

ANNEXE A

PARAMETRES DE LA MACHINE ASYNCHRONE

$R_s = 8 \Omega$	Résistance du stator
$R_r = 3.1\Omega$	Résistance du rotor
$L_s = 0.47 H$	Inductance du stator
$L_r = 0.47 H$	Inductance du rotor
$M = 0.443 H$	Inductance Mutuelle
$J = 0.06 Kg.m$	Moment d'inertie
$f = 0.042SI$	Coefficient de frottement
$C_n = 7 N.m$	Couple nominal
$P = 2$	Nombre de paire de pôle.

ANNEXE B

TRANSFORMATION DE PARK

La transformation qui permet le passage de système triphasé au système diphasé c'est bien la transformation de PARK. Elle consiste à exprimer (U, V) en fonction de (X_a, X_b, X_c) . D'après la figure (1.2) on obtient :

$$\begin{cases} U = \cos(\theta_{\text{coor}})X_a + \cos\left(\theta_{\text{coor}} - \frac{2\pi}{3}\right)X_b + \cos\left(\theta_{\text{coor}} + \frac{2\pi}{3}\right)X_c \\ V = -\sin(\theta_{\text{coor}})X_a - \sin\left(\theta_{\text{coor}} - \frac{2\pi}{3}\right)X_b - \sin\left(\theta_{\text{coor}} + \frac{2\pi}{3}\right)X_c \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Donc :

$$[P(\theta_{\text{coor}})] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{\text{coor}}) & \cos\left(\theta_{\text{coor}} - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_{\text{coor}} + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta_{\text{coor}}) & -\sin\left(\theta_{\text{coor}} - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_{\text{coor}} + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{B.2})$$

La matrice de passage inverse est décrite par :

$$[P(\theta_{\text{coor}})]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Pour un repère lié au stator ($\theta_{\text{coor}} = 0$) avec la composante homopolaire nulle, on obtient la matrice :

$$[P] = A \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{B.4})$$

Avec : $A = \frac{2}{3}$: Pour conservant les amplitudes ;

$A = \sqrt{\frac{2}{3}}$: Pour conservant la puissance.

Nous avons utilisé $\sqrt{\frac{2}{3}}$ pour conserver la puissance, alors $[P]$ devient :

$$[P] = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{B.5})$$

L'application de la transformation de PARK au système triphasé donne :

$$[V_{abc}]_s = R_s [i_{abc}]_s + \frac{d}{dt} [\phi_{abc}]_s \quad (\text{B.6})$$

$$[P(\theta_{coord})][V_{uv}]_s = R_s [P(\theta_{coord})][i_{uv}]_s + \frac{d}{dt} ([P(\theta_{coord})][\phi_{uv}]_s) \quad (\text{B.7})$$

$$[V_{uv}]_s = R_s [i_{uv}]_s + \frac{d}{dt} [\phi_{uv}]_s + [P(\theta_{coord})]^{-1} \frac{d[P(\theta_{coord})]}{dt} \cdot [\phi_{uv}]_s \quad (\text{B.8})$$

Après le remplacement dans l'équation (B.8) on obtient :

Pour le **stator**:

$$\begin{bmatrix} V_{us} \\ V_{vs} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{us} \\ i_{vs} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{us} \\ \phi_{vs} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{coord} \\ \omega_{coord} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{us} \\ \phi_{vs} \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

Pour le **rotor**:

$$\begin{bmatrix} V_{ur} \\ V_{vr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ur} \\ i_{vr} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \phi_{ur} \\ \phi_{vr} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -(\omega_{coord} - \omega) \\ (\omega_{coord} - \omega) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{ur} \\ \phi_{vr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.11})$$

ANNEXE D

EQUATIONS DU COUPLE ELECTROMAGNETIQUE

Le couple électromagnétique est donné par la relation suivante :

$$C_{em} = P \cdot \frac{\partial W_e}{\partial \theta} \quad (D.1)$$

On désigne par :

W_e : L'énergie emmagasinée dans le circuit magnétique

θ : L'écart angulaire de rotor par rapport au stator

L'expression de la puissance électrique instantanée, absorbée par la machine est donnée par :

$$P(t) = [V_{as} \quad V_{bs} \quad V_{cs}] \cdot [i_{as} \quad i_{bs} \quad i_{cs}]^T \quad (D.2)$$

En appliquant la transformation de PARK à l'équation (D.2), lorsque le système est équilibré (composantes homopolaires nulles), l'équation (D.2) devient :

$$P(t) = (V_{us} i_{us} + V_{vs} i_{vs}) \quad (D.3)$$

En remplaçant les tensions V_{us} et V_{vs} par leurs expressions on obtient :

$$P(t) = R_s (i_{us}^2 + i_{vs}^2) + \left(\frac{d\phi_{us}}{dt} i_{us} + \frac{d\phi_{vs}}{dt} i_{vs} \right) + (\phi_{us} i_{vs} - \phi_{vs} i_{us}) \omega \quad (D.4)$$

Avec : $\omega = \frac{d\theta}{dt}$

ω : représente la vitesse de déplacement du repère (U, V)

Cette expression est combinée de trois parties qui ont :

- $R_s (i_{us}^2 + i_{vs}^2)$: la chute ohmique dans les enroulements statoriques
- $\left(\frac{d\phi_{us}}{dt} i_{us} + \frac{d\phi_{vs}}{dt} i_{vs} \right)$: représente la variation de l'énergie magnétique stockée dans
Les enroulements du stator
- $(\phi_{su} i_{sv} - \phi_{sv} i_{su}) \omega$: La puissance électromagnétique.

Telle que la puissance électromagnétique égale :

$$P_{em} = C_{em} \frac{\omega}{P} \quad (D.5)$$

Où :

P_{em} : La puissance électromagnétique

C_{em} : Le couple électromagnétique

P : nombre de paire de pôle

Par analogie, l'expression du couple sera :

$$C_{em} = P(\phi_{us} i_{vs} - \phi_{vs} i_{us}) \quad (D.6)$$

Par remplacement des ϕ_{su} et ϕ_{sv} dans l'équation (D.6), on trouve :

$$C_{em} = PM(i_{vs} i_{ur} - i_{us} i_{vr}) \quad (D.7)$$

En remplaçant i_{ru} et i_{rv} (des équations (1.20)) dans l'équation (D.7) on trouve :

$$C_{em} = P \frac{M}{L_r} (\phi_{ur} i_{vs} - \phi_{vr} i_{us}) \quad (D.8)$$

En remplaçant i_{su} et i_{sv} dans l'équation (D.8) par leurs expressions, on obtient :

$$C_{em} = P(\phi_{vr} i_{ur} - \phi_{ur} i_{vr}) \quad (D.9)$$