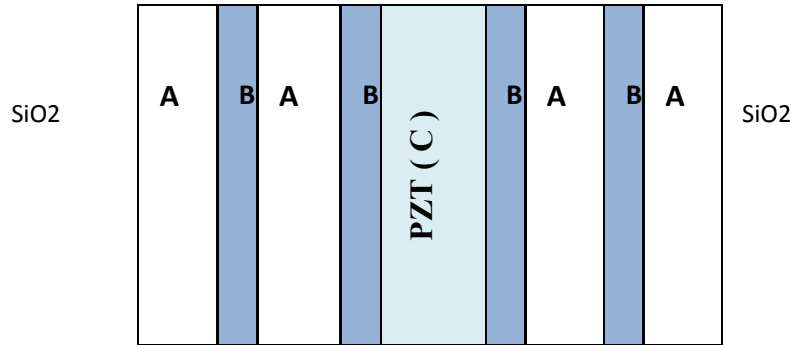
L'étude porte sur une structure multicouches unidimensionnelle formée par empilement périodique de deux matériaux ; L'Aluminium et l'Epoxyde. Elle est formée de 7 bicouches Al/Epoxyde et elle est soumise à une onde acoustique longitudinale à incidence normale comme il est schématisé sur la figure III.9.

Les deux couches A et B du système étudié ont des épaisseurs  $d_A$  et  $d_B$ , respectivement telle que  $d_A = C_{LA}/4$  et  $d_B = C_{LB}/4$ . Avec  $C_{LA}$  et  $C_{LB}$  sont la célérité de l'onde acoustique longitudinale dans le milieu A et B respectivement.

Au milieu de la structure périodique est insérée la couche C qui représente le défaut (PZT) de largeur  $d_C = C_{LC}/2$  ( $C_{LC}$  est la célérité du l'onde dans la couche de PZT). La

structure obtenue est un filtre symétrique; ou un miroir de Bragg autour de la couche de PZT (titano-zirconates de plomb).

Dans ce travail, nous allons utiliser la méthode des matrices de Transfert pour étudier et simuler la propagation des ondes acoustiques longitudinales à incidence normale à travers la structure périodique.



**Figure III.9.** Représentation schématique d'un miroir de Bragg à cristal phononique unidimensionnel avec défaut au centre de largeur  $d_C$

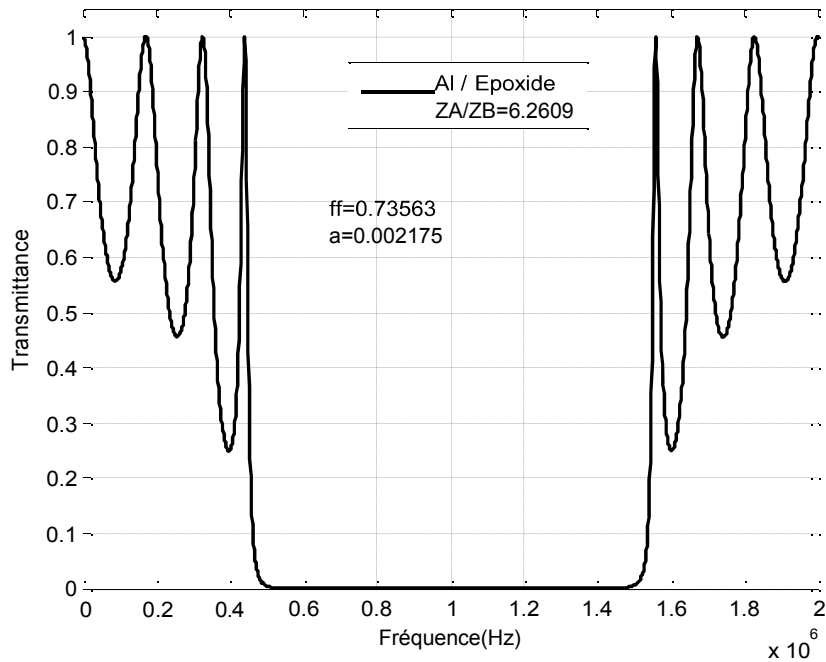
Le tableau III.6 montre les conditions de simulations avec les valeurs des paramètres géométriques et physiques des différentes composantes de la structure étudiée.

Couche	A	B	C
Matériau	Al	Epoxyde	PZT
Epaisseur (mm)	$d_A=1.6$	$d_B=0.575$	$D=1.665$
Densité (Kg/m <sup>3</sup> )	2700	1200	7500
Célérité (m/s)	6400	2300	3330
Matériau de couverture	SiO <sub>2</sub>		

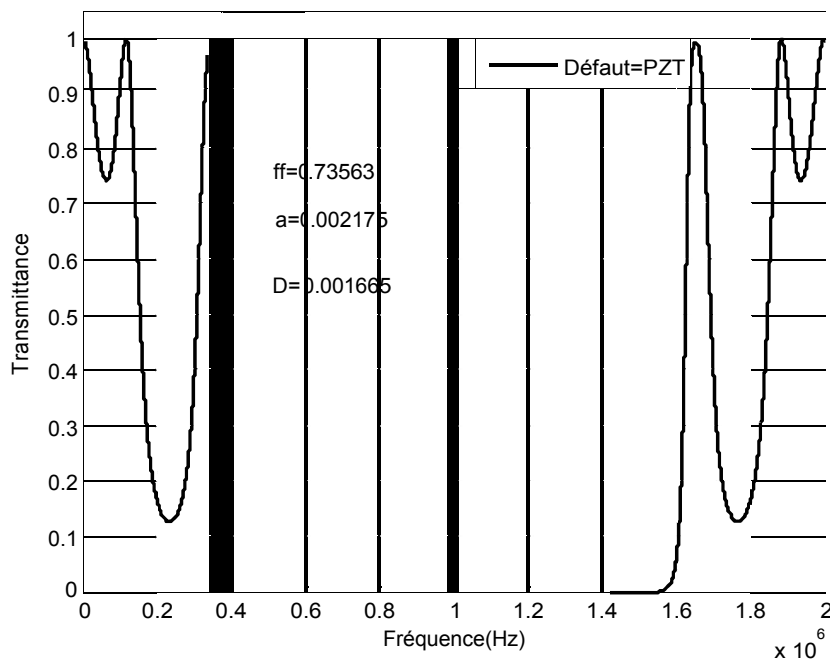
**Tableau III.6:** Différents matériaux constituant le miroir de Bragg avec leurs valeurs des paramètres physiques et géométriques.

### III. 4. 2. Résultats de simulation et discussions

Sur les figures III.10 et III.11, nous avons reporté les résultats de simulations obtenus en utilisant un code de la méthode TMM écrit en Matlab. La figure III 10 représente le spectre de transmission d'une structure périodique Al/Epoxyde parfaite (sans défauts), alors que la figure III 11 représente le spectre de transmission d'un miroir de Bragg après l'insertion d'une couche d'épaisseur « D » de PZT au centre de la structure initialement parfaite.



**Figure III.10:** Spectre de transmission en fonction de la fréquence pour une onde longitudinale propageant à travers un cristal phononique 1D sans défaut.

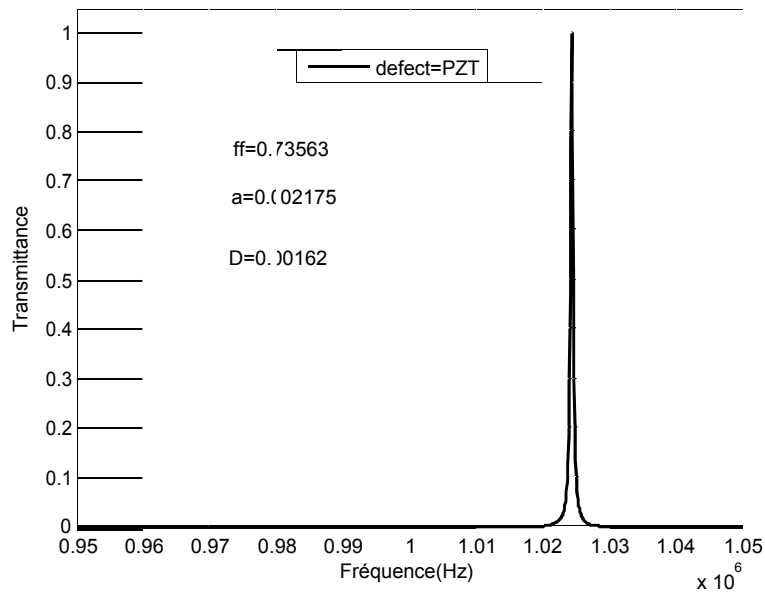


**Figure III.11:** Spectre de transmission en fonction de la fréquence pour un miroir de Bragg après l'insertion d'une couche de PZT de largeur 1.665 mm au centre du cristal phononique.

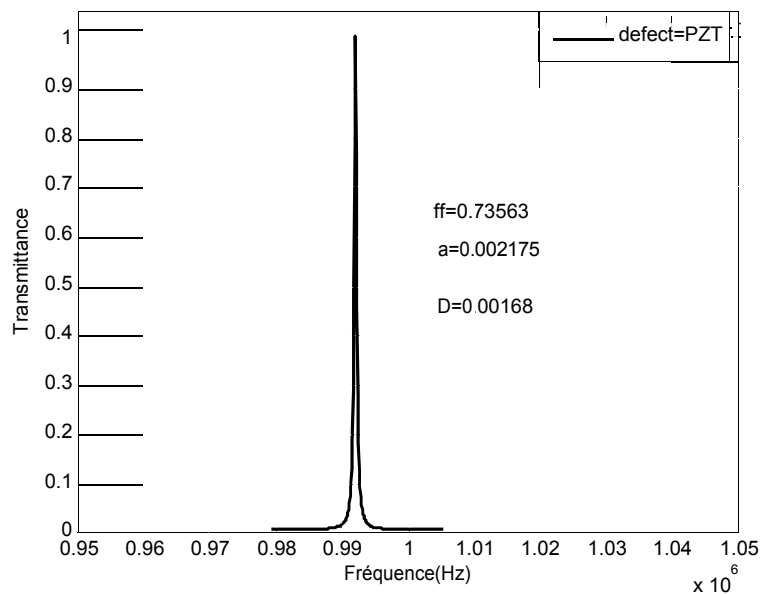
D'après les résultats, il est clair que l'insertion d'une couche de PZT d'épaisseur « D » au centre du réseau de Bragg provoque l'apparition d'un mode de propagation dû au défaut, ce mode est représenté par un pic de transmission dont le taux de transmission s'approche presque de 100% à la fréquence de résonance centrale de 1MHz.

### III.5. Influence de l'épaisseur du défaut

Dans ce qui suit, nous allons utiliser la méthode des matrices de transfert TMM pour simuler la propagation d'une onde acoustique longitudinale à travers un filtre à miroir de Bragg afin de montrer l'application de telle structure dans le domaine de la détection d'épaisseur.



**Figure III.12:** Coefficient de transmission en fonction de la fréquence dans le cas d'un miroir de Bragg à cristal phononique 1D Pour  $D=d_c=1.62$  mm.



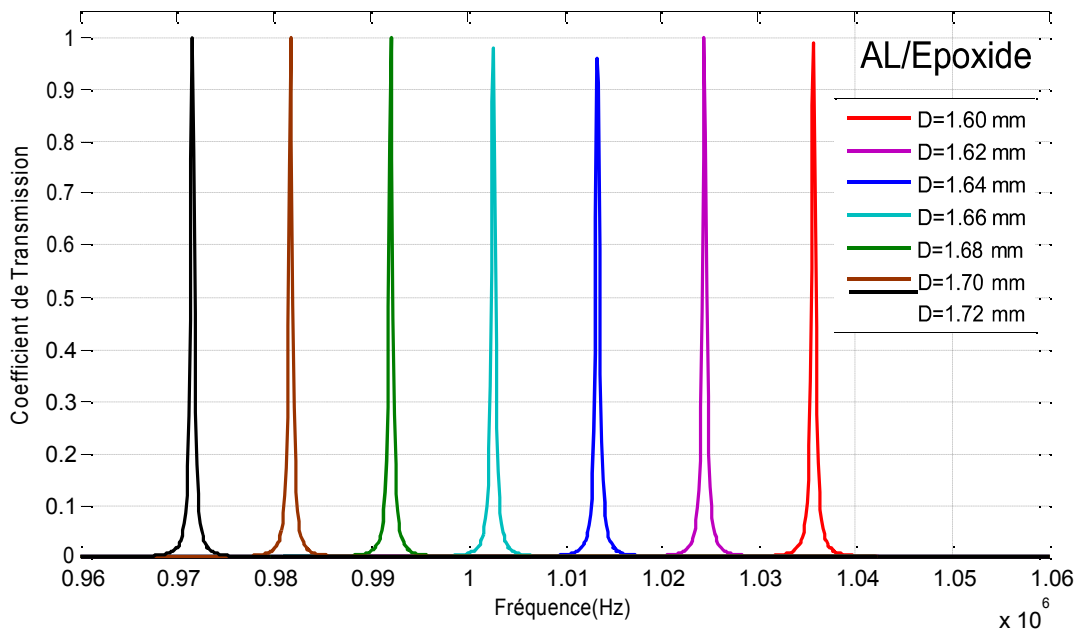
**Figure III.13:** Coefficient de transmission en fonction de la fréquence dans le cas d'un miroir de Bragg à cristal phononique 1D pour  $D=d_c=1.68$  mm.

Les spectres de transmission illustrés sur les figures III.12 et III.13 sont obtenues pour deux valeurs de l'épaisseur de la couche de PZT; pour  $d_c=1.62$  mm et pour

$d_c=1.68\text{mm}$  respectivement. Chacune des deux spectres présente un pic à une fréquence donnée avec un taux de transmission déterminé propre au mode de défaut considéré. Les deux pics sont décalés l'un de l'autre de  $\Delta f$ . Le tableau ci-dessous, donne la fréquence de résonance et le tau de transmission pour différentes valeurs de l'épaisseur de la couche de PZT. Les différents résultats de simulations sont obtenus en utilisant la méthode de la matrice de transfert.

D (mm)	Fréquence de résonance (Hz)	Taux de transmission
1.60	1034000	97%
1.62	1023000	99%
1.64	1013000	96%
1.66	1003000	97
1.68	992100	99.99
1.70	981700	99.85
1.72	971600	99.99

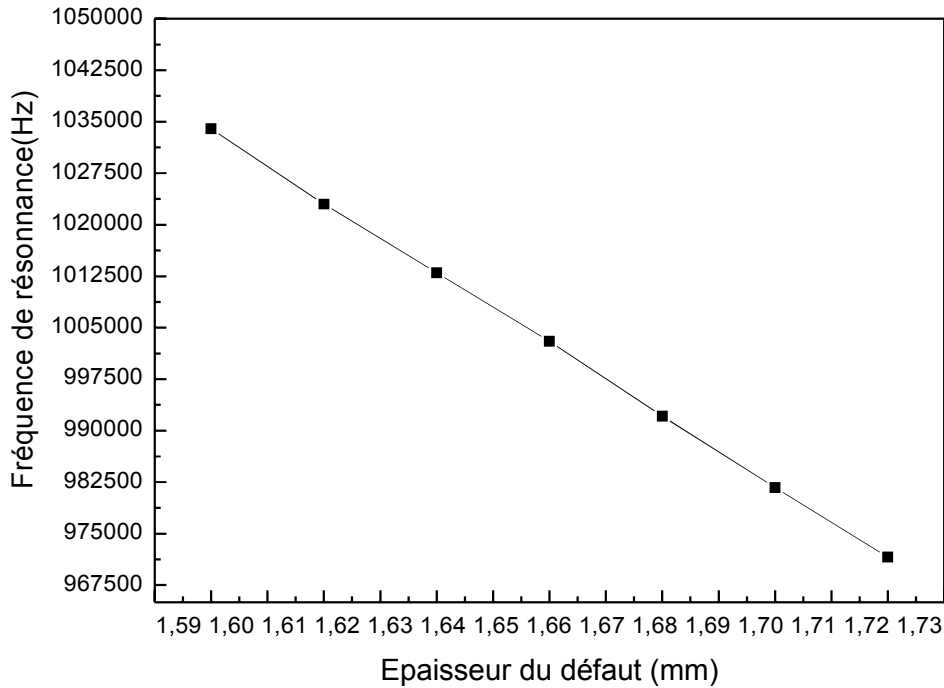
**Tableau III.7:** Fréquence de résonance et taux de transmission pour différentes épaisseurs de la couche de PZT.



**Figure III.14:** Spectre de transmission en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de l'épaisseur du défaut.

La figure III.14 montre l'existence d'un pic de transmission importante pour chaque valeur de l'épaisseur de la couche du défaut inséré au centre du miroir de Bragg.

Il est clair que, plus le défaut est large le pic de transmission décale vers les fréquences faibles. La figure III.15, représente l'évolution de la fréquence de résonance en fonction l'épaisseur  $d_c$ , ce décalage peut être utilisé pour la détection de l'épaisseur d'une couche centrale de PZT ou son épaisseur dépend du champ électrique appliqué sur les deux interfaces par exemple.



**Figure III.15:** Evolution de la fréquence du pic en fonction la largeur du défaut

## CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons eu l'occasion d'étudier un cristal phononique 1D formé par l'empilement de N couches de l'Aluminium et de l'Epoxyde. Tout d'abord, nous nous sommes intéressés à l'étude d'une structure parfaite Al/Epoxyde, puis nous avons étudié une structure avec défaut géométrique où d'une couche de PZT est insérée au centre de la structure parfaite en formant ainsi un miroir de Bragg à cristal phononique. Ensuite, en utilisant la méthode des matrices de transfert TMM, nous avons étudié l'influence de l'épaisseur de la couche de PZT sur la fréquence de résonance du mode de défaut.

Les différents calculs montrent clairement que l'existence de bandes interdites autour d'une fréquence donnée est conditionnée par le réglage des paramètres géométriques et le bon choix des contrastes physiques. D'autre part, la location et le taux de transmission du mode de défaut est fortement liés à l'épaisseur de la couche de PZT, ce qui implique la possibilité d'utiliser une telle structure dans le domaine de la détection d'épaisseur.

## **CONCLUSION GENERALE**

## CONCLUSION GENERALE

Les cristaux phononiques sont des matériaux composites constitués de réseaux périodiques d'inclusions à une, deux ou trois dimensions de l'espace. Cette nouvelle classe de matériaux pouvant agir fortement sur la propagation d'ondes élastiques ou acoustiques. Il représente un domaine de recherche très intéressant notamment dans le domaine des capteurs. Pour cette raison, un grand nombre de structures a été étudié et plusieurs approches théoriques ont été développées ces dernières années. Toutes les études théoriques et expérimentales ont montré l'existence de bandes interdites phononiques où aucune propagation d'onde n'est permise. En effet, du fait que les ondes acoustiques s'étendent sur un large spectre en fréquence, de nombreuses applications potentielles allant de l'isolation sonore au filtrage et traitement du signal acoustique en passant par les guides et les capteurs sont disponibles.

Le travail présenté dans ce mémoire, s'inscrit dans le cadre d'une contribution à l'étude des cristaux phononiques 1D pour des applications dans le domaine de la détection d'épaisseur. En utilisant la méthode des matrices de transfert (TMM), nous avons étudié une structure multicouche formée par l'empilement de  $N$  couches de l'Aluminium et de l'Epoxyde. Tout d'abord, nous nous sommes intéressés à l'étude d'une structure parfaite (Al/Epoxyde). Puis nous avons étudié une structure avec défaut géométrique où une couche de PZT est insérée au centre de la structure parfaite en formant ainsi un miroir de Bragg à cristal phononique.

Dans la première partie, nous avons étudié l'influence des paramètres géométriques tels que la période du réseau, le facteur de remplissage et l'impédance acoustique des matériaux utilisés. Les simulations réalisées ont montré clairement l'ouverture des bandes autour de 1MHz et que sa largeur et sa position sont fortement liées aux paramètres physiques et géométriques.

Dans la seconde partie de notre étude, notre intérêt est porté sur un miroir de Bragg à cristaux phononiques 1D composé de deux structures multicouche de Al/Epoxyde symétriques par rapport à un défaut représenté par une couche de nature et de largeur différentes (une couche de PZT). En modifiant l'épaisseur de la couche de PZT, nous avons prouvé que la fréquence des modes de résonance est fortement liée à l'épaisseur du défaut. A travers les résultats de simulation, on peut conclure que les structures multicouches peuvent présenter une nouvelle plateforme dans le domaine de la détection de l'épaisseur.

## **BIBLIOGRAPHIE**

---

**BIBLIOGRAPHIE**

- [1] Hocine Larbi «cristaux phononique et mate matériaux aux domaines du guidage -filtre et de l'isolation phonique », docteur deb l'université Lille 2 sciences et technologies 2011.
- [2] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, H. Larbi, J. Vasseur, and A.-C. Hladky-Hennion. "Phononic crystals and manipulation of sound". In: *Physica Status Solidi* 9 (2009).
- [3] R. H. Olsson III and I. El-Kady. "Microfabricated phononic crystal devices and applications". In: *Measurement science and technology* 20 (2009)
- [4] Sedik Kheffache « Propagation d'ondes élastiques dans les cristaux phononiques Bidimensionnels », Mémoire De Magister, Université Mouloud Mammeri, Tizi-Ouzou, 2011.
- [5]M.S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, Acoustic band structure of periodic elastic composites, *Phys. Rev. Lett.*71, 2022–2025.)1993(
- [6] J. D. Achenbach. Wave propagation in lamellar composite materials. *J. Acou. Soc.Am.*,43:1451,1968
- [7] B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, O. Hardouin Duparc, R. E. Camley, and A.A. Maradudin. Sagittal elastic waves in infinite and semi-infinite superlattices. *Phys. Rev. B*, 28:1711, 1983 .
- [8] B. Djafari-Rouhani, A. A. Maradudin, and R. F. Wallis. Rayleigh waves on a superlattice stratified normal to the surface. *Phys. Rev. B*, 29: 6454, 1984
- [9] S.Tamura, D. C. Hurley, and J. P. Wolfe, *Phys. Rev. B* 38, 1427 (1988).
- [10] M. Sigalas, and E. N. Economou, *J. Sound Vib.* 158, 377 (1992).
- [11]M. Sigalas, and E.N. Economou, *Solid State Commun.* 86, 141 (1993)
- [12] M. S. Kushwaha, P. Halevi, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani, *Phys. Rev. Lett.* 71, 2022 (1993)
- [13] M. S. Kushwaha, P. Halevi, G. Martinez, L. Dobrzynski, and B. Djafari-Rouhani. *Phys. Rev. B* 49, 2313 (1994)
- [14] Mourad Oudich « Contribution à l'étude des cristaux phononiques résonance locale dans les régimes sonique et hypersonique : approches théorique et expérimentale », Thèse de Doctorat, Université Henri Poincaré, 2011.
- [15] MESSAOUI Meziane «Étude théorique de l'excitation du mode TEM de la structure AAA à double inclinaison», Mémoire de Master, universite mouloud mammeri de tizi-ouzou,2014.

- [16] ALI BOUGRESSI «Application du concept des réseaux acoustiques à bandes interdites pour l'isolation sismique d'un site », Mémoire de Magister, université Mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2013.
- [17] M. GORISSE, Réalisation de filtres RF à base de cristaux phononiques, docteur de l'université de Grenoble, 17 Novembre 2011.
- [18] SAYAD YUCEF, ZARFAOUI ABDELKADER «contribution à l'étude des cristaux phononiques 1d en vue de l'application aux domaines des barrières phononiques », Mémoire de Master, université M'sila, 2019.
- [19] R. Houwink, Elasticity Plasticity and structure of matter, Cambridge University Press, London, 1971.
- [20] S. Bouhedja, doctorat d'état en physique, université Mentouri Constantine, étude des vitesses des ondes de surface et de l'atténuation du mode de Rayleigh via un capteur fonctionnant en champ noir.
- [21] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani et V. Laude, Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides. Appl. Phys. Lett., 84, 4400(2004).
- [22] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, "Guiding and bending of acoustic waves in highly confined phononic crystal waveguides", Applied Physics Letters, 84 (22), 4400-4402(2004).
- [23] A. Khelif, A. Choujaa, S. Benchabane, V. Laude, and B. Djafari-Rouhani, "Guiding and filtering acoustic waves in a two-dimensional phononic crystal", Ultrasonics Symposium, 2004 IEEE, 654-657 Vol.1(2004).
- [24] T. Miyashita, "Sonic crystals and sonic wave-guides", Measurement Science & Technology, 16 (5), R47-R63(2005)
- [25] Walid HERIZI «Etude théorique de la propagation des ondes acoustique dans une membrane à cristal phononique bidimensionnels » Mémoire de Master, université M'sila, 2016.
- [26] A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, M. Wilm, S. Ballandras, and V. Laude, "Trapping and guiding of acoustic waves by defect modes in a full-band-gap ultrasonic crystal", Physical Review B, 68 (21), 214301(2003).
- [27] S. Benchabane, A. Khelif, A. Choujaa, B. Djafari-Rouhani, and V. Laude, "Interaction of waveguide and localized modes in a phononic crystal", Europhysics Letters, 71 (4), 570- 575(2005).

- 
- [28] Periodic Materials and Interference Lithography: For Photonics, Phononics and Mechanics by Martin Maldovan and Edwin L. Thomas | Nov 24, 2008
- [29] B. Manzanares-Martinez, Phys. Rev. B 68 134303 (2003)78.
- [30] V.Laude, M. Wilm, S. Benchabane, and A. Khelif, Phys. Rev. E 71, 036607 (2005)
- [31] M. M. Sigalas, and N. García J. Appl. Phys. 87, 3122 (2000).
- [32] M. Notomi, Phys. Rev. B 62, 10696 (2000). / J. B. Pendry, Phys. Rev. Lett. 85, 3966 (2000)43.
- [33] Y. Tanaka, and S. I. Tamura, Phys. Rev. B 60, 13 294 (1999).
- [34] P. R. Villeneuve, and Michel Piché, Phys. Rev. B 46, 4969 (1992)
- [35] H. Kosaka, T. Kawashima, A. Tomita, M. Notomi, T. Tamamura, T. Sato, and S. Kawakami, Phys. Rev. B 58,10096 .( 1998)
- [36] Edson Jansen Pedrosa de Miranda Junior, Dynamic Analysis of Phononic Crystals and Elastic Metamaterials Using Semi-Analytical and Numerical Approaches
- [37] ZHANG V. Y., GRYBA T., ORELLANA J. M., COLLET B., Surface Impedance Matrix for the Study of Acoustical Propagation in Multilayered Structures, Acta Acustica united with Acoustic, 88 (2), 218-230 (2002)].
- [38] BRUNEAU M., POTEL C., Matériaux et acoustique (Tomes 1 et 2), Lavoisier (2006).
- [39] Edson Jansen Pedrosa de Miranda Junior, dynamic Analysis of Phononic Crystals and Elastic Met materials using Semi-Analytical and Numerical Approaches. UNIVERSIDADE ESTADUALDE CAMPINAS. Doctoral 2018
- [40]Seri Asmaa, « propriétés optique des cristaux photonique unidimensionnels »université de Abdelhamid Ben Badis, Mostaganem.

## Résumé :

La propagation des ondes acoustiques/élastiques dans les structures périodiques, spécialement les structures multicouches, est un sujet d'actualité qui possède de nombreuses applications technologiques. En particulier, les structures multicouches sont des structures artificielles périodiques suivant 1D formés d'au moins de deux couches élastiques. Ces cristaux présentent en effet sous certaines conditions des bandes de fréquences pour lesquelles la propagation des ondes élastiques ou acoustiques est interdite.

Notre travail consiste à l'étude théorique des fréquences de résonance d'un miroir de Bragg à cristal phononique unidimensionnel s Aluminium/Epoxyde afin de montrer la possibilité d'exploiter ces structures dans le domaine de la détection des épaisseurs d'une couche centrale de PZT.

**Mots clés :** Cristaux phononiques 1D, Ondes acoustique, PZT, Méthode de la Matrice de Transfert.

## خلاصة :

يعد انتشار الموجات الصوتية / المرنة في الهياكل الدورية .و خاصة الهياكل متعددة الطبقات ، موضوعاً ساخناً له العديد من التطبيقات التكنولوجية .على وجه الخصوص ، الهياكل متعددة الطبقات عبارة عن هياكل اصطناعية دورية على طول 1D تتكون من طبقتين مرنتين على الاقل . هذه البلورات موجودة في الواقع ، في ظل ظروف معينة .نطاقات تردد يحظر انتشار الموجات المرنة او الصوتية لها .

عملنا هو دراسة نظرية للترددات الرنينية لمراة Bragg البلورية الصوتية أحادية البعد المتكونة من الالومنيوم/ الايوكسي من أجل اظهار امكانية استغلال هذه الهياكل في مجال الكشف عن سماكات طبقية مركزية من PZT . كلمات مفتاحية : بلورات صوتية 1D ، موجات صوتية ، PZT ، طريقة مصفوفة النقل

## Abstract :

The propagation of acoustic / elastic waves in periodic structures, especially multilayer structures, is a hot topic that has many technological applications. In particular, multilayer structures are periodic artificial structures along 1D formed from at least two elastic layers. These crystals in fact present, under certain conditions, frequency bands for which the propagation of elastic or acoustic waves is prohibited.

Our work consists in the theoretical study of the resonance frequencies of a one-dimensional phononic crystal Bragg mirror s Aluminum / Epoxy in order to show the possibility of exploiting these structures in the field of the detection of the thicknesses of a central layer of PZT.

**Keywords:** 1D Phononic crystals, Acoustic waves, PZT, Transfer Matrix Method.