

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT PHYSIQUE
N° : Ph/TH/03/2020



DOMAINE : Sciences de la matière
FILIERE : Physique
OPTION : PHYSIQUE THEORIQUE

**Mémoire présenté pour l'obtention
Du diplôme de Master Académique**

Par: - Ben guesmia Khedidja
- Allaoua Soumia

Intitulé

**Modèle standard cosmologique avec expansion
accélérée de l'univers et en présence de la
matière noire " MSC lambda CDM ".**

Soutenu le 30 /09 /2020 devant le jury composé de :

Dr. Sabri Youcef	Université de M'sila	Président
Dr. Boussahel Mounir	Université de M'sila	Rapporteur
Dr. Debabi Mourad	Université de M'sila	Examineur

Année universitaire : 2019/2020

DÉDICACE

Je dédie ce travail :

*À mes chers parents ma mère et mon père pour leur
patience leur amour, leur soutien et leurs
encouragement.*

À mes frères et ma sœur.

À toute ma famille.

À mes amies et mes camarades.

*Sans oublier tout les professeurs que ce soit du
primaire, du moyen, du secondaire ou de
l'enseignement supérieur.*

Remerciements :

Je remercie tout d'abord mon Dieu qui m'a donné la force pour terminer ce modeste travail.

Je remercie particulièrement mes parents qui ont eu un rôle essentiel et continu dans ma réussite.

Mes remerciements aussi à Mme MOHADI AICHA.

Je tiens à remercier aussi mon directeur de mémoire Professeur Boussahel Mounir pour le sujet de mémoire en Cosmologie qu'il m'a proposé, pour m'avoir soutenu, encouragé tout au long de mon mémoire, pour m'avoir inspiré et guidé durant le cheminement de ce travail.

Je remercie les docteurs : Sabri Youcef et Debabi Mourad pour l'honneur qu'ils m'ont fait, en acceptant de juger ce modeste travail.

Mes remerciements vont aussi à tous les enseignants de département de physique de l'université de M'sila et tous ceux qui ont contribué de près ou de loin, à notre formation scientifique.

Enfin, je remercie toute ma famille et tous mes amis.

Table des matières

Introduction	3
1 Relativité Générale	6
1.1 Introduction	6
1.2 Principe d'équivalence	6
1.3 Principes de la relativité générale	8
1.4 Courbure de l'espace-temps	8
1.4.1 Géodésiques	8
1.4.2 Equation géodésique	8
1.4.3 Transformation des coordonnées curviligne	9
1.5 transformation d'une métrique	9
1.6 Tenseurs	10
1.6.1 Définition	10
1.6.2 Algèbre des tenseurs	11
1.6.3 Tenseurs de Courbure	12
1.6.4 Symboles de Christoffel et tenseur métrique	12
1.6.5 Tenseur de Riemann	14
1.6.6 Tenseur de Ricci et Courbure scalaire	15
1.6.7 Tenseur d'Einstein	15
1.6.8 Tenseur énergie-impulsion	16

1.7	Limite Newtonienne	17
1.8	Equation d'Einstein	19
1.8.1	Solution de l'équation d'Einstein "Solution de Schwarz Schild"	20
2	Modèle Standard Cosmologique à Inflation	21
2.1	Modèle standard cosmologique	21
2.1.1	Théorie du Big-Bang	21
2.1.2	Principe cosmologique	22
2.1.3	Expansion de l'Univers	22
2.1.4	L'Age de l'Univers	22
2.1.5	Métrie de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker "FLRW"	23
2.1.6	Contenu de l'univers	23
2.1.7	Equations de Friedman	24
2.1.8	Paramètres cosmologiques	25
2.1.9	Problèmes du modèle cosmologique standard	27
2.2	Inflation cosmologique	29
2.2.1	Introduction	29
2.2.2	L'idée de l'inflation	30
2.2.3	Conditions pour l'inflation	30
2.2.4	Champ scalaire et roulement lent de l'inflation	31
2.2.5	Types d'inflation	34
2.2.6	Solutions aux problèmes du modèle standard cosmologie	35
2.2.7	Matière noire (Dark matter)	36
3	Modèle ΛCDM	38
3.1	Présentation générale	38
3.2	Contraintes sur le modèle	41
3.3	Paramètres du modèle Λ CDM	42

3.4	Ensembles de données appliqués pour le modèle Λ CDM	43
3.5	Problèmes de la constante cosmologique	43
3.6	Application "Matière noire froide d'un peu d'inflation chaude"	44
3.6.1	Introduction	44
3.6.2	Inflation chaude et froide (warm and cold inflation)	45
3.6.3	Valeurs mesurées dans l'inflation chaude :	45
3.6.4	Le modèle de peu inflaton chaude (the WIL model)	48
3.6.5	Symétries et Lagrangiens d'interactions	49
3.6.6	Potentiel de l'inflaton	49
3.6.7	Évolution cosmologique	49
	Conclusion	51

Introduction

Le ciel et le scintillement des étoiles de la nuit ont toujours été au centre de l'intérêt et la curiosité humaine, et toutes ces vues merveilleuses que nous observons dans notre espace, nébuleuses et explosions d'étoiles etc. Nous a mis à se demander : Qu'y a t'ils d'autres ? Quelle est l'origine de notre univers ?

Les scientifiques et les chercheurs ont développé de multiples théories pour comprendre ou essayer de donner une idée sur l'origine et l'évolution de l'univers, certaines de ces théories sont valables en présence de preuves scientifiques et d'autres sont encore à l'étude, et avec ce développement technologique en particulier dans les dispositifs de l'observations cosmique nous avons une meilleure connaissance de notre vaste univers.

Le but de ce modeste travail est d'aider les étudiants à apprendre certains concepts de base en cosmologie, à l'utiliser sous forme d'un document pédagogique simple illustrant l'expansion de l'univers et en plus mieux comprendre le modèle standard cosmologique lambda-CDM et les résultats obtenus par ce dernier, pour atteindre cet objectif nous avons rédigé ce mémoire en trois chapitres :

Dans le premier chapitre nous avons donné une présentation à la théorie de la relativité générale, ses principes, sa célèbre équation de champ et ses applications dans le domaine cosmique pour trouver l'une des solutions de l'équation de champ (Solution de Schwarz Schild).

Dans le deuxième chapitre on s'est intéressée au modèle standard cosmologique (MSC) et nous avons évoqué des relations, des observations astrophysiques en plus de mentionner les problèmes rencontrés par ce modèle. Nous avons étudié aussi le mécanisme de l'inflation, quelques types d'inflation et les solutions aux problèmes du (MSC). Avec la Définition de la matière noire.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté une bref introduction au modèle $\Lambda - CDM$ en mentionnant ses résultats avec détails. On a fini avec une application

intéressante où la différence entre l'inflation froide et chaude est bien expliquée avec la présentation du scénario de peu d'inflation chaude (WLI) pour expliquer une possible histoire unifiée de la matière noire et de l'inflation.

Chapitre 1

Relativité Générale

1.1 Introduction

la relativité générale est une théorie qui a été publiée par Albert Einstein en 1915. Elle représente la description actuelle de la gravité en physique moderne. C'est aussi une généralisation de la relativité restreinte, car elle unifie la relativité restreinte et la loi de gravitation de Newton, qui décrit la gravité comme une géométrie particulière de l'espace et du temps, ou ce qu'on appelle l'espace-temps. L'idée originale de la relativité générale est la courbure du vide en présence de la matière, ce qui signifie qu'en présence d'une masse les lignes droites se déforment. Ce qui a été prouvé par l'observation de la variation de l'espacement apparent de deux étoiles dû à la distorsion du chemin de la lumière venant des deux étoiles d'une éclipse, en raison de leur passage près du soleil de masse relativement élevée et courbe ainsi le chemin de la lumière provenant des deux étoiles.

1.2 Principe d'équivalence

Le point de départ de la relativité générale est le principe d'équivalence qui postule l'égalité entre les masses gravitationnelles, qui entre dans la loi universelle de la gravita-

tion de newton[1] :

$$\vec{F} = \frac{GM_1M_2\vec{U}_r}{r} \quad (1.1)$$

Avec :

$$G = 6.67259(85) \times 10^{-11} m^3.Kg^{-1}.S^{-1}$$

Et :

$$\vec{U}_r = \frac{\vec{r}}{r} \quad (1.2)$$

où \vec{r} est le rayon vecteur $\overrightarrow{M_1M_2}$

Et la masse inertielle, qui entre dans la relation fondamentale de la dynamique

$$\vec{F} = m \vec{a} \quad (1.3)$$

où \vec{a} représente l'accélération de la particule. Le principe d'équivalence est basé sur l'observation des corps en chute libre, avec leurs masses et de leurs constituants. Il en résulte d'après la loi de la dynamique que :

$$m_I \vec{a} = m_g \vec{g} \quad (1.4)$$

où \vec{a} est l'accélération, \vec{g} le champ de gravitation, m_I et m_g sont respectivement les masses inertielle et gravitationnelles. L'égalité de ces deux dernières, implique que :

$$\frac{m_I}{m_g} = \frac{g}{a} = 1 \quad (1.5)$$

On peut choisir un référentiel tel que : $\vec{r}' = \vec{r} - \frac{1}{2}\vec{g}t^2$
 $t' = t$

On voit dans cette équation qu'on peut annuler le champ gravitationnelle en choisissant un repère qui n'est pas nécessairement galiléen.

1.3 Principes de la relativité générale

1- Toutes les lois physiques sont les mêmes dans tous les systèmes de coordonnées curvilignes (ces lois sont sous forme d'équations tensorielles)

2- En l'absence de champs de gravitation, ces lois se réduisent à celles de la relativité restreinte

1.4 Courbure de l'espace-temps

1.4.1 Géodésiques

Tous les symboles mathématiques précédents sont importants car ils permettent d'écrire les lignes droites dans un espace courbe : les géodésiques.

En géométrie, les géodésiques sont les lignes les plus courtes entre des événements de l'espace-temps [2,3].

1.4.2 Equation géodésique

Dans un système de coordonnées quelconques, la connexion affine nous permet d'écrire[3] :

$$\frac{d^2 x^\lambda}{d\tau^2} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{dx^\nu}{d\tau} = 0 \quad (1.6)$$

τ est le temp propre

x^λ sont définis dans un espace de Minkowski

Et en coordonnée cartésienne, on obtient :

$$\frac{d^2 x^\lambda}{d\tau^2} = 0 \quad (1.7)$$

Parce que

$$\Gamma_{\mu\nu}^\lambda = 0 \quad (1.8)$$

Où encore, en terme des vitesses locales μ^λ

$$\frac{du^\lambda}{d\tau} + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda u^\mu u^\nu = 0 \quad (1.9)$$

1.4.3 Transformation des coordonnées curviligne

Soit \overrightarrow{dM} qui est un invariant :

$$\overrightarrow{dM} = dx'^i \overrightarrow{e}_i = dx^m \overrightarrow{e}_m \quad (1.10)$$

$$x^i \xrightarrow{f} x'^i \quad (1.11)$$

Puisque f est différentiable on peut écrire :

$$dx'^i = \frac{\partial x'^i}{\partial x^k} dx^k \quad i, k = 1, 2, \dots, n \quad (1.12)$$

$$a_k^{i'} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^k} \quad (1.13)$$

Avec la matrice inverse $a_{k'}^i$:

$$a_{k'}^i = \frac{\partial x^i}{\partial x'^k} \quad (1.14)$$

Et pour les vecteurs unitaires :

$$\overrightarrow{e}_i = a_k^i \overrightarrow{e}'_k \quad (1.15)$$

1.5 transformation d'une métrique

Une métrique est un tenseur du second ordre, elle décrit la déformation de l'espace-temps. Ses composantes covariantes et contra-variantes respectivement sont données par

le produit scalaire de deux vecteurs de base :

$$g_{ik} = e_i \cdot e_k \quad (1.16)$$

Et

$$g^{ik} = e^i \cdot e^k \quad (1.17)$$

Sachant que

$$g^{ik} g_{im} = \delta_m^k \quad (1.18)$$

Où δ_m^k est le symbole de Kronecker $\{si\ k = m \rightarrow \delta_m^k = 1, si\ k \neq m \rightarrow \delta_m^k = 0\}$

Qui se transforment par :

$$g'_{ik} = \frac{\partial x^m}{\partial x'^i} \frac{\partial x^l}{\partial x'^k} g_{ml} \quad (1.19)$$

Et

$$g'^{ik} = \frac{\partial x'^i}{\partial x^m} \frac{\partial x'^k}{\partial x^l} g^{ml} \quad (1.20)$$

Métrie de l'espace-temps de Minkowski :

$$\eta_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

1.6 Tenseurs

1.6.1 Définition

Généralement au point de vue mathématique, les tenseurs sont des vecteurs qui possèdent des propriétés supplémentaires par rapport aux vecteurs lors d'un changement de base.

1.6.2 Algèbre des tenseurs

On peut former des tenseurs nouveaux à partir de tenseurs anciens, par les opérations algébriques suivantes (qui engendrent une algèbre pour l'espace des tenseurs)[1].

1. Combinaison linéaire de tenseurs de mêmes variances, par exemple :

$$T_{\rho}^{\mu\nu} = aR_{\rho}^{\mu\nu} + bS_{\rho}^{\mu\nu} \quad (1.22)$$

2. Transposition d'indices de même variances :

$$T_{\sigma}^{\mu\nu\rho} = R_{\sigma}^{\nu\mu\rho} \quad (1.23)$$

3. Multiplication tensorielle de tenseurs de variances quelconques

$$T_{\nu}^{\mu\rho\sigma} = R_{\nu}^{\mu}S^{\rho\sigma} \quad (1.24)$$

4. Contraction d'indices de variances différentes

$$T_{\nu}^{\mu} = R_{\nu\rho}^{\mu\rho} = \delta_{\rho}^{\sigma}R_{\nu\sigma}^{\mu\rho} \quad (1.25)$$

La contraction d'indice est en fait une multiplication avec le tenseur de Kronecker.

5. Abaissement et élévation d'indices à l'aide du tenseur métrique :

$$T_{\mu}^{\nu} = g_{\mu\sigma}T^{\sigma\nu} \quad (1.26)$$

$$T_{\mu}^{\nu} = g^{\nu\rho}T_{\rho\mu} \quad (1.27)$$

$$D\varphi(x) = d\varphi(x) = \sum \frac{\partial\varphi}{\partial x^i} dx^i = \partial_i\varphi dx^i \quad (1.28)$$

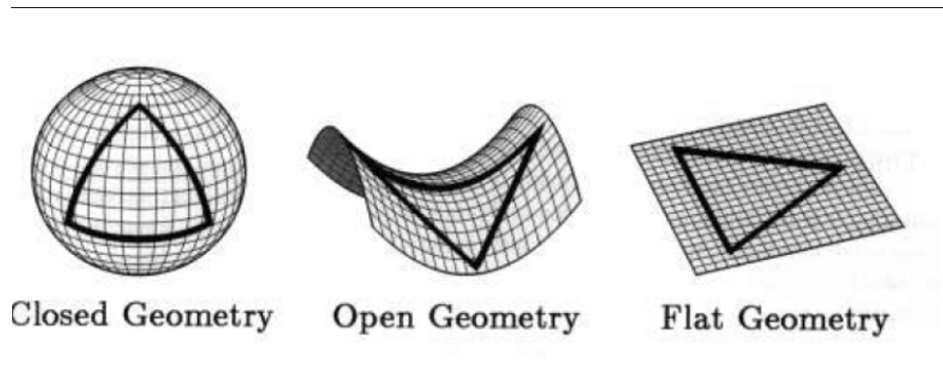
Donc, on peut écrire :

$$D_i \varphi(x) = \partial_i \varphi \quad (1.29)$$

D_i : est la dérivée covariante.

1.6.3 Tenseurs de Courbure

Dans un espace non euclidien le transport parallèle d'un vecteur d'un point donné à un autre donne des résultats différents si les chemins suivis sont différents (Figure (1.1)). Une autre façon de voir les choses est de constater que la permutation de deux dérivations covariantes entraîne des résultats différents. Il existe un tenseur qui traduit la courbure de l'espace et qui est impliqué dans cette opération. Ce tenseur contient les dérivées partielles premières et secondes des composantes du tenseur métrique[4].



Figure(1.1) :Géométrie de l'univers en fonction de sa courbure.

1.6.4 Symboles de Christoffel et tenseur métrique

Soit le tenseur métrique : $g_{ij} = \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j$, ce tenseur est symétrique. Dérivons ses composantes[4] :

$$\partial_k g_{ij} = \partial_k (\vec{e}_i \cdot \vec{e}_j) = \partial_k \vec{e}_i \cdot \vec{e}_j + \vec{e}_i \cdot \partial_k \vec{e}_j \quad (1.30)$$

On utilise la formule de définition des symboles de Christoffel de deuxième espèce tel

que :

$$\partial_k \vec{e}_i = \Gamma_{ik}^l \vec{e}_l \quad (1.31)$$

On a donc :

$$\partial_k g_{ij} = \Gamma_{ik}^l \vec{e}_l \cdot \vec{e}_j + \vec{e}_i \Gamma_{jk}^l \vec{e}_l = g_{lj} \Gamma_{ik}^l + g_{il} \Gamma_{jk}^l \quad (1.32)$$

On utilise la procédure d'abaissement d'indice :

$$\Gamma_{jik} = g_{lj} \Gamma_{ik}^l \quad (1.33)$$

$$\Gamma_{jik} = g_{il} \Gamma_{jk}^l \quad (\Gamma_{jik} \text{ : symbole de Christoffel de 1ère espèce}).$$

Il vient donc :

$$\partial_k g_{ij} = \Gamma_{jik} + \Gamma_{ijk} \quad (1.34)$$

Les symboles de Christoffel de la 2ème espèce sont symétriques par rapport à leurs indices inférieurs et les symboles de Christoffel de première espèce sont donc symétriques par rapport à leur 2 derniers indices. On a donc :

$$\partial_k g_{ij} = \Gamma_{jki} + \Gamma_{ijk} \quad (1.35)$$

On obtient deux nouvelles équations par permutation circulaire des indices :

$$\partial_i g_{jk} = \Gamma_{kij} + \Gamma_{jki} \quad (1.36)$$

$$\partial_j g_{ki} = \Gamma_{ijk} + \Gamma_{kij} \quad (1.37)$$

En retranchant (1.36) de (1.35) + (1.37), il vient :

$$\Gamma_{ijk} = \frac{1}{2} (\partial_k g_{ij} + \partial_j g_{ki} - \partial_i g_{jk}) \quad (1.38)$$

1.6.5 Tenseur de Riemann

Dans l'espace-temps de Minkowski, si on transporte un vecteur parallèlement à lui-même le long d'une courbe fermée, on revient au point de départ avec le même vecteur. Cette propriété n'est plus vraie dans un espace-temps courbe, la différence entre le vecteur de départ et le vecteur transporté le long d'une boucle est mesurée par le tenseur de courbure ou tenseur de Riemann qui est défini par [5] :

$$R_{\mu\sigma\nu}^{\lambda} = \partial_{\sigma}\Gamma_{\mu\nu}^{\lambda} - \partial_{\nu}\Gamma_{\mu\sigma}^{\lambda} + \Gamma_{\mu\nu}^{\rho}\Gamma_{\rho\sigma}^{\lambda} - \Gamma_{\mu\sigma}^{\rho}\Gamma_{\nu\rho}^{\lambda} \quad (1.39)$$

Par construction, les quantités $R_{\mu\sigma\nu}^{\lambda}$ sont les composantes d'un tenseur $\binom{1}{3}$. C'est le tenseur de Riemann.

Propriétés de symétries du tenseur de Riemann :

1. Antisymétrique des paires d'indices $\mu\nu$ et $\rho\sigma$

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = -R_{\nu\mu\rho\sigma} = -R_{\mu\nu\sigma\rho} \quad (1.40)$$

tel que : $R_{\mu\nu\rho\sigma} = g_{\mu\tau}R_{\nu\rho\sigma}^{\tau}$

2. Symétrie par échange des paires $\mu\nu$ et $\rho\sigma$

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = R_{\rho\sigma\mu\nu} \quad (1.41)$$

3. Symétrie cyclique par rapport aux indices $\nu\rho\sigma$

$$R_{\nu\rho\sigma}^{\lambda} + R_{\sigma\nu\rho}^{\lambda} + R_{\rho\sigma\nu}^{\lambda} = 0 \quad (1.42)$$

De ces 4 propriétés il reste $\frac{n^2(n^2-1)}{12} = 20$

Ces identités réduisent à 20 le nombre de composantes indépendantes du tenseur de Riemann.

1.6.6 Tenseur de Ricci et Courbure scalaire

Le tenseur de Ricci est le tenseur $\binom{0}{2}$ obtenu par contraction du tenseur de Riemann.

Ses composantes sont :

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\lambda\nu}^{\lambda} \quad (1.43)$$

Il est symétrique

$$R_{\mu\nu} = R_{\nu\mu} \quad (1.44)$$

La courbure scalaire est la trace du tenseur de Ricci

$$R = R_{\mu\nu}g^{\mu\nu} \quad (1.45)$$

qui donne $\frac{n(n+1)}{2}$ composantes \rightarrow 10 dans le cas de $n = 4$

- Identité différentielle

L'identité différentielle s'appelle identité de Bianchi et joue un rôle crucial en relativité générale. Elle s'écrit :

$$\nabla_{\lambda}R_{\nu\rho\sigma}^{\mu} + \nabla_{\rho}R_{\nu\sigma\lambda}^{\mu} + \nabla_{\sigma}R_{\nu\lambda\rho}^{\mu} \equiv 0 \quad (1.46)$$

1.6.7 Tenseur d'Einstein

Le tenseur d'Einstein est défini comme[6] :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} \quad (1.47)$$

Il est symétrique :

$$G_{\mu\nu} = G_{\nu\mu} \quad (1.48)$$

Et vérifie les identités de Bianchi contractées :

$$\nabla_{\nu}G^{\mu\nu} \equiv 0 \quad (1.49)$$

Ceci découle des identités de Bianchi pour le tenseur de Riemann et du fait que les dérivées covariantes de la métrique sont nulles. Noter que le tenseur :

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (1.50)$$

où Λ est une constante symétrique et elle vérifie aussi les identités de Bianchi contractées.

1.6.8 Tenseur énergie-impulsion

Ce tenseur doit jouer un double rôle. Il représente d'abord la fonction source du champ de gravitation. Il doit aussi tenir compte des propriétés mécaniques de la matière.

Pour étudier son application à des problèmes concrets, on peut faire apparaître différents tenseurs [4] :

$$T_{\mu\nu} = \rho c^2 u_\mu u_\nu + \theta_{\mu\nu} + \tau_{\mu\nu} + F_{\mu\nu} + Q_{\mu\nu} \quad (1.51)$$

Le 1er terme $\rho c^2 u_\mu u_\nu$, où ρc^2 est la densité totale d'énergie (masse et énergie interne) et u_μ est la quadri-vitesse telle que $u^\mu u_\mu = 1$. C'est le terme : matière pure. Le terme $\theta_{\mu\nu}$ est le tenseur de pression, $\tau_{\mu\nu}$ le tenseur d'énergie électromagnétique, $F_{\mu\nu}$ le terme d'interaction du champ électromagnétique avec la matière et $Q_{\mu\nu}$ représente les échanges d'énergie thermique par conduction. L'application des équations de la relativité générale à la description de la structure de l'univers autorise des simplifications importantes, qui permettent de trouver des solutions exactes. Ces simplifications sont celles que nous utiliserons par la suite, c'est le schéma "fluide parfait". Pour lequel :

$$T_{\mu\nu} = (\rho c^2 + p) u_\mu u_\nu - p g_{\mu\nu} \quad (1.52)$$

Où les quantités ρ_0, p, u_μ , sont fonctions des 4 coordonnées d'un événement.

La normalisation du quadrivecteur pour un fluide statique donne :

$$g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu = -1 \Rightarrow u^0 = (-g^{00})^{\frac{1}{2}}, u^i = 0 \quad i = 1, 2, 3$$

Et on peut écrire le tenseur énergie-impulsion sous la forme :

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -\rho g^{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & pg^{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & pg^{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & pg^{33} \end{pmatrix} \quad (1.53)$$

1.7 Limite Newtonienne

Pour une distribution de matière au repos, la seule composante non nulle du tenseur d'énergie impulsion est

$$T_{00} = \rho c^2 \quad (1.54)$$

Si la matière se déplace à faible vitesse, T_{00} reste la composante dominante du tenseur énergie-impulsion. L'équation :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = kT_{\mu\nu} \quad (1.55)$$

Pour $\mu = \nu = 0$ est :

$$R_{00} - \frac{1}{2}Rg_{00} = kT_{00} \quad (1.56)$$

L'égalité $R = -kT$ devient ici :

$$R = -kT^\mu{}_\mu = -kT_0^0 = -kT_{00}g^{00} \quad (1.57)$$

Pour un champ gravitationnel faible :

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad (1.58)$$

$$g^{\mu\nu} \simeq \eta^{\mu\nu} - h^{\mu\nu} \quad (1.59)$$

(1.57) se simplifie en $R = \frac{k}{2}T_{00}$ et l'équation (1.56) devient :

$$R_{00} = \frac{k}{2}T_{00} = \frac{kc^2}{2}\mu \quad (1.60)$$

Dans laquelle R_{00} doit être relié au potentiel gravitationnel Newtonien. On a obtenu :

$$g_{00} = -1 + h_{00} = -1 - \frac{2\phi}{c^2} \quad (1.61)$$

A l'approximation du champ faible lentement variable dans le temps, les symboles de Christoffel sont d'ordre ϵ , leurs produits sont d'ordre ϵ^2 et les dérivées temporelles sont négligeables devant les dérivées spatiales. Il ne reste donc que l'ordre qui est en ϵ [5].

$$R_{00} = R_{0\mu 0}^\mu = R_{0i0}^i \simeq \partial_i \Gamma_{00}^i \quad (1.62)$$

$$R_{00} \simeq \partial_i \left(-\frac{1}{2}g_{00,i} \right) \simeq \frac{1}{c^2} \Delta \phi \quad (1.63)$$

L'égalité entre (1.60) et (1.63) reproduit l'équation de Poisson du potentiel Newtonien à la condition que :

$$K = \frac{8\pi G}{c^4} \quad (1.64)$$

$$K = 2.07 \cdot 10^{-43} kg^{-1}m^{-1}s^2$$

$$G : \text{constante de gravitation, tel que } G = 6.672 \cdot 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^{-2}$$

1.8 Equation d'Einstein

L'équation d'Einstein décrit l'effet de la gravitation dans l'espace-temps (courbure de l'espace-temps), qui peut être écrite de la façon suivante[7] :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + g_{\mu\nu}\Lambda = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.65)$$

$R_{\mu\nu}$: courbure de Ricci

R : courbure scalaire

$g_{\mu\nu}$: tenseur métrique

G : constante de gravitation

Λ : constante de cosmologique

c : vitesse de lumière

$T_{\mu\nu}$: tenseur énergie-impulsion

L'équation d'Einstein peut être écrite en introduisant le tenseur d'Einstein :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} \quad (1.66)$$

Donc

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\Lambda \quad (1.67)$$

On pose $1 = c = G$, on peut écrire :

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\Lambda \quad (1.68)$$

Le terme de gauche du tenseur représente la courbure de l'espace-temps qu'on peut obtenir à partir de la métrique, cependant le terme de droite représente le contenu de la matière-énergie de l'espace-temps, donc, on peut dire que les équations d'Einstein nous expliquent la relation entre la courbure de l'espace-temps et l'énergie-matière dans l'univers, ce qui nous permet de constater que cette équation avec l'équation géodésique

(1.21) forment le noyau des formules mathématiques en relativité générale [8].

1.8.1 Solution de l'équation d'Einstein "Solution de Schwarzschild"

La première solution des équations d'Einstein est la solution de Karl Schwarzschild, obtenue en 1916, La solution de Schwarzschild est la métrique qui correspond au champ de gravitation créé par une distribution de matière statique et à symétrie sphérique. Cette solution est d'une grande importance en cosmologie, la métrique est donnée sous la forme suivante :

$$ds^2 = \left[1 - \frac{2GM}{r}\right] dt^2 - \left[1 - \frac{2GM}{r}\right]^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi) \quad (1.69)$$

Chapitre 2

Modèle Standard Cosmologique à Inflation

2.1 Modèle standard cosmologique

Le modèle standard cosmologique est en fait une description complète de l'évolution cosmologique de l'univers du Big-Bang jusqu' à aujourd'hui.

2.1.1 Théorie du Big-Bang

Le Big-Bang est un modèle cosmologique, il a été développé pour décrire l'origine et l'évolution de l'Univers. Il a été initialement proposé en 1927 par Georges Lemaître, l'Univers d'il y a 13,8 milliards d'années quand son histoire a commencé jusqu' à aujourd'hui. Le concept général du Big-Bang, à savoir que l'Univers est en expansion a été plus dense et plus chaud par le passé. Les observations cosmologiques sur le fond diffus cosmique, Redshift et nucléosynthèse primordiale ont données les arguments pour valider le.

2.1.2 Principe cosmologique

On peut dire qu'un univers est homogène si toute la matière est distribuée uniformément, c'est à dire les galaxies sont distribuées d'une façon uniforme (identique), mais de l'observation on peut constater tout de suite que notre Univers n'est homogène qu'à grande échelle, malgré les inhomogénéités qui sont observées localement.

L'hypothèse précédente nous conduit à dire que l'espace a les mêmes propriétés en tout point[9], donc le fait qu'il n'y a pas une direction préférée, dans ce cas on peut dire que l'univers est isotrope.

2.1.3 Expansion de l'Univers

En 1929, L'astronome américain Edwin Hubble découvrit une loi (qui comporte son nom) par l'observation d'un décalage vers le rouge pour les galaxies.

La loi de Hubble :

Les galaxies s'éloignent les unes des autres à une vitesse proportionnelle à leur distance

$$V = H_0 d \quad (2.1)$$

V : vitesse d'une galaxies et d sa distance.

$H_0 = 70 \pm 7 \text{ km.s}^{-1} . \text{Mpc}^{-1}$ (Constante de Hubble actuelle)

Avec le passage du temps, le facteur d'échelle augmente plus vite que H diminue, donc il y a accélération de l'expansion.

2.1.4 L'Age de l'Univers

L'âge de notre Univers est représenté par la durée écoulée juste après le Big-Bang jusqu' à maintenant. Il est estimé par $(13,798 \pm 0,037)$ milliards d' années. L'âge de l'Univers peut être estimé à partir de la Constante de Hubble :

$$t = \frac{1}{H_0} \quad (2.2)$$

2.1.5 Métrique de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker "FLRW"

La métrique FLRW décrit la géométrie moyenne de l'univers aux grandes échelles. Elle nous donne sa dynamique et nous permet de connaître l'évolution de l'expansion de l'Univers. Un Univers homogène et isotrope le demeure au cours de son évolution. La métrique donnée par [10] :

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \left[\frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right] \quad (2.3)$$

où $a(t)$:est le "facteur d'échelle" qui décrit la dilation de l'univers en fonction du temps.

ds^2 : définit la courbure en fonction de $a(t)$ et k .

k : la constante de courbure de l'espace-temps.

$$K = \begin{cases} 1 & \text{pour un univers fermé} \\ -1 & \text{pour un univers ouvert} \\ 0 & \text{pour un univers plat} \end{cases}$$

2.1.6 Contenu de l'univers

Le tenseur énergie-impulsion permet de représenter la répartition de masse et d'énergie dans l'espace-temps (1.52). Ainsi sous l'hypothèse d'un fluide parfait.

Les différents types de fluide seront alors différenciés selon le rapport

$$w = \frac{P}{\rho} \begin{cases} = 0 & \text{pour des particules non-relativistes} \\ = \frac{1}{3} & \text{pour des particules relativistes} \\ < \frac{-1}{3} & \text{pour un fluide qui provoquerait une accélération de l'univers} \\ = -1 & \text{pour une constante cosmologique} \end{cases}$$

2.1.7 Equations de Friedman

En combinant les équations d'Einstein avec la métrique FLRW(en tenant compte du $g_{\mu\nu}$), on obtient les équations de Friedmann avec $\Lambda = 0$. . D'abord, on tire de la métrique l'expression des connexions affines puis celle du tenseur de Ricci et de sa trace. On place ces expressions dans les équations d'Einstein, puis placer le tenseur d'énergie-impulsion, alors nous avons deux équations dites de Friedmann (Pour plus d'informations sur l'obtention de ces deux équations,voir [11])

On obtient pour $\mu\nu = 00$

$$H^2 = \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3} \rho \quad (2.4)$$

et pour $\mu\nu = 11$

$$2\frac{\ddot{a}}{a} + \frac{\dot{a}^2}{a^2} + \frac{k}{a^2} = -\frac{8\pi G}{3} p \quad (2.5)$$

Par conservation du tenseur énergie-impulsion on obtient aussi cette équation :

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(p + \rho) = 0 \quad (2.6)$$

où $\dot{\rho} = \frac{d\rho}{dt}$

La première équation va déterminer la "vitesse" d'expansion de l'Univers, la seconde va nous informer si l'univers est en accélération ou en décélération selon le signe de \ddot{a} et la dernière équation va permettre de déterminer totalement l'évolution de $a(t)$. On peut remarquer facilement que les trois précédentes équations sont étroitement liées.

2.1.8 Paramètres cosmologiques

a- Constante de Hubble

Edwin Hubble a constaté que les galaxies présentent un décalage de leur spectre vers le rouge. On considère ce décalage comme un effet Doppler donc :

$$Z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \quad (2.7)$$

Où Z est le décalage spectrale vers le rouge ou Redshift, λ_0 est la longueur d'onde du rayonnement mesurée par l'observateur, et λ_e la longueur d'onde du rayonnement au moment de l'émission.

Hubble (1920) a montré que la distance des galaxies d était lié linéairement à leur vitesse de récession [3] :

$$v = cZ = H_0 d \quad (2.8)$$

Où H_0 la constante de Hubble s'exprime généralement en $Km.S^{-1}.Mpc^{-1}$.

Le paramètre de Hubble est donné par :

$$H = \frac{\dot{a}}{a} \quad (2.9)$$

Il caractérise le taux d'expansion de l'univers, c-à-d. il décrit l'évolution temporelle de l'univers. il a pour dimensions l'inverse d'un temps $[H] = t^{-1}$.

b- Facteur d'échelle

$a(t)$ est le facteur d'échelle, qui décrit la dilatation de l'univers en fonction du temps, les observateurs tendent à montrer que ce facteur a toujours été en augmentation, donc que l'univers s'est dilaté[12].

· Paramètre de décélération

A partir de la deuxième équation de Friedmann le Maitre on trouve que l'accélération

de l'univers peut être mesurée. Donc on peut introduire un paramètre qui est défini par [12] :

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \quad (2.10)$$

q est le paramètre de décélération qui exprime le taux de changement du taux d'expansion

Pour savoir si l'expansion est accélérée ou décélérée, on doit calculer la variation de H au cours du temps :

$$\frac{dH}{dt} = -H^2\left(1 - \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right) \quad (2.11)$$

l'équation $\frac{dH}{dt} = -H^2\left(1 - \frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}\right) \Leftrightarrow \frac{dH}{dt} = -H^2(1 + q)$, on trouve que :

- si $q = -1$, le modèle est d'univers stationnaire
- si $q < -1$, l'univers est en expansion accélérée
- si $q > -1$, l'univers est en expansion avec décélération

Ce paramètre joue un rôle essentiel dans l'approche contemporaine de détermination du type d'Univers dans lequel nous vivons c-à-d, il indique la manière dont le facteur d'échelle évolue.

c- Paramètre de densité

On définit la densité critique ρ_c comme étant la densité qu'aurait un Univers homogène et isotrope en expansion pour que sa courbure spatiale k soit nulle. Soit :

$$3H^2 = 8\pi G\rho_c \quad (2.12)$$

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (2.13)$$

Ainsi on va pouvoir définir des quantités adimensionnées, qui représentent la proportion (par rapport à la densité critique) de chaque élément dans l'univers.

$$\Omega_i = \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{8\pi G}{3H^2} \rho_i \quad (2.14)$$

$$\Omega_k = -\frac{k^2}{a^2 H^2} \quad (2.15)$$

La première équation de Friedmann se réécrit :

$$\sum_i \Omega_i + \Omega_k = 1 \quad (2.16)$$

Elle apparaît comme une équation de contrainte.

d- Constante cosmologique non nulle ($\Lambda \neq 0$)

Dans ce cas où $c = k = 0$ et $\Lambda > 0$:

$$\dot{a}^2 = \frac{1}{3} \Lambda a^2 \quad (2.17)$$

Qui a pour solution

$$a(t) = \exp(Ht) \quad , H = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$$

C'est le modèle de De-sitter de l'Univers, c-à-d un Univers vide dominé par une constante cosmologique telle que $p = -\Lambda$ et $\rho = \Lambda$, ce modèle peut être utilisé pour décrire une phase primordiale de l'univers, appelée "inflation" [13]. qui sera développé avec plus de détail dans le suivant chapitre.

Il y'a d'autres modèles cosmologique qui décrivent aussi l'Univers, par exemple le modèle statique d'Einstein et le modèle stationnaire de Hoyle etc.

2.1.9 Problèmes du modèle cosmologique standard

a- Problème de la platitude

Pour comprendre le problème de la platitude davantage, considérons l'équation de Friedmann sous la forme [13] :

$$|\Omega_0 - 1| = |\Omega_k| = \left| \frac{k}{a^2 H^2} \right| = k \dot{a}^2 \quad (2.18)$$

Dans le modèle du Big-Bang, après la singularité, le facteur d'échelle apparaît comme une fonction croissante du temps, que ce soit pendant la domination du rayonnement ou de la matière, $a \sim t^{\frac{1}{2}}$ et $a \sim t^{\frac{2}{3}}$ respectivement, et la densité ρ_0 de l'univers actuel est proche de ρ_{crit} , il en résulte que notre Univers est plat et Ω_0 actuel est proche de 1, on peut montrer que $|\Omega(t_p = 10^{-43}s) - 1| \leq 10^{-60}$, cela signifie que, à $t = t_p$, le terme $\frac{8\pi G}{3}$ doit être au minimum 60 ordres de grandeur plus important que le terme $\frac{k}{a^2} = R_k^2$ pour expliquer la valeur actuelle de Ω , $\Omega_0 \sim 1$, La question est alors pourquoi le seul temps caractéristique du problème est le temps de Planck ?

b- Problème de l'horizon

C'est le problème le plus important avec la théorie du Big-Bang. L'horizon est un peu la fin de l'univers visible. Le problème est expliqué comme suit : Il n'y a pas d'échange d'informations entre deux régions très éloignées, malgré que dans le passé elles étaient proches l'une de l'autre.

On définit l'horizon comobile des particules par [14] :

$$x_p(\tau) = \tau - \tau_i = \int_{\tau_i}^{\tau} \frac{dt}{a(t)} \quad (2.19)$$

$$\tau \equiv \int_0^{\tau} \frac{dt'}{a(t')} = \int_0^a \frac{da'}{H(a')a'^2} = \int_0^a d \ln a' \left(\frac{1}{a' H(a')} \right) \quad (2.20)$$

Dans un Univers considéré comme un fluide son équation d'état w qui est constante, on a :

$$(aH)^{-1} = H_0^{-1} a^{\frac{1}{2}(1+3w)} \quad (2.21)$$

Et

$$\tau = 2/(1 + 3w)H_0^{-1}a^{\frac{1}{2}(1+3w)} \quad (2.22)$$

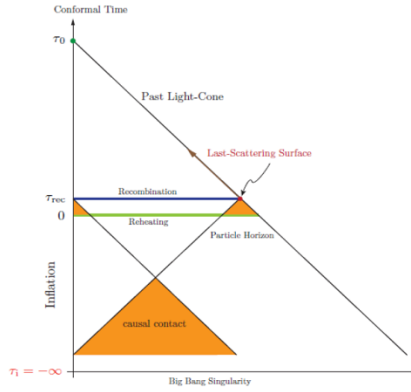
Pendant les phases conventionnelles du modèle du Big-Bang ($w \gtrsim 0$), $(aH)^{-1}$ croît de manière monotone ainsi donc que l'horizon comobile. Ceci implique que les échelles comobiles (indépendantes du temps par définition) qui rentrent sous l'horizon actuellement étaient largement hors de l'horizon à l'époque du découplage. Plus précisément, on peut montrer que les régions en contact causal à cette époque sont vues actuellement sous un angle d'environ 1° [14]. Cependant, la température du fond diffus cosmologique est quasi-homogène sur toute la surface du ciel. L'univers dans le modèle du Big-Bang était donc extrêmement homogène à l'époque du découplage sur des échelles recouvrant beaucoup de régions à priori causalement indépendantes.

2.2 Inflation cosmologique

2.2.1 Introduction

Malgré le grand succès réalisé par la théorie du Big-Bang, cette théorie présente quelques problèmes. Comme on l'a vu : le problème de la platitude et le problème de l'horizon . En 1981, Alan Guth a proposé l'inflation comme une solution pour ces problèmes. L'inflation ne représente pas un remplacement de la théorie de Big-Bang, mais une idée complémentaire décrivant des époques extrêmement reculées de l'histoire de l'Univers.

$$\text{INFLATION} \iff \ddot{a}(t) \succ 0.$$



Figure(2.1): Diagramme conforme de l'univers avec inflation

2.2.2 L'idée de l'inflation

Dans ce chapitre l'inflation est comme un mécanisme, pour résoudre plusieurs problèmes du modèle du Big-Bang, et surtout le problème d'horizon et de platitude.

Les modèles d'inflation nous permettent de comprendre pourquoi l'Univers est si large et plat et pourquoi il est si homogène et isotrope et pourquoi ses différentes parties ont commencé leur expansion simultanément.

Il existe, actuellement plus de soixante-dix scénarios d'inflation tous différents les uns des autres.

2.2.3 Conditions pour l'inflation

On définit :

$$\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} \quad (2.23)$$

On déduit que l'inflation cosmologique peut être définie comme une période d'expansion accélérée comme :

$$\frac{\ddot{a}}{a} = H^2(1 - \varepsilon) \quad (2.24)$$

Ceci correspond à imposer la condition inflationnaire :

$$\varepsilon = -\frac{\dot{H}}{H^2} = -\frac{d \ln H}{dN} \prec 1 \quad (2.25)$$

Où on a défini le nombre de e-folds N d'inflation :

$$a(t) \sim \exp\left[\int H(t) dt\right] = e^{-N(t)} \quad (2.26)$$

c.à.d. $dN = -H dt = -d \ln a$. Le e-fold nous renseigne sur la durée de l'inflation nécessaire pour établir la causalité à tout l'univers. L'équation (2.25) montre que la variation fractionnaire du paramètre de Hubble par e-folds est petite. Le paramètre ε est appelé contre-intuitivement pendant l'inflation, paramètre de décélération, du fait qu'il quantifie la décélération de l'expansion dans les ères traditionnelles du modèle du Big-Bang [10,15].

N : le nombre de e-folds, tel que $N = \ln \frac{a_f}{a_i}$

a_i est le facteur d'échelle qui correspond au début d'inflation et a_f correspond à la fin d'inflation.

2.2.4 Champ scalaire et roulement lent de l'inflation

On considère un seul champ scalaire canonique φ , qui est nommé par le champ d'inflation. Il est soumis à un potentiel $V(\varphi)$ avec la propriété que le champ scalaire roule initialement lentement vers le bas pour atteindre son minimum après la fin de l'inflation, ce genre de comportement est appelé inflation lente (slow-roll inflation)[16]. Le lagrangien d'un champ φ est donné par :

$$L = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \varphi \partial_\nu \varphi + V(\varphi) \quad (2.27)$$

Le tenseur d'énergie-impulsion de champ scalaire associé s'écrit :

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi - g_{\mu\nu} \left[\frac{1}{2}\partial_\lambda\varphi\partial^\lambda\varphi + V(\varphi) \right] \quad (2.28)$$

Après le tenseur d'énergie-impulsion de champ scalaire, la densité d'énergie et la pression sont définies par :

$$\rho_\varphi = T_{00} = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2}(\vec{\nabla}\varphi)^2 + V(\varphi) \quad (2.29)$$

$$p_\varphi = -\frac{1}{3}T_{ii} = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 - \frac{1}{6}(\vec{\nabla}\varphi)^2 - V(\varphi) \quad (2.30)$$

Les équations d'un univers en expansion contenant un champ scalaire homogène sont obtenues par substitution des équations (2.29) et (2.30) dans les équations de Friedmann, on obtient :

$$\varphi'' + 3H\dot{\varphi} + \frac{dV}{d\varphi} = 0 \quad (2.31)$$

où $\varphi'' = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \left[\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right] \quad (2.32)$$

Maintenant, pour résoudre l'équation du mouvement on utilisant l'approximation de roulement lent (slow-roll), cela suppose que :

$$\dot{\varphi}^2 \ll V(\varphi) \quad (2.33)$$

Donc $\varphi'' \ll \frac{dV(\varphi)}{d\varphi}$. On obtient :

$$3H\dot{\varphi} = -\frac{dV}{d\varphi} \quad (2.34)$$

Et

$$H^2 = \frac{1}{3}V(\varphi) \quad (2.35)$$

Après cela on trouvera :

$$H = -\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 \quad (2.36)$$

Les paramètres de roulement lent sont définis par :

$$\epsilon(\varphi) = \frac{M_{pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \quad (2.37)$$

$$\eta(\varphi) = \frac{M_{pl}^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V} \right) \quad (2.38)$$

Sachant que :

$M_{pl} = \frac{1}{\sqrt{G}}$: est la masse de plank.

$V' = \frac{dV}{d\varphi}$ et $V'' = \frac{d^2V}{d^2\varphi}$

Où la première mesure la pente du potentiel et la seconde la courbure, alors les conditions nécessaires pour que l'approximation du roulement lent tient bon il faut que[17] :

$$\epsilon \ll 1 \quad ; \quad |\eta| \ll 1 \quad (2.39)$$

$$a(t) \sim \exp\left[\int H(t)dt\right] = e^{-N(t)} \quad (2.40)$$

À partir de l'équation (2.35), on trouve :

$$a(t) \propto \exp\left(\sqrt{\frac{1}{3}V(\varphi)t}\right) \quad (2.41)$$

2.2.5 Types d'inflation

Il existe plusieurs types de l'inflation, parmi eux :

Old-inflation et new-inflation :

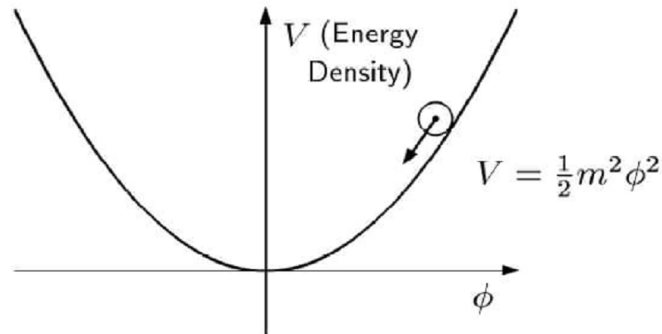
Dans le scénario old-inflation, l'inflation est générée par une transition de phase du premier ordre alors que, dans le cas du scénario new inflation, la transition est de deuxième ordre[13].

1- Old-inflation : Est basée sur la théorie de la surfusion pendant la transition de phase cosmologique.

2- New inflation : Ce scénario ne fonctionne que si le potentiel effectif du champ φ a un plateau très proche de $\varphi = 0$.

Chaotic-inflation (inflation chaotique) :

Nous considérons un champs scalaire φ avec un potentiel $V(\varphi) = \frac{1}{2}m^2\varphi^2$ et a un minimum à $\varphi = 0$, le champ φ descend très lentement près de ce minimum.



Figure(2.2) : mouvement du champ scalaire dans la théorie avec $V(\varphi) = \frac{1}{2}m^2\varphi^2$.

Plusieurs régimes différents sont possibles, selon la valeur de champ φ .

Il y a deux équations qui décrivent l'évolution de ce champ scalaire :

$$\varphi'' + 3H\varphi' = -V(\varphi) \quad (2.42)$$

Et

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_{pl}^2} \left[\frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 + V(\varphi) \right] \quad (2.43)$$

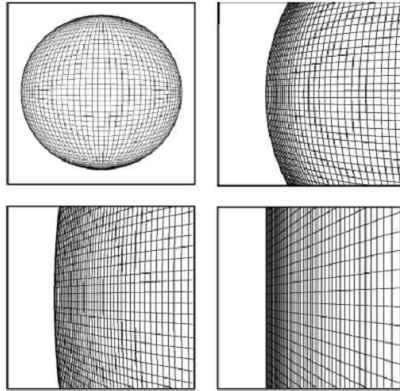
2.2.6 Solutions aux problèmes du modèle standard cosmologie

1- Le problème de la platitude

Pendant la phase d'inflation, nous avons :

$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2} = 1 \quad (2.44)$$

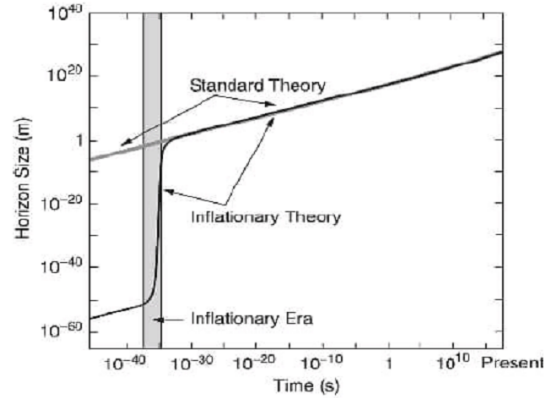
Et comme on suppose que la phase d'inflation dure assez longtemps pour que l'énergie du vide soit complètement dominante, quand elle se termine, nous avons alors $\Omega_0 = 1$. D'où l'Univers est plat à une très bonne approximation [18].



Figure(2.3) : Toute géométrie initiale de l'univers sera très proche de la géométrie Euclidienne (plat) à la fin de l'inflation

2- Problème de l'horizon

L'horizon peut devenir grand en phase d'inflation, cela implique que l'univers visible était en contact causal au début de l'inflation qui expliquent la température uniforme du CMB dans toutes les parties de l'univers.



Figure(2.4) : $t_i \sim 10^{-34} s$, la phase d'inflation indiquée ici par la barre grise qui est en contact causal.

2.2.7 Matière noire (Dark matter)

En 1933, Fritz Zwicky détecte la matière noire, il mesure la perte de vitesse des galaxies dans l'amas de coma et il trouve que leur vitesse est très supérieure à la vitesse que pouvait être attribuée à la matière visible dans les galaxies. Aujourd'hui, et à l'aide des lentilles gravitationnelles ce phénomène est très connu.

La matière noire ou la matière sombre ne peut pas être détectée avec les télescopes parce qu'elle n'émet ni absorbe pas la lumière et son interaction avec la matière visible est très faible, Il est proposé l'existence de deux types de matière noire :

La matière noire chaude HDM (composée de particules relativistes) et la matière froide CDM (composée de particules non relativistes), donc l'existence de la matière noire est

déduite des effets de la gravité qu'elle exerce sur la matière visible et le rayonnement.

Chapitre 3

Modèle Λ CDM

3.1 Présentation générale

L'image la mieux adaptée actuellement pour décrire l'univers statistique à grande échelle, le modèle standard cosmologique Λ CDM, car c'est un modèle dans lequel la matière est principalement froide et sombre (avec moins collisions et sans interactions électromagnétique, CDM) avec la majeure partie de la densité d'énergie de l'Univers se comportant comme étant l'énergie de vide (comme la constante cosmologique de la relativité générale Λ) [19].

Einstein introduisit en 1917 une constante cosmologique Λ dans ses équations parce qu'il pensait trouver ainsi un univers fermé statique qui serait en accord avec le principe de Mach, l'inertie n'a pas de sens dans un univers vide. Cependant, la découverte de solutions d'un univers en expansion sans constante cosmologique par Friedmann en 1922 et enfin l'observation de la fuite des galaxies par Hubble en 1929 firent parachever l'existence d'une telle constante. C'est seulement en 1968 que Yakov Borisovich Zel'dovich [20] considéra l'importance de la constante cosmologique en faisant le lien avec l'énergie du vide. En effet son calcul à une boucle de la fluctuation du vide après renormalisation donne un tenseur énergie-impulsion de l'énergie du vide sous la même forme que celle de la constante cosmologique.

$$\langle T_{\mu\nu} \rangle_{vide} = \frac{\Lambda}{8\pi G} g_{\mu\nu} \quad (3.1)$$

L'introduction de la constante cosmologique apporte dans les équations une modification sous la forme :

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (3.2)$$

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi G \left(T_{\mu\nu} - \frac{\Lambda g_{\mu\nu}}{8\pi G} \right) \quad (3.3)$$

Cette modification est équivalente à l'introduction d'une énergie du vide constante avec la correspondance :

$$\rho_{\Lambda} = \frac{\Lambda}{8\pi G} \quad (3.4)$$

$$p_{\Lambda} = -\rho_{\Lambda} \quad (3.5)$$

Dans les conditions d'un Univers homogène et isotrope, la métrique FLRW donne :

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} \sum_i \rho_i + \frac{\Lambda}{3} - \frac{K}{a^2} \quad (3.6)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \sum_i (\rho_i + 3p_i) + \frac{\Lambda}{3} \quad (3.7)$$

On a le paramètre de décélération :

$$q = -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2}$$

Donc l'équation (3.7) devient :

$$q = \sum_i \frac{\Omega_i}{2} (1 + 3w_i) \quad (3.8)$$

Où

$$\Omega_i = 8\pi G \frac{\rho_i}{3H^2} \quad (3.9)$$

Et

$$\Omega_\Lambda = 8\pi G \frac{\Lambda}{3H^2} \quad (3.10)$$

On voit que la présence uniquement de matière conduit à un univers en expansion décélérée

$$q = \frac{\Omega_m}{2} \quad (3.11)$$

Où $\Omega_m \sim 0.4$

Alors que la présence d'une constante cosmologique positive conduit à une accélération de l'univers

$$q = -\Omega_\Lambda \quad (3.12)$$

Où $\Omega_\Lambda \sim 0.6$

Pour obtenir $\Omega_\Lambda \sim O(1)$, Λ doit être $\sim (2 \times 10^{-3} eV)^4$ [21].

Dans un univers composé de matière et d'énergie noire sous la forme d'une constante cosmologique

$$q = \frac{\Omega_m}{2} - \Omega_\Lambda \quad (3.13)$$

Où

$$\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1 \quad (3.14)$$

Donc la constante cosmologique implique que nous serions dans une phase d'expansion

accélérée.

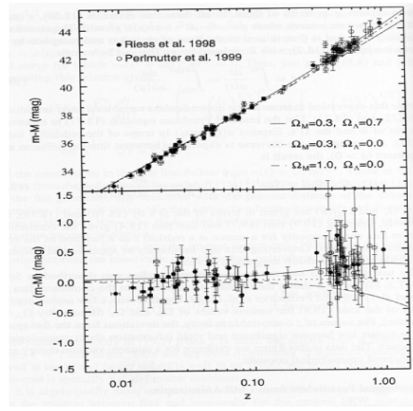


Figure (3.1) : Accélération de l'expansion de l'Univers

3.2 Contraintes sur le modèle

Les tests observationnels sur ce modèle sont nombreux. On regardera les contraintes apportées par les supernovas, les anisotropies du CMB(Cosmic Microwave Background) et les BAO(Baryon Acoustic Oscillations)[22].

On voit clairement l'influence d'une constante cosmologique sur la distance de luminosité (Figure (3.2)). En effet pour une même mesure de redshift, plus la constante cosmologique est importante et plus la distance de luminosité croît. Ainsi l'objet est plus éloigné.

Soit 68.3% d'énergie noire. Ainsi toutes les observations conduisent à la présence d'énergie noire, qui dans ce modèle est sous forme d'une constante cosmologique.

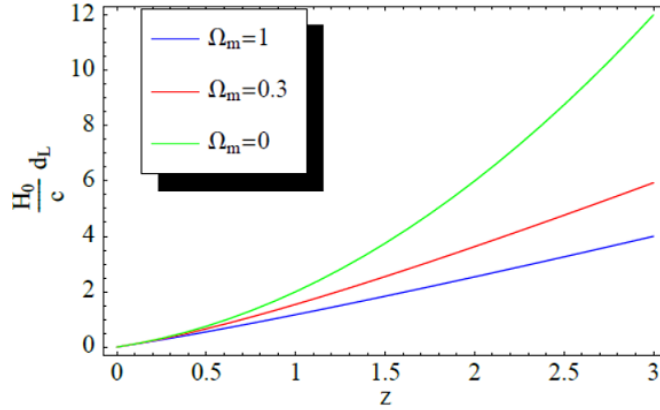


Figure (3.2): Distance de luminosité dans un univers plat pour trois modèles différents

3.3 Paramètres du modèle Λ CDM

Ce modèle s'adapte aux données, et a un certain degré de simplicité car il n'a pas besoin de nombreux paramètres : [23] :

$$\Omega_0 = 1.02 \pm 0.02 \quad (\Omega_0 \text{ est le paramètre de densité actuelle})$$

Paramètres	2002	WMAP
Constante de Hubble H_0 (km/s/Mpc)	72 ± 7	71 ± 4
Décélération $q_0 = \frac{aa''}{a'^2} \Big _{t_0}$	-0.67 ± 0.25	-0.66 ± 0.10
Âge de l'Univers (Gan)	13 ± 1.5	13.7 ± 0.2
Ω_t	1.03 ± 0.03	1.02 ± 0.02
Ω_b	0.039 ± 0.008	0.044 ± 0.004
Ω_{cdm}	0.29 ± 0.04	0.23 ± 0.04
Ω_Λ	0.67 ± 0.06	0.73 ± 0.06

Tableau (3.1) : Paramètres du modèle Λ CDM (a) Paramètres obtenus avant 2003 (b) Résultats du satellite WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe). Ω_t est le rapport de la densité mesurée à la densité critique ρ_c , Ω_b est la fraction de matière baryonique, Ω_{cdm} est la fraction de matière sombre froide ($\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{cdm}$) et Ω_Λ la fraction d'énergie du vide.

3.4 Ensembles de données appliqués pour le modèle Λ CDM

Dans le tableau (3.2), nous présentons les résultats de l'estimation des paramètres indépendants effectuée pour tous les ensembles de données ainsi que pour tous les ensembles de données appliqués simultanément pour le Λ CDM [24] :

model	SNIa	CMB	BAO	H(z)	SNIa+CMB+BAO
Λ CDM	$\Omega_{m,0} = 0.27^{+0.03}_{-0.03}$	$\Omega_{m,0} = 0.22^{+0.04}_{-0.03}$	$\Omega_{m,0} = 0.27^{+0.02}_{-0.02}$	$\Omega_m = 0.31^{+0.1}_{-0.06}$	$\Omega_{m,0} = 0.28^{+0.02}_{-0.02}$

Tableau (3.2) : Meilleures valeurs d'ajustées pour les paramètres du modèle Λ CDM

3.5 Problèmes de la constante cosmologique

Nous avons vu le lien entre la constante cosmologique et l'énergie du vide.

En physique quantique un oscillateur harmonique quantifié dont l'énergie de point zéro, où l'énergie de l'état fondamental, est $\hbar w_k/2$. La somme des énergies du point zéro de ces modes, ou énergie du vide, est infinie.[23]

Où w_k est la fréquence ($w_k = c \left| \vec{k} \right|$), et \vec{k} est le vecteur d'onde.

En théorie quantique des champs la densité d'énergie du vide pour un champs scalaire est

$$\langle T_{00} \rangle \simeq \frac{c^5}{G^2 \hbar} \simeq 10^{76} \text{Gev}^{-4} \quad (3.15)$$

Alors que la mesure de la densité d'énergie associée à la constante cosmologique est

$$\rho_\Lambda = 10^{-47} \text{Gev}^{-4} \quad (3.16)$$

Soit une différence de 123 ordres de grandeur ! Il s'agit du problème majeur de la constante cosmologique. Il n'y a pas pour l'instant de modèles réussissant à résoudre ce problème.

Le second problème est celui de la coïncidence. En effet durant l'expansion de l'univers, la densité d'énergie de la matière décroît comme a^{-3} , la densité d'énergie de la radiation décroît comme a^{-4} alors que la densité d'énergie associée à la constante cosmologique reste constante mais les données sont conformes aux sources d'énergie noire qui changent lentement avec le temps.

•En résumé le modèle Λ CDM est en excellent accord avec les observations. En particulier la concordance des résultats pré-WMAP avec ceux de WMAP est impressionnante. Cependant il reste deux questions fondamentales, auxquelles les physiciens des particules et de la théorie quantique des champs n'ont pour le moment aucune réponse [23]. Quelle est la particule (ou les particules) qui entrent dans la composition de la matière sombre froide ? Quelle est l'origine de l'énergie du vide ?

3.6 Application "Matière noire froide d'un peu d'inflation chaude"

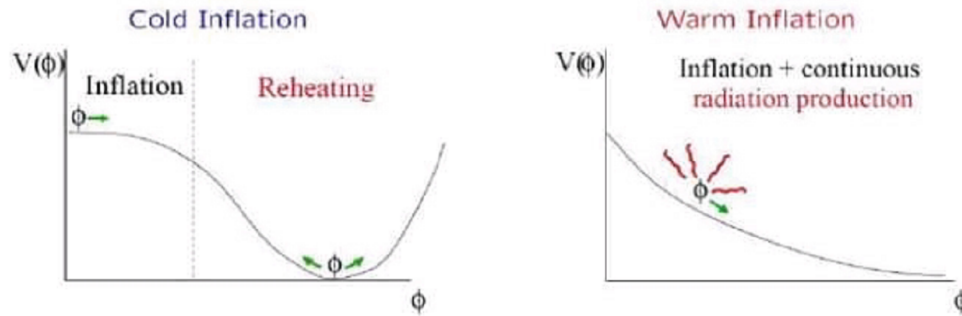
3.6.1 Introduction

Nous présentons un modèle où l'inflaton peut naturellement représenter toute la matière noire de l'Univers dans le paradigme d'inflation chaude. En particulier, nous montrons que les symétries et la teneur en particules du scénario de peu d'inflation chaude, (i) évite les grandes corrections thermiques et radiatives du potentiel scalaire, (ii) permet aux effets dissipatifs puissants de maintenir un bain de rayonnement pendant l'inflation qui devient dominant à la fin du régime lent, et (iii) permettre un reste d'inflatons stables dans les époques post-inflationnistes[25].

3.6.2 Inflation chaude et froide (warm and cold inflation)

Dans les modèles habituels d'inflation froide, les effets dissipatifs avec décroissance de l'énergie d'inflation en énergie de rayonnement sont négligés. Cependant, au cours de l'évolution de l'inflation chaude, les effets de dissipation sont importants, et l'énergie du champ d'inflaton est transformée en énergie de rayonnement.

Dans ce scénario, il n'est pas nécessaire de réchauffer à la fin de l'ère inflationniste. L'Univers se réchauffe et devient à rayonnement dominé pendant l'ère inflationniste, il y a donc une transition lisse à une phase dominée par le rayonnement [26].



Figure(3.3) : Illustration de la différence entre l'inflation froid et l'inflation chaude (Berera et al.(2009))

3.6.3 Valeurs mesurées dans l'inflation chaude :

Pendant l'ère de l'inflation chaude tous les deux, l'énergie de champ d'inflation avec la densité ρ_φ et le rayonnement électromagnétique avec la densité d'énergie ρ_r sont important pour l'évolution de l'univers. La première équation de Friedmann prend la forme [26] :

$$H^2 = \frac{1}{3M_p^2} (\rho_\varphi + \rho_r) \quad (3.17)$$

Dans ces modèles, les équations de continuité pour le champ d'inflaton et le rayonnement prennent la forme :

$$\dot{\rho}_\varphi + 3H(\rho_\varphi + p_\varphi) = -\Upsilon\varphi'^2 \quad (3.18)$$

$$\dot{\rho}_r + 3H\rho_r = \Upsilon\varphi'^2 \quad (3.19)$$

Où

$$\Upsilon = 4\frac{g^2}{T} \int \frac{d^3p\Gamma_\psi}{(24)^3 m_\psi^2} n_f(w_p) (1 - n_f(w_p)) \quad (3.20)$$

Υ est le coefficient de dissipation dû au couplage par inflaton à d'autres champs, qui n'est pas considéré dans l'inflation froide pendant la phase de roulement lent de l'inflaton. Quand $\Upsilon \succ H$ il aide à ralentir l'inflaton [27], et maintenir le bain thermal avec $T \succ H$, donc Υ dépend de la température.

On a

$$m_\psi = \sqrt{gM^2 + \frac{h^2T^2}{8}} \quad (3.21)$$

tel que m_ψ est la masse du fermion corrigée thermiquement.

$$w_p = \sqrt{|p|^2 + m_\psi^2} \quad (3.22)$$

Γ_ψ est la largeur de désintégration des fermions, n_f est la distribution de Fermi-Dirac et g est le constant de couplage.

Les paramètres de roulement lent pour l'inflation chaude sont :

$$\varepsilon = \frac{M_{pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \quad (3.23)$$

$$\eta = \frac{M_{pl}^2}{8\pi} \left(\frac{V''}{V} \right) \quad (3.24)$$

$$\beta = \frac{M_{pl}^2}{8\pi} \left(\frac{\Upsilon' V'}{\Upsilon V} \right) \quad (3.25)$$

Les conditions de roulement lent sont donnés par :

$$|\beta| \ll 1 + Q \quad , \quad |\eta| \ll 1 + Q \quad , \quad \varepsilon \ll 1 + Q \quad (3.26)$$

Où $Q = \frac{\Upsilon}{3H}$, c'est le rapport dissipatif. La quantité Q représente l'efficacité à laquelle l'énergie d'inflaton est transformée en énergie de rayonnement, si $Q \gg 1$ on dit qu'il y a un fort régime dissipatif, et si $Q \ll 1$ il y a un faible régime dissipatif [26].

Le rapport tenseur-scalaire r est une mesure de l'échelle d'énergie de l'inflaton et il est défini par[26] :

$$r = \frac{A_T}{A_S} \quad (3.27)$$

Et

$$A_T = \frac{V}{24\pi^2 \varepsilon M_{pl}^4} = \left(\frac{H^2}{24\varphi'} \right)^2 \quad (3.28)$$

$$A_S = \frac{2V}{3\pi^2 M_{pl}^4} = \varepsilon \left(\frac{2H^2}{\pi\varphi'} \right)^2 \quad (3.29)$$

A_T et A_S sont des amplitudes à l'échelle de pivot des fluctuations scalaires et tensorielles.

À partir des équations précédentes, nous avons :

$$r = 16\varepsilon \quad (3.30)$$

Les données d'observation de Planck ont donné :

$$r < 0.11 \quad (3.31)$$

3.6.4 Le modèle de peu inflaton chaude (the WIL model)

Le modèle WLI comprend deux champs scalaires complexes, $\phi_{1,2}$, à charge égale à q sous une symétrie de jauge $U(1)$ qui est spontanément brisée par leur espérance de vie à valeurs identiques, $\langle \phi_1 \rangle = \langle \phi_2 \rangle \equiv \frac{M}{\sqrt{2}}$. Cela donne des masses d'ordre M pour les composantes scalaires radiales et le champ de jauge $U(1)$ qui après va découpler de la dynamique des températures $T \lesssim M$. Le degré de liberté de lumière (light degree of freedom DOF) physique restant est la valeur relative entre les deux phases 1 et 2, que nous identifions au champ d'inflaton ϕ [25] :

$$\phi_1 = \frac{M}{\sqrt{2}} e^{i\phi/\sqrt{M}} \quad , \quad \phi_2 = \frac{M}{\sqrt{2}} e^{-i\phi/\sqrt{M}} \quad (3.32)$$

$\phi_{1,2}$ ont des interactions de Yukawa avec :

Les fermions $\psi_{1,2}$ de masse gM qui restent légères pendant l'inflation si $gM < T < M$

Ces derniers ont les interactions de Yukawa avec :

→ σ scalaire sans masse et Fermions ψ_σ .

En conséquence, il y a un mécanisme en deux étapes : la désintégration hors équilibre de l'inflaton

en $\psi_{1,2}$, suivis des désintégrations et des dispersions de ces champs en σ, ψ_σ :

$\phi \rightarrow \psi_{1,2} \longleftrightarrow \sigma, \psi_\sigma$, ce qui provoque la dissipation de l'énergie d'inflaton.

3.6.5 Symétries et Lagrangiens d'interactions

La symétrie d'échange $\phi_1 \longleftrightarrow \phi_2$ composé avec $\psi_1 \longleftrightarrow \psi_2$, de telle sorte que les interactions Yukawa autorisées sont données par :

$$\begin{aligned}
 -L_{\phi\psi} &= \frac{1}{\sqrt{2}}g\phi_1\bar{\psi}_{1L}\psi_{1R} + \frac{1}{\sqrt{2}}g\phi_2\bar{\psi}_{2L}\psi_{2R} + H \cdot c = \\
 &= gM\bar{\psi}_1 e^{i\gamma_5\phi/M}\psi_1 + gM\bar{\psi}_2 e^{-i\gamma_5\phi/M}\psi_2
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

Dénote $\phi_1 \longleftrightarrow \phi_2$ avec $\psi_1 \longleftrightarrow \psi_2$: ϕ peut se désintégrer juste directement à $\psi_{1,2}$. La dernière décomposition à travers

$$-L_{\psi\sigma} = -h\sigma \sum_{i=1,2} (\bar{\psi}_{iL}\psi_{\sigma R} + \bar{\psi}_{\sigma L}\psi_{iR}) \tag{3.34}$$

3.6.6 Potentiel de l'inflaton

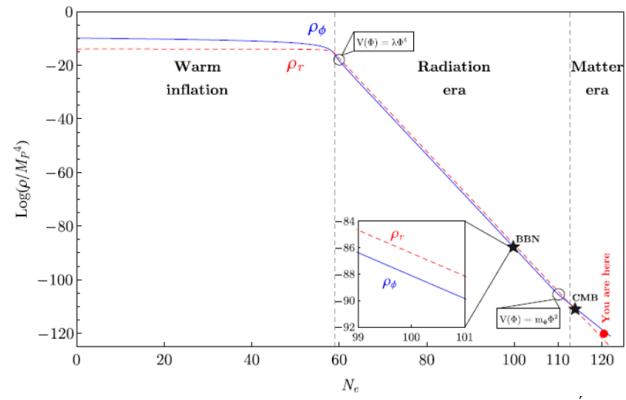
Le potentiel de l'inflaton est donné par les termes renormalisables les plus simples :

$$V(\phi) = \lambda\phi^4 + \left(\frac{m_\phi^2}{2}\right)\phi^2 \tag{3.35}$$

avec : $\lambda \sim 10^{-15}$ fixé par la fluctuation de l'amplitude CMB, $m_\phi \sim 10^{-4} - 10^{-1}ev$ en exigeant que ϕ représente toute la matière noire de l'Univers.

3.6.7 Évolution cosmologique

Dans la figure (3.4), sont bien présentées les trois phases de l'inflation et leur évolution cosmologique



Figure(3.4): Évolution cosmologique de l'inflaton

Conclusion

Dans ce mémoire , nous avons traité de la cosmologie moderne où nous avons étudié le modèle standard cosmique (MSC) qui a conduit à l'idée d'expansion de l'univers à travers les équations de FRW qui a été prouvé par l'observations de Hubble et a été expliquée par l'énergie sombre (noire) dans le modèle $\Lambda - CDM$, qui représente un modèle d'un univers homogène et isotrope, dont la courbure spatiale est nulle et contient plus de matière et d'énergie noire que la matière ordinaire.

Malgré le succès du (MSC), il a rencontré quelques problèmes, parmi eux il y a le problème de l'horizon et la platitude. Ainsi, nous avons discuté le modèle inflationniste, comme une solution possible à ces problèmes. Enfin, nous nous sommes intéressés au scénario d'inflation chaude et le scénario de peu d'inflation chaude (WLI) qui peut donner une explication à la matière noire.

Bibliographie

- [1] Luc Blanchet ;Introduction a relativité générale ;pdf,Institut d’astrophysique de paris, UMR 7095 de CNRS, Université pierre et Marie Curie 98^{bis} boulevard Arago, 75014 paris, France(17/09/2009).
- [2] R. Kimmel and J. A. Sethian. Computing Geodesic Paths on Manifolds in the Proceedings of National Academy of Sciences, 95(15) :8431-8435, July, 1998.
- [3] F.-Xavier Désert ;Cours de Cosmologie ;Laboratoie d’astrophysique,observatoire de grenoble ; [http ://www-laog.obs.ujf-grenoble.fr/~desert/cosmologie](http://www-laog.obs.ujf-grenoble.fr/~desert/cosmologie).
- [4] P. Philippe AMRAM, Notes de Cosmologie, Laboratoire d’Astrophysique de Marseille 23P(2009).
- [5] Christiane Schomblond et Glenn Barnich ;Introduction à la Relativité Générale ; Campus de la Plaine C.P. 231, B-1050 Bruxelles, Belgique.
- [6] Badis Ydri ; General Relativity and Cosmology ;pdf, Annaba, Algerie.
- [7] L. Amendola, R. Gannouji, D. Polarski, and S. Tsujikawa, Phys. Rev.D 75, 083504 (2007).
- [8] F. Levin, Calibrating the Cosmos, Chapter 7. Springer, (2006).
- [9] David McMahan, Relativity demystified,McGRAW-HILL(2006), george_hoare@mcgraw-hill.com or (212) 904-4069.
- [10] D. Langlois, Lectures on inflation and cosmological perturbations, arXiv :1001.5259v1 [astro-ph.CO] 28 Jan 2010.

- [11] Pr. John W. Norbury, General Relativity & Cosmology, P.O, Box 413, Milwaukee, WI 53201 (1997).
- [12] S.Weinberg, Gravitation and cosmology :principles and Applications of General Theory of Relativity, Johan. Weily & Sons, New York,(1972).
- [13] Ruth Durrer, Cosmologie, Quai E. Ansermet 24, 1211 Genève 4, Suisse (2001).
- [14] Peter, P., and Uzan, J.-P., Cosmologie primordiale, Éditions Belin, (2005).
- [15] K. Enqvist, Cosmological inflation, CERN Yellow Report CERN-2012-001, pp. 207-215 , arXiv :1201.6164v1 [gr-qc] 30 Jan 2012.
- [16] Oliver F. Piattella, Lecture Notes in Cosmology, Vitória, Brazil, February 2018.
- [17] Andrew R. Liddle, An introduction to cosmological inflation, Astrophysics Group, The Blackett Laboratory, Imperial College, London SW7 2BZ, U. K. (present address).
- [18] P. Schneider, Extragalactic Astronomy and Cosmology, An introduction, Springer Berlin Heidelberg New York, (2006).
- [19] D. Scott, The Standard Model of Cosmology : A Skeptic's Guide, arXiv :1804.01318v1 [astro-ph.CO] 4 Apr 2018.
- [20] Yakov B. Zel'dovich. Sov. Phys. Usp., vol. 11, 393 (1968).
- [21] S. Bonometto, and V. Gorini and U. Moschella, Modern Cosmology, Institute of physics, series in High Energy Physics, Cosmology and Gravitation (2001).
- [22] P. Bull and Y. Akrami, Beyond CDM : Problems, solutions, and the road ahead, arXiv :1512.05356v2 [astro-ph.CO] 7Mar2016, Philip.J.Bull@jpl.nasa.gov, Yashar.Akrami@thphys.uni-heidelberg.de.
- [23] M. Le Bellac, Relativite Generale Pour Debutants, Institut non lineaire de Nice UMR 6638, 1361 routes des Lucioles 06560 Valbonne, Balreg, Mai 2004.
- [24] A. Kurek, and M. Szydlowski, The Λ CDM model on the lead – a Bayesian cosmological models comparison, arXiv :astro-ph/0702484v3 11 Nov 2007.

- [25] João G. Rosa and Luís B. Ventura, Warm Little Inflaton becomes Cold Dark Matter, arXiv : 1811.05493v2 [hep-ph] 8 May 2019.
- [26] O. Gron, Warm Inflation, P.O. Box 4 St., Olavs Plass, NO-0130 Oslo, Norway ; 6 September 2016 Oyvind.Gron@hioa.no.
- [27] R. Rangarajan, Current status of Warm Inflation, Ahmedabad 380009, India, arXiv :1801.02648v1 [astro-ph.CO] 8 Jan 2018.

ملخص:

حاولنا في هذا العمل الحصول على توسع متسارع للكون حسب ما أثبتته الملاحظات الفلكية الحالية, ومن خلال مخطط هابل للمستعرات العظمى, حيث قمنا بدراسة الكون من خلال الاعتماد على النموذج المعياري الكوني, نموذج لامبدا- سي دي ام (لامبدا- المادة المظلمة الباردة) كما تم ربط الثابت الكوني بطاقة الفراغ, أي ان الكون آخذ في توسع متسارع باعتبار الطاقة المظلمة ثابتا كونيا.

كلمات مفتاحية: النسبية العامة, النموذج المعياري الكوني, التضخم, الثابت الكوني, المادة المظلمة, لامبدا- سي دي ام .

Abstract :

In this work, we tried to study an accelerated expansion of the universe according to what was proven by the current astronomical observations, and through the Hubble diagram of supernovae, where we studied the universe based on the cosmic standard model, the Lambda - CDM model (Lambda - cold dark matter) where the cosmological constant was linked to the vacuum energy, which means that the universe is in accelerated expansion, with considering dark energy as a cosmic constant.

Keys words : General Relativity, Cosmological Standard Model, Inflation, Cosmological Constant, Dark Matter, Lambda – CDM (Λ -CDM).

Résumé :

Dans ce travail, nous avons essayé d'obtenir une expansion accélérée de l'univers selon ce qui a été prouvé par les observations astronomiques actuelles, et à travers le diagramme de Hubble des supernovae, où nous avons étudié l'univers en s'appuyant sur le modèle standard cosmique, le modèle Lambda - CDM (Lambda - matière noire froide) où la constante cosmologique a été liée à l'énergie du vide, ce qui signifie que l'univers est en expansion accélérée, en considérant l'énergie noire comme une constante cosmique.

Mots clés: Relativité Générale, Modèle Standard Cosmologique, Inflation, constante cosmologique, Matière noire, Λ -CDM.