UNIVERSITE DE M'SILA

FACULTE DES MATHEMATIQUES ET DE L'INFORMATIQUE

Département de Mathématiques

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE

Présenté pour l'obtention du diplôme de **Master**

Domaine : Mathématiques et Informatiques

Filière : Mathématiques

Option : Mathématiques Appliquées et Fondamentales

Par

Houichi Hanane

Sujet

Sur les opérateurs du paraproduit

Devant le jury :

Khalil Saadi	MC.A	Univ. de M'sila	Président
Moussai Madani	Pr.	Univ. de M'sila	Encadreur
Lakhel Aissa	MA.A	Univ.de M'sila	Examinateur

Promotion: 2013/2014

Résumé:

Soit l'opérateur de composition définie par $T : u \longrightarrow fou$·Il s'agit de caractériser la fonction réelle f définie sur l'axe réel $\mathbb{R}$, tel que T soit borné sur certains espace fonctionnels de type de Sobolev, de Besov et de Lizorkin-Triebel·

En utilisant les opérateurs du paraproduit , définis par J·M Bony à partir de la théorie de Littlwood-Paley et développés par Y· Meyer,pour la paralinéarisation·

Mots clés:opérateur du parapoduit,paralinéairtation,espaces de Lizorkin-Triebel,espace de Besov,espace Sobolev,composition·

Abstract:

Let $T : u \rightarrow fou$ the composition operator· This is characterize the real function f such that T acts on some fonctionnel spaces,like sobolev,besov and Lizorkin-Triebel·

For the paralinearization of Y·Meyer, we will use the paraproduct of J· M Bony in particular the Littlwood-Paly theory·

Key words:Paraproduct operator,Paralineatization,Lizorkin-Triebel spaces,Besov spaces,Sobolev spaces,Composition·

·

Notations :

Les notations suivantes seront utilisées le long de ce mémoire:

•$c^r = c(\mathbb{R}^n)$ espaces des fonctions continues·

•$c^\infty(\mathbb{R}^n)$ la classe des fonctions indéfiniument différentiebles·

•$s(\mathbb{R}^n)$ est la classe de schwartz telle que:

$$s(\mathbb{R}^n) = \left\{ f : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{C}, \lim_{|x|\rightarrow+\infty} x^k f^{(m)}(x) = 0 \right\}\cdot$$

•$s'(\mathbb{R}^n)$ son dual l'espace des distibutions temprérées tel que:

$$s'(\mathbb{R}^n) = \{T : |\langle T, f \rangle| \langle +\infty, \forall f \in s\}\cdot$$

•$D(\mathbb{R}^n)$ est l'espace des fonctions c^∞à support compact, $D'(\mathbb{R}^n)$ son dual·

•Pour $f \in s'(\mathbb{R}^n)$ $soit \hat{f} = Ff$ désigne sa transformée de Fourier, et $F^{-1}f$ sa transformée de Fourier inverse·

On a

$$\hat{f}(\xi) = Ff(\xi) = \int_{\mathbb{R}^n} e^{-ix\cdot\xi} f(\xi)\, d\xi \quad \text{et} \quad F^{-1}f(\xi) = (2\pi)^{-m} \int_{\mathbb{R}^n} e^{ix\xi} f(\xi)\, d\xi, (\forall \xi \in \mathbb{R}^n)\cdot$$

•H_p^s (Espace de Bessel) : est l'espace des fonctions $f \in S'(\mathbb{R}^n)$ où

$$\|f\|_{H_p^s(x)} = \left\| F^{-1}((1+|\xi|^2)^{\frac{s}{2}} \hat{f}(\xi)) \right\|_p \langle \infty \qquad (s \in \mathbb{R}, 1\langle p \langle \infty)\cdot$$

•Soit $r \in \mathbb{R}^+ \setminus \mathbb{N}$, $C^r(\mathbb{R}^n)$ est l'espace des Hölder des fonctions bornées muni de la norme

$$\|f\|_{C^r} = \|f\|_\infty + \sup_{x\neq y} \tfrac{|f(x)-f(y)|}{|x-y|^r}, \quad 0\langle r \langle 1\cdot$$

Table des matières

Introduction

Les opérateurs du paraproduit est une partie des opérateurs pseudo-différentiels, ont été utilisés par J.M Bony, puis developpé par Y.Meyer par la linéarisation de certains opérateur non lineaire, il faut introduire des espaces qui généralisent les Sobolev, en l'occurrence les espaces de Besov, de Trieble et potentiel de Bessel.Ces espaces eux même demandent des investigations, en particulier la composition.

Le travail est organisé en quatre chapitres:

• Dans le premier chapitre, on va rappeler les notions essentieles à savoir les inégalités de Hölder et Young, la théorie de Littlewood-Paley, les espaces de Sobolev·

• Dans le deuxiéme, et le troisieme chapitre, on va étudier des généralités sur les para-produits et paralinérisation d'apres Y.Meyer néczssaire pour composition·

• Dans le quatriéme chapitre, on va étudier la composition en utilisant dans l'espace de Besov et de Lizorkin-Triebel·

Conclusion

L'objet de travail est l'étudier les opérateurs du paraproduit tel que on présent plusieurs définitions spéciales paraproduit en: $\pi(a,u) = \sigma_a(x,D)$ et $\pi'(a,u) = \sum_{k=2}^{\infty} S_{k-2}(\eta) Q_k(u)$ tel que $a \in L^\infty$ et $u \in C^\mu(\mu)0$ non entier) et enfin on étudier application à la composition sur l'espace Besov et Lizerkin Trieble·

Bibliographie

[1] G.Metivier:Intégrales singulières.Cours DEA,Université de Renne, France,1981.

[2] Y.Meyer:Ondelettes et opérateurs, T.2, Paris, Hermann1990·

[3] M.Moussai :Cours d'analyse Harmonique, 2013/2014.

[4] M.Moussai:The composition in Lizorkin-Triebel spaces via paradifferential operators, Aparaitre dans Math Repports 13(63) , 2 (2011) , 151 − 17·

[5] J.Peetre:New thoughys on Besov spaces, Duke univ.Math.Serie1, Durham,1976·

[6] M. Yamazaki : A quasi-homogeneous version of paradifferential operators, I: Boundedness on spaces of Besov type.J. Fac. Sci. Univ. Tokyo, sect. IA Math. 33(1986) , 131-174. II: A Symbolic calculus. ibidem 33(1986) , 311-345.