



UNIVERSITÉ MOHAMED BOUDIAF M'SILA
FACULTÉ DE LA TECHNOLOGIE
DÉPARTEMENT DE GÉNIE ÉLECTRIQUE

Thèse de DOCTORAT 3^{ème} Cycle

Filière : Électrotechnique

Option : Électrotechnique

Thème

CARACTÉRISATION ET MODÉLISATION DU COMPORTEMENT
HYSTÉRÉTIQUE DES MATÉRIAUX FERROMAGNÉTIQUES

Présentée par : **BELGASMI Ibtissem**

Soutenue le 10/02/2022

Devant le jury composé de :

Président	BARKATI Said	Professeur, Université de M'sila
Rapporteur	HAMIMID Mourad	Professeur, Université de B-B-A
Examineur	MIMOUNE Souri Mohamed	Professeur, Université de Biskra
Examineur	HAMOU Nouri	Professeur, Université de Sétif
Examineur	LADGHEM CHIKOUCHE Brahim	MCA, Université de M'sila
Examineur	ABDOU Abdelhak	MCA, Université de M'sila

Année universitaire : 2021 /2022

Dédicace

À mon cher Père.

Sans lui, je n'y serai probablement pas arrivé.

Remerciements

Tout d'abord, merci au "الله" Tout-Puissant de m'avoir donné courage, santé, volonté et patience pendant ces années d'études.

J'exprime ma profonde reconnaissance à mes très chers parents, ainsi qu'à toute mon adorable famille (mes sœurs, mes frères, Nana, ma tante et mes neveux : ADEM et MOHAMMED), qui m'ont accompagnée tout au long de mes études avec leur amour inconditionnel et leur soutien constant.

Je veux adresser tous mes remerciements à mon directeur de thèse monsieur **Mourad HAMIMID**, Professeur à l'Université de BORDJ BOU ARRERIDJ. Monsieur HAMIMID, merci pour votre encadrement scientifique, merci pour votre soutien indéfectible durant la thèse et tes conseils avisés. Vous saviez comment m'aider selon mes besoins, toujours présent et rapide à me donner des commentaires détaillés sur mes divers travaux scientifiques. Je vous remercie très chaleureusement, travailler sur un tel sujet n'a pas été facile, mais bien qu'il reste encore des choses à faire, je suis très fier du travail que nous avons réalisé ensemble. Pour être honnête, je suis très chanceux d'être accompagné et guidé par vous, j'ai beaucoup appris de votre vision.

J'ai été profondément honoré que monsieur **BARKATI SAID**, Professeur à l'Université de M'SILA, ait accepté d'examiner mon travail et de présider le jury.

J'exprime ma gratitude et ma reconnaissance aux membres de jury, d'avoir acceptés de participer au jury et d'en faire le rapport scientifique : Monsieur **MIMOUNE SOURI MOHAMED**, Professeur à l'Université de BISKRA, Monsieur **HAMOU NOURI**, Professeur à l'Université de SÉTIF, Monsieur **LADGHEM CHIKOUCHE BRAHIM**, Maître de Conférences A à l'Université de M'SILA, Monsieur **ABDOU ABDELHAK**, Maître de Conférences A à l'Université de M'SILA.

Ma profonde gratitude à tous les enseignants qui ont contribué à ma formation académique, de l'école primaire à l'université. Que tous les enseignants du département **D'ÉLECTROMÉCANIQUE** à l'université de BORDJ BOU ARRÉRIDJ soient remerciés pour leur soutien et encouragements incessants.

Je remercie sincèrement monsieur **AHMED DJOUBAR**, maître de conférences à l'Université de M'SILA, pour son aide et ses innombrables services.

Que mes camarades doctorants, que j'ai pu côtoyer, trouvent ici mes remerciements pour l'esprit de grande camaraderie et de solidarité qui régnaient entre nous, et je remercie tous les membres du laboratoire de génie électrique (**LGE**) à l'université de M'SILA.

Je tiens également à remercier tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail, et un grand merci également à toutes les personnes qui ont été à mes côtés et m'ont aidé. J'ai probablement oublié beaucoup de personnes mais je veux que vous sachiez que je vous remercie aussi.

Ces dernières lignes sont pour mes amis, je leur dis merci pour tout le soutien et tous les encouragements qu'ils ont su me donner tout au long de ce travail et jusqu'au dernier instant.

Résumé

L'intérêt pour les matériaux ferromagnétiques ne se limite pas aux domaines industriels ou aux applications d'ingénierie, mais s'étend également à d'autres domaines plus importants et plus larges. L'importance de ces matériaux réside dans la connaissance et la compréhension de leurs caractéristiques magnétiques à différentes échelles, ainsi que dans la nécessité de comprendre le mécanisme physique responsable de ces caractéristiques. Nous nous sommes concentrés sur l'étude et la caractérisation du phénomène d'hystérésis de ces matériaux, car c'est le passage d'entrée qui nous permet de comprendre le comportement des matériaux ferromagnétiques, à travers des modèles d'hystérésis. De nombreux mathématiciens et physiciens se sont intéressés au développement de ces modèles pour décrire précisément le phénomène d'hystérésis.

Le modèle hystérésis de Jiles-Atherton est considéré comme un modèle mathématique basé sur des considérations purement physiques, il a été dérivé du comportement phénoménologique des matériaux ferromagnétiques. Ce modèle décrit l'hystérésis magnétique et est caractérisé par cinq paramètres, chacun d'entre eux ayant une nature physique. Ces paramètres physiques permettent de définir parfaitement les cycles d'hystérésis. Il nous a semblé nécessaire d'utiliser des méthodes d'identification et d'optimisation robustes, ce qui permet de revenir précisément à un jeu de paramètres pouvant générer des cycles d'hystérésis proches de celle obtenue à partir de l'expérimental. Deux types de méthodes d'identification ont été utilisés : des méthodes déterministes (la méthode de la sécante modifiée) et des méthodes stochastiques (algorithmes génétiques ; recherche de motifs stochastiques). Lors de la détermination de ces paramètres, nous nous sommes concentrés sur le paramètre de pinning (le paramètre d'accrochage), qui est un coefficient directement lié au champ magnétique coercitif et aux pertes par hystérésis dans le régime quasi-statique. Au lieu de sa valeur constante dans le modèle original, nous l'avons modifié pour qu'il devienne une fonction de flux magnétique ou une fonction de l'aimantation. Afin d'avoir un meilleur contrôle sur les cycles d'hystérésis résultants, et de les comparer avec les cycles expérimentaux.

Le modèle inverse de Jiles-Atherton est étendu pour décrire le comportement de la magnétisation des matériaux ferromagnétiques en régime dynamique. Une nouvelle formulation du champ effectif magnétique est basée sur l'équation de type visqueux décrivant le décalage temporel entre la densité de flux et le champ appliqué. La nouvelle expres-

sion proposée du champ effectif permet une bonne représentation du comportement de l'hystérésis magnétique en fonction de l'augmentation de la fréquence. Les pertes totales sont déterminées avec précision et pour valider cette proposition, les cycles d'hystérésis mesurées et simulées pour différentes fréquences sont comparées.

Les mots-clés — *Hystérésis, Modèle de Jiles-Atherton, Méthodes d'identification, La méthode de la sécante modifiée, Algorithmes génétiques, Recherche de motifs stochastiques, Le paramètre de pinning, Régime quasi-statique, Régime dynamique, Champ effectif, Pertes en excès, Équation de type visqueux, Effet de fréquence, Pertes fer* .

Abstract

The interest in ferromagnetic materials is not limited only to industrial fields or engineering applications, but also extends to other larger and broader fields. The importance of these materials lies in the knowledge and understanding of their magnetic characteristics at different scales, as well as the need to understand the physical mechanism that is responsible for these characteristics. We have focused on the study and characterization of the hysteresis phenomenon of these materials, as this is the gateway that allows us to understand the behavior of ferromagnetic materials, through hysteresis models. Many mathematicians and physicists have been interested in developing these models to accurately describe the hysteresis phenomenon.

The Jiles-Atherton hysteresis model is considered to be a mathematical model based on purely physical considerations, it was derived from the phenomenological behavior of ferromagnetic materials. This model describes magnetic hysteresis and it is characterized by five parameters, each of which has a physical nature. These physical parameters make it possible to perfectly define the hysteresis loops. It seemed necessary to use robust identification and optimization methods, which allow us to return precisely to a set of parameters that can generate hysteresis loops close to the one obtained from the experimental one. Two types of identification methods have been used: deterministic methods (the modified secant method) and stochastic methods (genetic algorithms; stochastic pattern search). When determining these parameters, we focused on the pinning parameter, which is a coefficient directly related to the coercive magnetic field and to hysteresis losses in the quasi-static regime. Instead of its constant value in the original model, we modified it to become a function of magnetic flux density or a function of magnetization. In order to have better control over the resulting hysteresis loops, and to compare them with the experimental loops.

The inverse Jiles-Atherton model is extended to describe the magnetization of ferromagnetic material behavior in dynamic regime. A new formulation of the magnetic effective field is based on the viscous-type equation, describing the time lag between the flux density and the applied field. The new proposed expression of the effective field allows a good representation of the magnetic hysteresis behavior regarding the frequency increase. The total losses are accurately determined and to validate these proposal approaches, a measured and simulated hysteresis loops for different frequencies are compared.

The keywords — *Hysteresis, Jiles-Atherton Model, Identification methods, The modified secant method, Genetic Algorithms, Stochastic pattern search, The pinning parameter, Quasi-static regime, Dynamic regime, Effective field, Excess losses, Viscous-type equation, Frequency effect, Iron losses.*

الملخص

لا يقتصر الاهتمام بالمواد المغناطيسية الحديدية على المجالات الصناعية أو التطبيقات الهندسية فحسب، بل يمتد أيضاً إلى مجالات أخرى أكبر وأوسع. تكمن أهمية هذه المواد في معرفة وفهم خصائصها المغناطيسية على مستويات مختلفة، فضلاً عن الحاجة إلى فهم الآلية الفيزيائية المسؤولة عن هذه الخصائص. ركزنا على دراسة وتوصيف ظاهرة التباطؤ لهذه المواد، حيث أن هذه الظاهرة هي البوابة التي تسمح لنا بفهم سلوك المواد المغناطيسية، من خلال نماذج التخلفية. اهتم العديد من علماء الرياضيات والفيزياء بتطوير هذه النماذج لوصف ظاهرة التخلفية بدقة.

يعتبر نموذج Jiles-Atherton للتباطؤ نموذجاً رياضياً يعتمد على اعتبارات فيزيائية بحتة، وقد تم اشتقاقه من السلوك الفينومينولوجي للمواد المغناطيسية. يصف هذا النموذج التباطؤ المغناطيسي ويتميز بخمس معاملات، لكل منها طبيعة فيزيائية. هذه المعلمات الفيزيائية تجعل من الممكن تحديد حلقات التخلفية بشكل مثالي. بدأ لنا أنه من الضروري استخدام أساليب تحديد وتحسين قوية، مما يجعل من الممكن العودة بدقة إلى مجموعة من المعلمات التي يمكن أن تولد دورات تخلفية قريبة من تلك التي تم الحصول عليها من التجربة. تم استخدام نوعين من طرق تحديد الهوية: الطرق الاحتمية (طريقة القاطع المعدلة) والطرق العشوائية (الخوارزميات الجينية؛ البحث عن الأنماط العشوائية). عند تحديد هذه المعلمات، ركزنا على معلمة التثبيت، وهي معامل يرتبط ارتباطاً مباشراً بالمجال المغناطيسي القسري وخسائر التباطؤ في النظام شبه الثابت. بدلاً من قيمته الثابتة في النموذج الأصلي، قمنا بتعديله ليصبح دالة لكثافة التدفق المغناطيسي أو دالة للمغنطة. من أجل التحكم بشكل أفضل في دورات التخلفية الناتجة، ومقارنتها مع الحلقات التجريبية.

تم تمديد نموذج Jiles-Atherton المعكوس ليصف مغنطة سلوك المواد المغناطيسية الحديدية في النظام الديناميكي. تعتمد صياغة جديدة للمجال المغناطيسي الفعال على معادلة النوع اللزج التي تصف الفارق الزمني بين كثافة التدفق والمجال المطبق. يسمح

التعبير الجديد المقترح للمجال الفعال بتمثيل جيد لسلوك التباطؤ المغناطيسي فيما يتعلق بزيادة التردد. يتم تحديد الخسائر الإجمالية بدقة وللتحقق من صحة هذا الاقتراح، تتم مقارنة حلقات التباطؤ المقاسة والمحاكاة للترددات المختلفة.

الكلمات الرئيسية :

التباطؤ، نموذج Jiles-Atherton، طرق التعريف، طريقة القاطع المعدلة، الخوارزميات الجينية، البحث عن النمط العشوائي، معلمة التثبيت، النظام شبه الثابت، النظام الديناميكي، المجال الفعال، الخسائر الزائد، معادلة النوع اللزج، تأثير التردد، خسائر الحديد.

Table des matières

Dédicaces	i
Remerciements	ii
Résumé	v
Abstract	vii
Liste des symboles	xxiii
Introduction Générale	3
1 PHYSIQUE DU MAGNÉTISME	4
1.1 Introduction	4
1.1.1 Échelle atomique	5
1.1.2 Échelle nanoscopique	5
1.1.3 Échelle microscopique	5
1.1.4 Échelle mésoscopique	5
1.1.5 Échelle macroscopique	6
1.2 Dates importantes de l'histoire magnétique	6
1.3 Physique du magnétisme	7
1.3.1 Moment magnétique et l'alimentation	8
1.3.1.1 Les moments magnétiques	8
1.3.1.2 L'aimantation	10
1.3.2 Relation entre le champ magnétique H , l'aimantation M et l'induction magnétique B	10
1.3.3 Aimantation de saturation	11
1.3.4 Perméabilité et susceptibilité	11
1.4 Classification des matériaux magnétiques	13
1.4.1 Les matériaux diamagnétiques	14
1.4.2 Les matériaux paramagnétiques	15
1.4.3 Les matériaux antiferromagnétiques	17
1.4.4 Les matériaux ferromagnétiques	18
1.5 Hystérésis	22
1.5.1 Courbe de première aimantation	22
1.5.2 Cycle d'hystérésis	25
1.5.3 Susceptibilités et les cycles d'hystérésis	27
1.5.4 L'énergie de l'aimantation	30
1.6 Mécanisme de l'aimantation	31

1.6.1	Configuration en domaines magnétiques	33
1.6.1.1	L'énergie d'échange	34
1.6.1.2	L'énergie démagnétisante	35
1.6.1.3	L'énergie d'anisotropie (énergie magnéto-cristalline)	36
1.6.1.4	L'énergie magnétostatique (énergie de Zeeman)	37
1.6.2	Les parois de domaines magnétiques	37
1.7	Processus de l'aimantation	38
1.8	Classification des matériaux ferromagnétique	40
1.8.1	Les matériaux durs	41
1.8.2	Les matériaux doux	41
1.9	Les tôles magnétiques	42
1.10	Conclusion	42
2	Modèles d'Hystérésis Magnétique	44
2.1	Introduction	44
2.2	Présentation des modèles analytiques	45
2.2.1	Modèle de Rayleigh	45
2.2.2	Modèle de Fröhlich	47
2.2.3	Modèle de Potter	49
2.2.4	Modèle à fonctions multiples	50
2.2.5	Modèle à fonctions auxiliaires	51
2.2.6	Modèle Polynomial	54
2.3	Modèle d'Ising	54
2.4	Modèle de l'astroïde (Stoner-Wohlfarth)	56
2.5	Modèle d'Amir Nouredine	57
2.6	Les modèles de type Chua	58
2.7	Modèle de Preisach	59
2.8	Modèle de Jiles-Atherton	60
2.9	Les modèles dynamiques	62
2.9.1	Modèle de Duhem	62
2.9.2	Modèle de Preisach-Bertotti	63
2.9.3	Modèle de Kedous-Chevalier (Loss surface : LS)	63
2.9.4	Modèle de Jiles- Szczyglowski	64
2.9.5	Autres modèles dynamiques	65
2.10	Conclusion	65
3	Modélisation des pertes et les techniques des caractérisations	67
3.1	Introduction	67
3.2	Les pertes fer	67
3.2.1	Les pertes par hystérésis	68
3.2.2	Les pertes par courants induits	69
3.2.3	Les pertes excédentaires	71
3.3	Modèles pour le calcul des pertes fer	71
3.3.1	Approche de Steinmetz (1892)	71
3.3.2	Modèle de Pry et Bean (1958)	72
3.3.3	Principe de séparation de pertes : Modèle Bertotti (1986)	73
3.4	Les techniques des caractérisations des matériaux magnétiques	74
3.4.1	Principe et dispositifs de caractérisation des matériaux magnétiques	74
3.4.1.1	Les Hystérésismètres	75

3.4.1.2	Les magnétomètres	75
3.5	Méthodes de caractérisation magnétique	77
3.5.1	Méthode de mesure standard	77
3.6	Circuits de mesure des caractéristiques magnétiques	79
3.6.1	Mesure sur le tore (ring core measurement) (un circuit fermé privilégié)	79
3.6.1.1	Enroulement d'excitation	79
3.6.1.2	Enroulement de mesure de flux d'induction	80
3.6.1.3	Le noyau torique	80
3.6.2	Le cadre d'Epstein (Epstein frame)	81
3.6.3	Le cadre à bande unique (Essai sur tôle unique) (Single sheet tester SST)	82
3.7	Conclusion	83
4	Étude approfondie du modèle Jiles-Atherton	84
4.1	Introduction	84
4.2	Formulation du modèle (J-A) en régime quasi-statique	85
4.2.1	Le comportement anhystérétique	85
4.2.2	L'aimantation normale	89
4.3	Établissement du modèle (J-A)	89
4.3.1	Perte d'énergie due au mouvement les parois des domaines (à travers les sites d'épinglages)	90
4.3.2	Processus d'aimantation irréversible	91
4.3.3	Mouvement d'une paroi flexible	93
4.3.4	Processus d'aimantation réversible	94
4.4	Dérivation du modèle statique original de Jiles-Atherton	97
4.5	Le modèle quasi statique inverse (extension du modèle direct)	98
4.6	La résolution numérique pour le modèle de J-A	102
4.7	Développement un programme pour simuler le modèle de (J-A)	103
4.7.1	Effet des paramètres du modèle de (J-A) sur la forme du cycle d'hystérésis	104
4.7.1.1	Effet du paramètre $\{a\}$	105
4.7.1.2	Effet du paramètre $\{\alpha\}$	105
4.7.1.3	Effet du paramètre $\{k\}$	106
4.7.1.4	Effet du paramètre $\{c\}$	107
4.8	Identification et optimisation paramétrique du modèle (J-A)	108
4.9	Détermination des paramètres du modèle (J-A)	109
4.9.1	Techniques d'identification des paramètres de (J-A) par la méthode itérative	112
4.9.2	Techniques d'identification par la méthode de la sécante modifiée	113
4.9.3	Validation de l'algorithme itératif	114
4.10	Conclusion	117
5	Extension dynamique du modèle de Jiles-Atherton	118
5.1	Introduction	118
5.2	Le modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton en régime dynamique	118
5.2.1	Modèle dynamique (J-A) pour les matériaux magnétiques non-conducteurs	119

5.2.2	Modèle (J-A) en régime dynamique pour les matériaux magnétiques conducteurs	120
5.2.2.1	Modèle dynamique direct (J-A)	120
5.2.2.2	Modèle dynamique inverse (J-A)	123
5.3	Modèle hybride dynamique	124
5.4	Nouvelle formulation du modèle dynamique inverse	126
5.4.1	Le modèle de Jiles-Atherton modifié	127
5.4.2	Le modèle inverse modifié de Jiles-Atherton	129
5.5	Modèle des paramètres (J-A) modifiés	129
5.6	Extension dynamique du modèle inverse modifié de Jiles-Atherton	133
5.6.1	Le modèle dynamique de J-A basé sur la viscosité magnétique	135
5.6.2	Modèle de type visqueux magnétique	135
5.6.3	Validation du modèle	139
5.7	Conclusion	145
	Conclusion Générale	148
	Annexe A	150
	Références	151

Table des figures

1.1	Différentes échelles d'étude du magnétisme	5
1.2	La structure atomique, a) Le mouvement dans les atomes, b) Moment magnétique de la boucle de courant élémentaire.	8
1.3	Le moment magnétique orbital	9
1.4	Matériaux diamagnétique, a) Moments magnétiques, b) Comportement diamagnétique	14
1.5	Matériaux paramagnétiques, a) Moments magnétiques, b) Comportement paramagnétique	16
1.6	Variation de la susceptibilité en fonction de la température dans les matériaux paramagnétiques	16
1.7	Matériaux antiferromagnétiques, a) Configuration des moments magnétiques, b) Variation de la susceptibilité en fonction de la température . . .	18
1.8	Matériau ferromagnétique, a) Courbe de première aimantation :, b) Variation des structures de domaine avec le champ appliqué	19
1.9	Cycle d'Hystérésis, a) La caractéristique ($B - H$), b) La caractéristique ($M - H$)	19
1.10	La variation de : a) L'aimantation, b) La susceptibilité, avec la température dans les matériaux ferromagnétiques.	20
1.11	Cycles d'hystérésis à des températures proches du point de Curie, $T_1 < T_2 < T_3 < T_4, T_4 \approx T_c$	20
1.12	L'arbre familial des matériaux magnétiques	22
1.13	Courbe de première aimantation, Cycles mineurs, et différents types de la susceptibilité	23
1.14	Variation des susceptibilités pendant l'aimantation initiale	24
1.15	Courbe d'aimantation anhystérétique	25
1.16	Cycle d'hystérésis	26
1.17	Stabilisation du cycle d'hystérésis	26
1.18	Les cycles d'hystérésis avec différentes valeurs de champ magnétique. . . .	27
1.19	Stabilisation des cycles mineurs	27
1.20	Variation de la susceptibilité différentielle avec le champ magnétique	28
1.21	Les cycles mineurs le long du cycle d'hystérésis	28
1.22	Variation de la susceptibilité réversible	29
1.23	Cycles d'hystérésis et la courbe de commutation	29
1.24	L'énergie nécessaire pour magnétiser une unité de volume du matériau . . .	30
1.25	État énergétique du cycle d'hystérésis	31
1.26	Configurations des domaines dans les matériaux ferromagnétiques	31
1.27	Mécanisme d'aimantation	32
1.28	L'effet Barkhausen dans le processus de l'aimantation	33

1.29	Configuration en domaines magnétiques, (a) en l'absence du champ magnétique extérieur, (b) en présence du champ magnétique extérieur.	34
1.30	Mouvement de l'électron commun et l'alignement des moments magnétiques.	35
1.31	a) Structures cristallographiques, b) Alignement moments magnétiques, c) Application du champ magnétique	36
1.32	Illustration énergie magnétostatique	37
1.33	a) Les parois du domaine orientées à 180°, b) Les parois du domaine orientées à 90°.	38
1.34	Rotation des moments magnétiques dans une paroi de Bloch à 180°	38
1.35	Processus d'aimantation	40
1.36	Les grandes classes de matériaux magnétiques industriels	40
1.37	Cycle d'hystérésis pour des matériaux durs	41
1.38	Cycle d'hystérésis pour des matériaux doux	42
2.1	Cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Rayleigh	47
2.2	Cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Fröhlich	49
2.3	Le cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Potter, (a) $M(H)$, (b) $B(H)$	50
2.4	Cycle majeur d'hystérésis modélisé avec le modèle à fonctions multiples	51
2.5	Le cycle d'hystérésis et les fonctions auxiliaires	54
2.6	Représentation $2D$ d'un réseau cristallin et moments magnétiques	55
2.7	Les moments magnétiques voisins du moment i	55
2.8	(a) Commutateur magnétique (b) Plan de Preisach	60
3.1	Séparation des pertes : pertes par hystérésis, classiques, et par excès	68
3.2	Courants induits microscopiques lors du déplacement d'une paroi à 180°	69
3.3	Développement de courants induits dans l'épaisseur d'une tôle	69
3.4	Gonflement du cycle d'hystérésis en régime dynamique, (a). Cycles d'hystérésis à , (b). Cycles d'hystérésis à	70
3.5	Modèle de Pry et Bean représentant une section de la tôle, (a) état désaimanté, (b) état aimanté.	73
3.6	Schéma de principe de l'hystérésigraphe	75
3.7	Schéma électronique d'un magnétomètre à gradient de champ alternatif	76
3.8	V.S.M fonctionnant dans un solénoïde supraconducteur.	77
3.9	Schéma de principe du dispositif expérimental utilisé pour mesurer le champ magnétique (circuit magnétique quelconque et circuit torique ouvert)	78
3.10	Le Tore	79
3.11	L'enroulement d'excitation	80
3.12	Coupe dans un circuit torique	80
3.13	Représentation schématique du cadre d'Epstein	81
3.14	Représentation schématique du cadre à bande unique	83
4.1	Courbe d'aimantation anhystérétique	86
4.2	Les courbes : d'aimantation initiale et d'aimantation anhystérétique expérimentales	89
4.3	Saut brusque de paroi sous l'action d'un champ extérieur	92
4.4	Flexion d'une paroi du domaine sous l'action d'un champ. La paroi est épinglée aux frontières et se développe à la manière d'une membrane élastique comme décrit par Kersten et Néel	93

4.5	Courbure d'une paroi entre deux sites d'ancrage sous l'influence de champ magnétique extérieur d'après	95
4.6	Comportement non physique au voisinage de la saturation d'un cycle majeur	100
4.7	Courbes d'aimantation d'anhystrétique et d'hystérésis	101
4.8	Courbe d'aimantation de : (a) irréversible, (b) réversible, (c) anhystrétique et (d) l'aimantation totale.	102
4.9	Cycle d'hystérésis théorique résultant	104
4.10	Effet du paramètre a sur l'allure du cycle d'hystérésis	105
4.11	Effet du paramètre α sur l'allure du cycle d'hystérésis	106
4.12	Effet du paramètre k sur l'allure du cycle d'hystérésis	107
4.13	Effet du paramètre c sur l'allure du cycle d'hystérésis	107
4.14	La courbe d'interprétation montre divers paramètres expérimentaux nécessaires à l'identification	110
4.15	Organigramme de procédure d'identification des paramètres du modèle de (J-A)	114
4.16	Cycle d'hystérésis d'un matériau doux	115
4.17	Cycle d'hystérésis d'un matériau dur	116
5.1	Cycles (B-H) simulées et mesurées à 50Hz	131
5.2	Cycles (B-H) simulées et mesurées à 100Hz	132
5.3	Champ magnétique simulé et mesuré à 100 Hz	132
5.4	La variation de champ magnétique, pour k une fonction gaussienne	133
5.5	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 10Hz	134
5.6	Erreur quadratique et les meilleurs coefficients obtenus à ($B_{max} = 1.4$ T) .	140
5.7	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 50Hz	140
5.8	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 100Hz	141
5.9	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 200Hz avec $\nu = 2$	141
5.10	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 250Hz avec $\nu = 2$	142
5.11	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 300Hz avec $\nu = 2$	142
5.12	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 200Hz avec ν variable	143
5.13	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 250Hz avec ν variable	143
5.14	Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 300Hz avec ν variable	144
5.15	Évolution des pertes de puissance modélisées et mesurées à différentes fréquences	144
5.16	Évolution des erreurs entre les pertes de puissance modélisées et mesurées à différentes fréquences	145
5.17	Représentation graphique de la méthode de la sécante	149

Liste des tableaux

1.1	Les susceptibilités magnétiques des différents comportements magnétiques .	12
1.2	Susceptibilités des matériaux diamagnétiques	15
1.3	La susceptibilité magnétique de certains matériaux paramagnétiques	17
1.4	Aimantation à saturation des matériaux ferromagnétiques	21
1.5	Températures de Curie des matériaux ferromagnétiques	21
4.1	Quelques expressions de la fonction anhystérétique	88
4.2	Les significations physiques des paramètres du modèle de (J-A)	100
4.3	Les pointes de références de cycle du programme et de cycle de référence .	104
4.4	Paramètres identifiés par la méthode itérative	112
4.5	Paramètres d'un matériau doux	115
4.6	Paramètres d'un matériau durs	116
5.1	Résultats des paramètres identifiés	131
5.2	Caractéristiques physiques des tôles	133
5.3	Paramètres identifiés dans le cas quasi- statique	134
5.4	Les nouveaux paramètres dynamiques	139

Liste des symboles

A	Potentiel vectoriel magnétique
a	Constant avec l'unité $1/V \text{ sm}$ Paramètre du modèle polynomial lié au cycle d'hystérésis mineur Paramètre du modèle Jiles-Atherton
a_1, a_2	Paramètres proposés par Akbaba du modèle de Fröhlich
a, a_i	Paramètres d'approximation du modèle à fonction multiples
a_0, a_1, a_2	Paramètres du modèle à fonction auxiliaires
a'_1, a'_2	Les nouveaux coefficients du modèle à fonction auxiliaires
α	Constante de champ magnétique moyenne Constante de Néel Paramètre du modèle de Fröhlich Paramètre du modèle de Potter Paramètre du modèle de <i>Preisach</i> Paramètre du modèle de Jiles-Atherton Constante de l'approche de Steinmetz Constante d'amortissement
B	Induction magnétique
B_s	Induction magnétique à saturation
$B_{max} B_m$	Induction magnétique maximale
B_r	Induction magnétique rémanente
B_e	Induction magnétique effective
B_1, B_2	Fonctions de l'induction du modèle à fonction auxiliaires
B_{mes}	Induction magnétique mesurée
B_{sim}	Induction magnétique simulée
b_1, b_2	Paramètres proposés par Akbaba du modèle de Fröhlich
b, b_i	Paramètres d'approximation du modèle à fonction multiples
b_1, b_2	Paramètres du modèle à fonction auxiliaires
β	Paramètre du modèle de Fröhlich Paramètre du modèle de <i>Preisach</i> Constante de l'approche de Steinmetz Facteur géométrique Facteur de forme

C	Constante de Curie
C'	Constante
C_{edd}	Coefficient associé aux pertes par courants de Foucault
C_{exc}	Coefficient associé aux pertes excédentaires
C_{hys}	Coefficient associé aux pertes par hystérésis
C_1, C_2	Coefficient dynamique du modèle Jiles-Atherton
c_1, c_2	Les nouveaux coefficients du modèle à fonction auxiliaires
c	Paramètre du modèle de Jiles-Atherton
d	Épaisseur de la tôle Largeur moyenne des domaines magnétique Dimension de section
E	Champ électrique
E_{ech}	Énergie d'échange
E_d	Énergie démagnétisante
E_{mc}	Énergie magnéto-cristalline
E_z	Énergie Zeeman
E_{pin}	Énergie d'épinglage total
E'	Énergie de la surface de la paroi
E_{loss}	Énergie perdue pour surmonter les sites d'épinglage
e	Charge élémentaire d'électron
ε_{pin}	Énergie d'épinglage
ε_c	Précision désirée
η	Constante de Rayleigh
F	Force de Lorentz
f	Fréquence
G	Coefficient des frottements entre les domaines magnétiques Constante de pertes excédentaires Paramètre de fonction gaussienne du coefficient d'épinglage
g	Magnéto-résistance dynamique
γ	Conductivité des noyaux magnétiques Facteur gyromagnétique
H	Champ magnétique
H_m, H_{max}	Champ magnétique maximum
H_c	Champ magnétique coercitif
H_{ext}	Champ magnétique externe

H_d	Champ démagnétisant
H_{int}	Champ magnétique interne
H_{dyn}	Champ magnétique dynamique
H_{stat}	Champ magnétique statique
H_{edd}	Champ magnétique associé aux courants de Foucault
H_{exc}	Champ magnétique associé aux parois de domaines (excédentaire)
H_0	Potentiel interne supporté par les parois
	Champ magnétique de seuil
H_{mes}	Champ magnétique mesuré
H_{mod}	Champ magnétique modélisé
h	Constante de Planck
I_i	Courant de boucle élémentaire
I	Courant d'excitation
i	Courant
J	Couplage magnétique
j	Courant induit
\mathcal{J}	Interaction d'échange
K	Paramètre du modèle à fonction multiples lié au cycle d'hystérésis mineur
	Facteur d'anomalie du modèle de Pry et Bean
K_1, K_2	Constantes d'anisotropie magnéto-cristalline
k_B	Constante de Boltzmann
k	Paramètre du modèle de Jiles-Atherton
$k_{c,i}, k_{exc}$	Constante de l'approche de Steinmetz
k_1, k_2, k_3	Paramètres de fonction non-linéaire de l'aimantation du coefficient d'épinglage
l	Longueur du chemin magnétique
$\mathcal{L}(x)$	Fonction de Langevin de x
λ	Fréquence de relaxation
M	Aimantation
M_r	Aimantation rémanente
M_{rm}	Aimantation rémanente du cycle d'hystérésis mineur
M_0	Aimantation à saturation (aimantation spontanée à $0K$)
M_s	Aimantation à saturation
M_{rev}	Aimantation réversible
M_{irr}	Aimantation irréversible
M_{an}	Aimantation anhystérétique

m	Moment magnétique
m_e	Masse de l'électron
m_0	Moment magnétique orbital de l'électron
m_s	Moment magnétique de spin de l'électron
m_t	Moment magnétique total de l'électron
μ	Perméabilité magnétique
μ_r	Perméabilité magnétique relative
μ_0	Perméabilité magnétique du vide
μ_{in}	Perméabilité magnétique initiale
ν	Vitesse Force électromotrice induite Exposant de l'équation de type viscosité
N	Tenseur des coefficients de démagnétisation adimensionnels
N_x, N_y, N_z	Coefficients de démagnétisation
n	Nombres d'atomes magnétiques par unité de volume Dipôles magnétiques atomiques élémentaires par unité de volume
n_1, n_2	Nombre de spires des bobines 1 et 2
n	Pulsation naturelle
r	Pulsation de résonance
P	Pression excessive
P_h	Pertes volumétrique par hystérésis
$P_{c,i}$	Pertes volumétriques par courants induits
P_{exc}	Pertes volumétriques excédentaires
ϕ	Flux magnétique
θ	Angle
Ψ	Potentiel scalaire magnétique
Q	Charge électrique
R_{moy}	Rayon moyen
R_m	Constante de l'équation Landau-Lifshitz-Gilbert
r	Rayon e la courbure
r_i	Rayon intérieur
r_e	Rayon extérieur
ρ	Résistivité
S	Section

Surface transverse du matériau feuilleté

σ	Conductivité écart-type de fonction gaussienne
T	Température Période
T_c	Température de Curie Température critique
T_N	Température de Néel
t	Temps
τ	Instant Couple
u_z	Vecteur unitaire dans la direction de l'axe des z
V	Volume
V_0	Paramètre micro-structurel du matériau corrélé à la taille des gains
δ	Paramètre directionnel l'épaisseur des parois
W	Énergie
W_f	Énergie fournie au matériau
W_{mag}	Énergie magnétostatique
W_{hyst}	Pertes par hystérésis
W_{edd}	Pertes par courants de Foucault
W_{exc}	Pertes supplémentaires (excédentaires)
w	Lageur de tôle
χ	Susceptibilité magnétique
χ_{in}	Susceptibilité magnétique initiale
χ_{rev}	Susceptibilité magnétique réversible (incrémentale)
χ_{diff}	Susceptibilité magnétique différentielle
χ_{tot}	Susceptibilité magnétique totale
χ_{max}	Susceptibilité magnétique maximale
x	Déplacement linéaire
x, y	Coordonnées de la courbure
y	Distance entre deux sites d'ancrages

Liste des acronymes

<i>GNO</i>	Grains Non Orientés
<i>GO</i>	Grains Orientés
<i>2D</i>	Deux dimensions
<i>Fe – Si</i>	Fer Silicium
<i>(J – A)</i>	Modèle d’Hystérésis de Jiles-Atherton direct
<i>(MIJA)</i>	Modèle d’Hystérésis de Jiles-Atherton inversé modifié

Introduction Générale

Les matériaux magnétiques ne sont pas seulement importants pour la fabrication des machines électriques (dans divers domaines industriels), mais aussi pour la technologie qui favorise l'innovation et le progrès scientifiques. Ces matériaux ont une riche histoire avec l'humanité, depuis la découverte de la magnétite jusqu'à nos jours. La plupart des gens savent seulement que le magnétisme en tant qu'attraction et répulsion, mais c'est beaucoup plus profond, c'est un phénomène physique très intéressant. Ce phénomène est devenu une nécessité pour de nombreux dispositifs simples, de l'intérieur des maisons aux dispositifs complexes à l'intérieur des laboratoires de recherche scientifique dans tous les domaines. L'une des recherches scientifiques les plus importantes à l'heure actuelle est de se concentrer sur les différentes propriétés de ces matériaux à toutes les échelles physiques microscopique, mésoscopique et macroscopique [1]. D'un point de vue magnétique [2], les matériaux les plus importants en électrotechnique sont les matériaux ferromagnétiques. En raison de leur comportement magnétique, cela en fait un vaste domaine de recherche, et en raison des "noyaux magnétiques" qui sont au cœur des dispositifs et systèmes électromagnétiques, les matériaux ferromagnétiques entrent dans leur construction. Le comportement magnétique non-linéaire de type hystérétique est l'une des caractéristiques distinctives de ces matériaux. C'est un phénomène inspirant en raison de sa complexité et de sa variabilité d'un matériau à l'autre, qui expliquent pourquoi les physiciens, les ingénieurs et les techniciens sont intéressés par l'étude de ces caractéristiques de manière très détaillée. Ce dernier interfère avec toutes les compositions de dispositifs électromagnétiques [3, 4, 5].

Le travail de base de ces dispositifs est la conversion de l'énergie, en outre, il y a un échange électrique et magnétique dans le noyau du matériau magnétique. On peut dire que ce phénomène microscopique est l'une des nombreuses raisons de cette énergie, qui apparaît le plus souvent sous forme de chaleur. Bien entendu, ce sont des pertes, également appelées pertes fer. D'après les résultats de fonctionnement de ces dispositifs, il y a des pertes fer, qui conduisent à une réduction de leur efficacité. Si nous pouvons obtenir une estimation de ces pertes avant de fabriquer ces machines, nous serons en mesure de gagner beaucoup de temps et d'efforts.

Selon l'interprétation de certains physiciens sur les pertes par hystérésis qu'ils considèrent la puissance dissipée dans le circuit magnétique est due au mouvement des parois

magnétiques et la rotation des moments dans les domaines magnétiques quand un champ magnétique externe est appliqué [6].

Dans les applications techniques et d'ingénierie, la conception d'équipements électromagnétiques à haute efficacité nécessite une détermination précise des cycles d'hystérésis à un régime de haute fréquence, ainsi qu'une détermination et une prédiction précises des pertes d'hystérésis. Il existe de nombreuses méthodes de prévision et d'estimation de ces pertes, toutes basées sur les méthodes suivantes : les méthodes empiriques, la séparation des pertes et les modèles d'hystérésis [7].

La modélisation de l'hystérésis a une grande importance dans le domaine des matériaux magnétiques utilisés dans l'ingénierie électrique, où l'étude des propriétés magnétiques est essentielle pour obtenir des résultats fiables. Pour obtenir une détermination précise des pertes de fer, plusieurs chercheurs ont essayé de donner une compréhension approximative du phénomène d'hystérésis à travers différents modèles d'hystérésis décrivant les caractéristiques non linéaires du matériau ferromagnétique. Certains d'entre eux sont de nature physique, tandis que d'autres ignorent le comportement physique du matériau. Cette diversité de modèles montre bien la difficulté rencontrée lors de la représentation du comportement magnétique hystérétique des matériaux.

Tout le contenu mentionné ci-dessus sera discuté en détail, divisé en cinq chapitres. Au début du premier chapitre, nous allons présenter le concept du magnétisme à travers les matériaux magnétiques en donnant un aperçu de leur origine au niveau de plusieurs échelles d'étude à partir de l'échelle atomique, de plus, un rappel historique sera fait sur le domaine du magnétisme. Ensuite, on aura donné une description des principaux phénomènes physiques liés au magnétisme. Après cela, on exposera le mécanisme de l'hystérésis et on étudiera l'organisation du matériau, l'existence et le déplacement des parois ainsi que les différents types d'énergie, et on donnera la classification des matériaux magnétiques. La dernière section de ce chapitre présentera spécifiquement la caractérisation des matériaux ferromagnétiques en expliquant le mécanisme d'aimantation, l'hystérésis et la classification de ces matériaux, et les divers phénomènes associés à l'origine des pertes magnétiques.

Dans le deuxième chapitre, les principaux modèles hystérésis, analytiques, phénoménologiques et physiques existants et leur développement dans la littérature scientifique seront présentés. Ce chapitre est divisé en deux parties, la première sera une description des modèles analytiques basés sur une représentation mathématique du comportement hystérésis. La deuxième partie de ce chapitre présente les modèles de type physique basés sur la compréhension du mécanisme physique à l'origine du phénomène non linéaire des matériaux magnétiques.

Le troisième chapitre se focalise en première partie sur la modélisation des pertes fer, l'évolution de ces pertes et les lois de la physique qui contrôlent ces pertes. La deuxième partie du chapitre concerne les outils de mesure ou les techniques de mesure utilisés qui

permettent de construire des courbes caractéristiques des matériaux magnétiques.

Le quatrième chapitre, sera consacré à la modélisation de l'hystérésis magnétique en utilisant le modèle de Jiles-Atherton. Nous procéderons à un examen approfondi de ce modèle. On commencera par la présentation générale du modèle hystérésis (J-A), ensuite on donnera la simulation et la validation de ce modèle. Enfin une technique d'identification des paramètres de ce modèle sera présenté. Afin de valider l'efficacité de cette méthode, les cycles obtenus sont comparés avec des cycles théoriques pour deux types de matériaux (doux et durs).

Dans le dernier chapitre, on présentera le développement et l'extension du modèle d'hystérésis (J-A) dans les régimes statique et dynamique. Dans le régime statique, nous expliquerons également notre proposition pour modifier le paramètre d'ancrage du modèle (J-A) sans l'influence de la fréquence. Dans le régime dynamique nous présenterons une nouvelle formulation de ce modèle, qui permet de contrôler la forme des cycles d'hystérésis dans le ce régime. Les résultats de cette nouvelle formulation seront comparés à des mesures effectuées sur des bancs d'essais pour différentes fréquences. Le dispositif testé est le cadre Epstein, où les tôles magnétiques (de type Fe-Si 3% à grain non-orienté) sont caractérisées.

Nous terminerons par une conclusion générale où seront rassemblés les principaux résultats.

Chapitre 1

PHYSIQUE DU MAGNÉTISME

1.1 Introduction

L'évolution de la recherche scientifique est centré sur ce que les matériaux, leurs caractéristiques et comment ils ont interagi dans n'importe quel dispositif concernant tous les domaines industriels, médicaux, technologies, etc. . .

Les matériaux magnétiques sont l'un des matériaux les plus importants que nous ayons à notre époque. Ces matériaux ont été étonnamment et impressionnant utile en particulier dans le domaine industriel se manifeste dans la construction des machines électriques, les transformateurs et les relais électromécaniques, pour le transport(les trains à sustentation magnétique, freinage magnétique,...), et la technologie (le stockage d'informations sur les ordinateurs, les enregistreurs d'images, l'enregistrement du son comme le disque dur, la bande magnétique,...), et ils ont utilisé par les physiciens dans leurs expériences comme l'accélérateur de particules (le grand collisionneur d'hadrons). Sans oublier le rôle important que jouent ces matériaux dans le domaine médical (IRM : Imagerie par résonance magnétique). Il est donc important de tout savoir sur les matériaux magnétiques à plusieurs échelles d'étude à partir de l'échelle atomique. Pour mieux comprendre les effets macroscopiques que nous observons, il faut imaginer ces effets comme le résultat d'effets microscopiques. Par conséquent, nous avons distingué plusieurs échelles de recherche magnétiques [8], comme le montre la figure 1.1.

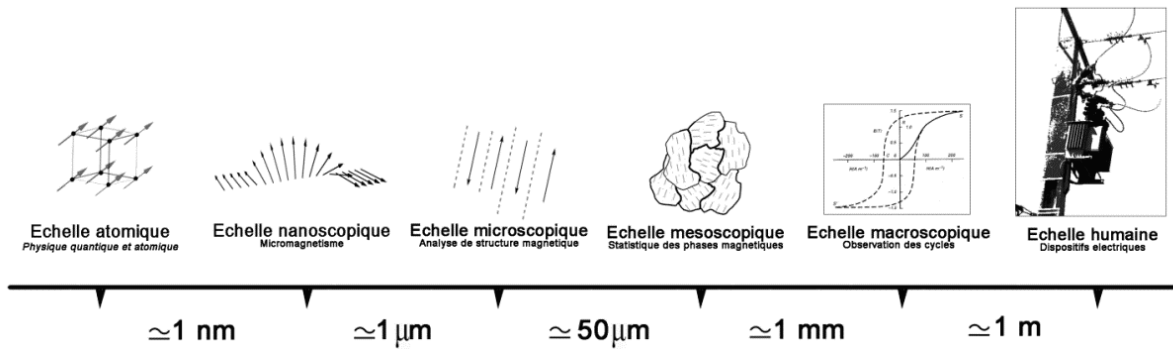


FIGURE 1.1: Différentes échelles d'étude du magnétisme [8]

1.1.1 Échelle atomique

À l'échelle atomique, nous exposons les origines et les interactions entre les moments magnétiques fondamentaux au sein d'un ensemble d'atomes dans l'unité de base d'un cristal. Les moments magnétiques sont portés par les électrons en raison de leurs moments orbitaux et de leurs moments d'angle de spin.

1.1.2 Échelle nanoscopique

À cette échelle, les éléments constitutifs de la matière sont considérés comme des éléments de volume, de l'ordre de quelques nanomètres, contenant une grande quantité de moments magnétiques, qui peuvent adopter plusieurs configurations possibles. En termes simples, la répartition spatiale des moments est soit uniforme (à l'intérieur d'un domaine magnétique) soit rotationnelle (à l'intérieur d'une paroi magnétique). Ces deux régions différentes constituent deux objets microscopiques caractéristiques que l'on rencontre presque fréquemment dans les matériaux doux.

1.1.3 Échelle microscopique

Il faut maintenant de s'éloigner un peu pour observer la soi-disant structure magnétique caractéristique du matériau. Celle-ci se présente généralement sous la forme de domaines (*domaines de Weiss*) et parois magnétiques (*parois de Bloch*), et autres objets magnétiques caractéristiques (*domaines de fermetures*). La structure magnétique résulte de la minimisation des énergies d'anisotropie magnéto-cristalline, d'échange entre moments et de champ démagnétisant.

1.1.4 Échelle mésoscopique

Cela implique un mouvement supplémentaire pour traiter un élément de volume, qui doit être suffisamment grand pour contenir un échantillon statistiquement significatif de microstructures possibles, et suffisamment petit par rapport à la taille réelle de la pièce.

À cette échelle, les domaines et les parois ne sont plus traités que de manière ensembliste (*théorie de Landau ou la théorie des transitions de phases*).

1.1.5 Échelle macroscopique

La dernière échelle d'observation correspond à l'échantillon considéré dans son ensemble. On ne peut comprendre son comportement magnétique que par des expériences : *le cycle d'hystérésis*.

1.2 Dates importantes de l'histoire magnétique

Le phénomène du magnétisme a été découvert dans les temps anciens. Les recherches sur les propriétés et le comportement des matériaux magnétiques se sont poursuivies tout au l'époque médiévale, jusqu'à ces derniers jours, mais ces recherches ne sont pas encore terminées. Au cours des premières expériences, l'existence de deux types de pôles magnétiques a été prouvée. Le livre de *D.C. Mattis* [9] décrivait quelques études expérimentales sur l'interaction entre les matériaux magnétiques et la relation entre les matériaux magnétiques et le courant. De véritables recherches basées sur des méthodes scientifiques modernes remontent à la seconde moitié du *XVIIIe* siècle. Il a été introduit la théorie des moments magnétiques et l'aimantation.

$$B = \mu_0 (H + M) \quad (1.1)$$

Les équations de Maxwell ont été formulées (*James Clerk Maxwell, 1831 - 1879*), et avec l'établissement de l'électrodynamique le potentiel scalaire magnétique Ψ et le potentiel vectoriel magnétique A sont introduits comme :

$$H = -\nabla \Psi \quad (1.2)$$

$$B = \nabla A \quad (1.3)$$

A été découverte que les électrons : $e = 1.602 \cdot 10^{-19}C$, $m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31}kg$, sont l'unité naturelle de charge électrique et sont introduits comme l'élément source du champ électrique. L'influence des champs électriques et magnétiques sur les particules chargées de Q se déplaçant à la vitesse ν est formulée par la force de Lorentz (*Hendrik Antoon Lorentz, 1853 - 1928*).

$$F = Q (E + \nu B) \quad (1.4)$$

P. Curie (Pierre Curie, 1859 - 1906) a étudié systématiquement les propriétés thermiques des matériaux magnétiques [10]. Des expériences montrent que la magnétisation

M diminue dans les matériaux magnétiques avec une température T accrue. Lorsque la température d'un matériau magnétique dépasse la "température de Curie" critique de T_c , il perd ses propriétés ferromagnétiques et se comporte comme une substance paramagnétique. *Curie* a formulé sa théorie sur la susceptibilité des particules magnétiques sans interaction.

$$\chi = \lim_{H \rightarrow 0} \frac{M}{H} = \frac{C}{T} \quad (1.5)$$

Selon le matériau, en supposant que la constante de Curie C a une valeur différente, et la température est mesurée à partir du zéro absolu. L'étape suivante dans l'étude des matériaux magnétiques fut *Paul Langevin* (1872 - 1946) expliquant le diamagnétisme et présentant sa célèbre théorie décrivant par une fonction spéciale la relation entre l'aimantation M , le champ appliqué magnétique H et la température T .

$$M = \mathcal{L} \left(a \frac{H}{k_B T} \right) \quad (1.6)$$

Où $k_B = 1.381 \cdot 10^{-23} J/K$, est la constante de Boltzmann (*Ludwig Eduard Boltzmann*, 1844 - 1906), tandis que a est une constante avec l'unité $1/Vsm$.

Dans la théorie moderne des matériaux magnétiques, la plus grande étape est due à l'hypothèse d'une interaction entre les particules magnétiques. *Pierre Weiss* (1865 - 1940) a simulé cette interaction entre les dipôles magnétiques et leurs moments avec un retour, en modifiant la formule de Langevin comme :

$$M = \mathcal{L} \left(a \frac{H + \alpha M}{k_B T} \right) \quad (1.7)$$

Où (αM) est le champ d'interaction (Le champ moléculaire de Weiss) et α est le paramètre de champ moyen décrivant le couplage inter-domaine, qui est constante pour différents matériaux. À des températures élevées, au-dessus du point Curie, la relation précédente maintient la fameuse loi *Curie-Weiss* :

$$\chi = \frac{C}{T - T_c} \quad (1.8)$$

De même que les expériences, il décrit le comportement des matériaux ferromagnétiques, où T_c est la température critique ($T > T_c$) [11, 12].

1.3 Physique du magnétisme

De véritables travaux de recherche, basés sur les méthodes scientifiques modernes, datent de la seconde moitié du *XVIIIe* siècle. Il a été introduit la théorie des moments magnétiques et l'aimantation [11]. La manifestation la plus directe du magnétisme est la force d'attraction ou de répulsion entre deux aimants. Ce phénomène peut être décrit en

supposant qu'il existe des pôles magnétiques "libres" aux extrémités de chaque aimant qui exercent des forces les uns sur les autres [12]. Le comportement magnétique d'un atome a été considéré comme le résultat du mouvement orbital des électrons, un effet semblable à un courant circulant dans une boucle de fil. Le mouvement des électrons pourrait être décrit en unités fondamentales de sorte que le moment magnétique accompagnant le moment orbital pourrait également être décrit. L'unité de base du magnétisme électronique est appelée magnéton de *Bohr*. Non seulement une charge électrique fondamentale, mais aussi une quantité magnétique est connectée à l'électron.

1.3.1 Moment magnétique et l'alimentation

1.3.1.1 Les moments magnétiques

L'origine possible du magnétisme est le mouvement des électrons à différents niveaux d'énergie dans les structures atomiques des matériaux (Figure 1.2 (a)). Sur la base de connaissances élémentaires des structures atomiques, trois types de mouvements peuvent être associés au comportement magnétique des matériaux, ceux attribués aux électrons en orbite et ceux associés au spin des électrons et au spin nucléaire.

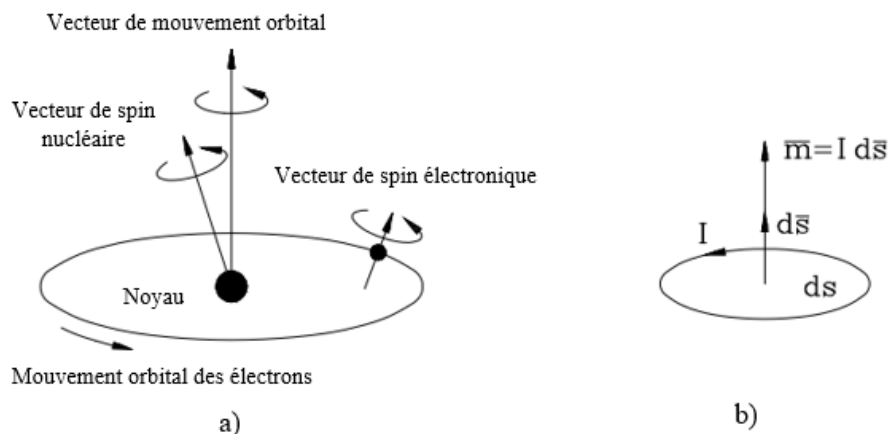


FIGURE 1.2: La structure atomique, a) Le mouvement dans les atomes, b) Moment magnétique de la boucle de courant élémentaire.

Pour la description macroscopique du phénomène, un modèle atomique simple est introduit pour représenter la structure du réseau atomique de la matière. Dans les modèles atomiques, le mouvement orbital et le mouvement de spin des électrons peuvent être simulés avec des boucles de courant élémentaires et les dipôles magnétiques associés faisant référence aux moments magnétiques de ces courants de boucle (Figure 1.2 (b)). En fait, les électrons ont deux types de mouvement, à savoir le mouvement orbital et de spin.

- **Le moment magnétique orbital**

Le mouvement des électrons autour du noyau est décrit par la trajectoire définie par la section S à l'instant τ (Figure 1.3). En appliquant l'équation $(\vec{B} = \mu_0 \vec{H})$. Le moment magnétique orbital m_o s'exprime par :

$$m_o = -\frac{eS}{\tau} u_z \quad (1.9)$$

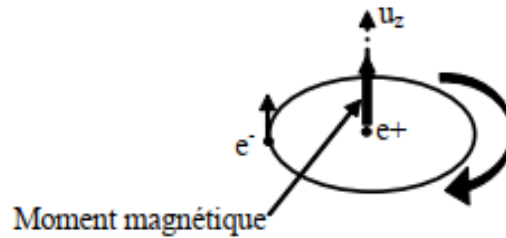


FIGURE 1.3: Le moment magnétique orbital

- **Le moment magnétique du spin**

Le moment magnétique de spin peut être produit par le moment de spin angulaire, qui est donné par :

$$m_s = -\frac{e\hbar}{2m_e} u_z \quad (1.10)$$

Avec :

e : la charge élémentaire ($-1.602 \cdot 10^{-19} Cb$)

$\hbar = \frac{h}{2\pi}$, h : la constante de *Planck* normalisée ($6.62607015 \cdot 10^{-34} J.s$)

m_e : la masse de l'électron ($9.1094 \cdot 10^{-31} kg$)

- **Le moment magnétique total**

Le moment magnétique total d'un électron est la somme des contributions du moment magnétique du spin et du moment magnétique orbital :

$$\vec{m}_t = \vec{m}_s + \vec{m}_o \quad (1.11)$$

L'explication basée sur la mécanique classique en supposant que les électrons ont un mouvement orbital est incomplète. De plus, la vision classique de la filature en tant que

Courant Ampère est également inutile pour une étude approfondie de ce phénomène. Cependant, afin d'expliquer ce phénomène de manière plus descriptive, nous devons recourir à une explication basée sur la mécanique quantique.

1.3.1.2 L'aimantation

Le champ magnétique produit par le courant de boucle élémentaire I_i , entouré de la surface ds_i peut être représenté par le moment magnétique m_i .

$$m_i = I_i ds_i \quad (1.12)$$

Un atome ayant des moments magnétiques non compensés, générés par le spin et le mouvement orbital des électrons, est appelé atome magnétique. Le moment magnétique total de ces atomes est égal à la somme vectorielle de tous les moments magnétiques individuels provenant de l'orbite ou du mouvement de spin des électrons. Le volume ΔV contient n nombres d'atomes magnétiques, et chaque atome est représenté par le moment magnétique $m_i, i = 1, 2 \dots n$. La somme vectorielle de ces moments donne le moment magnétique m .

$$m = \sum_{i=1}^n m_i \quad (1.13)$$

La densité volumique des moments magnétiques caractérise la magnétisation du matériau dénommée par le vecteur d'aimantation M .

$$M = \lim_{V \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n m_i \right) \quad (1.14)$$

1.3.2 Relation entre le champ magnétique H , l'aimantation M et l'induction magnétique B

Le champ magnétique H est généré par des courants électriques à l'extérieur du matériau, soit à partir d'un solénoïde ou d'un électroaimant, soit à partir d'un aimant permanent [13]. L'aimantation est générée par le moment angulaire résultant de spin et de l'orbital des électrons à l'intérieur du solide. L'aimantation est générée par le moment angulaire résultant de spin et d'orbital des électrons à l'intérieur du solide. En présence d'induction magnétique B , un couple τ agit sur le dipôle magnétique du moment m .

$$\tau = mB \quad (1.15)$$

Et donc dans l'espace libre (le vide de l'espace libre) [11] :

$$\tau = \mu_0 m B \quad (1.16)$$

Où $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H}\cdot\text{m}^{-1}$, est la perméabilité du vide. Cela signifie que B tente d'aligner le dipôle de sorte que le moment dipôle m soit parallèle à l'induction. Si aucune force de frottement ne s'exerce, le travail effectué par la force de rotation sera conservé. Cela donne lieu à l'expression suivante pour l'énergie du moment en présence de B :

$$E = -m \cdot B \quad (1.17)$$

Dans l'espace libre, cette énergie peut être formulée comme suit :

$$E = -\mu_0 m \cdot H \quad (1.18)$$

L'induction magnétique B est constituée de deux contributions dont l'une est l'induction magnétique de l'espace libre ($\mu_0 H$), et l'autre composante est apportée par l'aimantation du matériau ($\mu_0 M$). L'induction magnétique est la somme de ces deux composantes et donner avec l'équation 1.1. $H = \frac{B}{\mu_0} - M$, peut être exprimé sous la forme de l'intensité du champ magnétique.

Dans les matériaux magnétiques la relation entre l'intensité du champ magnétique et le vecteur d'aimantation $\mathcal{H} \{M, H\}$, ou entre l'induction magnétique et l'aimantation $\mathcal{B} \{M, B\}$. Peut être représenté par un opérateur d'hystérésis non linéaire.

1.3.3 Aimantation de saturation

Si un matériau a des n dipôles magnétiques atomiques élémentaires par unité de volume de chaque moment magnétique m , alors le moment magnétique par unité de volume du matériau lorsque tous ces moments sont alignés parallèlement est appelé aimantation de saturation M_0 . Celle-ci est égale au produit de n et m . On peut faire une distinction entre la saturation technique M_s et la saturation complète M_0 . À ce stade, nous remarquerons que lorsqu'un matériau est converti en un seul « domaine magnétique », l'aimantation de saturation technique est atteinte, mais sous des champs magnétiques plus élevés, l'aimantation dépasse très lentement la saturation technique [13] (les domaines magnétiques seront discutés dans la section 1.6).

1.3.4 Perméabilité et susceptibilité

Différents types de matériaux magnétiques sont généralement classés en fonction de leur *susceptibilité* ou *perméabilité* magnétique. Par conséquent, avant de décrire plus en détail les différences entre les matériaux ferromagnétiques, paramagnétiques et diamagnétiques, ces propriétés pertinentes doivent être définies avec précision.

En introduisant le tenseur de *perméabilité* noté μ ($\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$), la relation constitutive

$B - H$ du milieu magnétique s'écrit de manière équivalente :

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (1.19)$$

Dans la région linéaire du matériau, la relation entre l'aimantation M et l'intensité du champ magnétique H peut s'exprimer par la susceptibilité magnétique, notée χ (sans unité), définie comme suit :

$$\chi = \frac{M}{H} \quad (1.20)$$

La perméabilité et la susceptibilité différentielles sont définies comme suit :

$$\mu' = \frac{dB}{dH} \quad (1.21)$$

$$\chi' = \frac{dM}{dH} \quad (1.22)$$

La susceptibilité magnétique est le paramètre qui est souvent utilisé pour décrire la réponse d'un matériau à un champ magnétique appliqué. La susceptibilité magnétique d'un échantillon dépend largement de sa température. À mesure que la température diminue, les interactions entre les moments magnétiques deviennent relativement plus fortes que les troubles thermiquement induits, ce qui influe sur le comportement de la susceptibilité, tel que résumé au tableau 1.1 [14].

TABLE 1.1: Les susceptibilités magnétiques des différents comportements magnétiques

Comportement	Valeur typique de χ	Changement de χ avec l'augmentation de T	Dépendance au H
Diamagnétisme	$-8 \cdot 10^{-6}$ (<i>Cu</i>), -1 (<i>S.C</i>)	Aucun	Non
Paramagnétisme	0.1 – 0.001	Diminue	Non
Ferromagnétisme	$5 \cdot 10^3$ (<i>Fe</i>)	Diminue	Oui
Antiferromagnétisme	0 – 10^{-2}	Augmente	Oui

Comme B et M peuvent être ou non des fonctions linéaires de H , il convient de noter ici que la perméabilité magnétique et la susceptibilité magnétique peuvent être constantes ou non [13]. Cette susceptibilité peut varier en fonction du champ appliqué $\chi(H)$. Cela prouve un comportement anormal à haute température, dans la région de la température critique T_c . En outre, la susceptibilité magnétique n'a pas besoin d'être un scalaire, pour les matériaux magnétique anisotropes, elle a une forme tensorielle $M = [\chi] H$, qui indique le changement des propriétés magnétiques avec la direction du champ magnétique appliqué.

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} & \chi_{xz} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} & \chi_{yz} \\ \chi_{zx} & \chi_{zy} & \chi_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} \quad (1.23)$$

Dans ce cas, l'intensité du champ magnétique et le vecteur d'aimantation ont généralement des directions différentes. Les valeurs mesurées de la susceptibilité magnétique vont de 10^{-5} pour les matériaux magnétiques doux à 10^6 pour les matériaux magnétiques durs. Dans certains cas, elle prend également une valeur négative.

La perméabilité relative d'un milieu μ_r , est donnée par :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad (1.24)$$

La perméabilité relative de l'espace libre est 1. Elle est relativement étroitement liée à la susceptibilité magnétique, l'équation suivante est toujours vraie :

$$\mu_r = 1 + \chi \quad (1.25)$$

La relation entre l'induction magnétique B et le champ magnétique appliqué H peut être exprimée par la perméabilité relative, en substituant 1.20 à 1.1, on obtient la forme :

$$B = \mu_0 (1 + \chi) H = \mu_0 \mu_r H \quad (1.26)$$

D'autres propriétés couramment rencontrées sont la perméabilité initiale μ_{in} et la susceptibilité magnétique initiale χ_{in} . Ce sont les valeurs des différentes grandeurs à l'origine de la courbe d'aimantation initiale [13].

$$\mu_{in} = \left(\frac{dB}{dH} \right)_{B=0, H=0} = \left(\frac{B}{H} \right)_{B=0, H=0} \quad (1.27)$$

$$\chi_{in} = \left(\frac{dM}{dH} \right)_{M=0, H=0} = \left(\frac{M}{H} \right)_{M=0, H=0} \quad (1.28)$$

En général, les physiciens et les spécialistes des matériaux s'intéressent davantage à l'aimantation et à la susceptibilité, tandis que les ingénieurs qui travaillent principalement avec des ferromagnétiques sont plus concernés par l'induction magnétique et la perméabilité.

1.4 Classification des matériaux magnétiques

De manière générale, les substances qui peuvent être magnétisés en raison de la présence d'un champ magnétique B sont appelés matériaux magnétiques. Il existe plusieurs types de matériaux magnétiques, chacun étant caractérisé par sa propre structure. En fonction de leur susceptibilité magnétique, les matériaux magnétiques peuvent être clas-

sés comme suit :

- o Les matériaux diamagnétiques.
- o Les matériaux paramagnétiques.
- o Les matériaux antiferromagnétiques.
- o Les matériaux ferromagnétiques.
- o Les matériaux ferrimagnétiques.

1.4.1 Les matériaux diamagnétiques

Selon le principe de *Pauli* (*Wolfgang Pauli, 1900 - 1958*), deux électrons libres peuvent se trouver au même niveau d'énergie avec des spins dirigés opposés. Les microstructures des matériaux diamagnétiques peuvent être simulées par deux courants en boucle de même valeur mais avec des moments magnétiques dirigés opposés. En l'absence de champ extérieur, les moments magnétiques des dipôles de direction opposée se compensent mutuellement.

La *précession de Larmor* (*Joseph Larmor, 1857 - 1942*) est la précession du moment magnétique des électrons, des atomes soumis à un champ magnétique extérieur. Le champ magnétique exerce un couple dont un couplage avec le mouvement orbital des électrons, résulte effet gyromagnétique.

Ce changement dans le mouvement orbital génère un moment magnétique ayant une direction opposée au champ externe, indépendamment du mouvement de spin des électrons. Sous l'action d'une excitation extérieure, leur aimantation lui est opposée, comme le montre la figure 1.4, [11]. Les matériaux diamagnétiques prouvent des propriétés magnétiques faibles. Par conséquent, leur sensibilité est négative et faible. L'application d'un champ magnétique fera tourner les électrons autour de l'orbite du noyau, générant ainsi un moment magnétique, mais selon la *loi de Lenz*, le courant généré par le moment induit est opposé au champ appliqué.. Son ordre de grandeur est presque constant et sa valeur est généralement d'environ $|\chi| = 10^{-5} - 10^{-7}$.

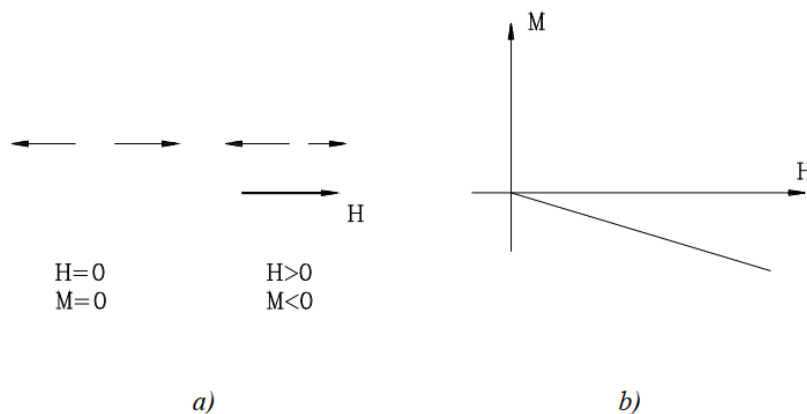


FIGURE 1.4: Matériaux diamagnétique, a) Moments magnétiques, b) Comportement diamagnétique

Les matériaux diamagnétiques *classiques* sont les groupes de gaz rares, certains des métaux tels que : *Cuivre (Cu)*, *Argent (Ag)*, *Zinc (Zn)*, *Or (Au)*, *Mercurie (Hg)*, et certains éléments non métalliques comme *Silicium (Si)*, *Phosphore (P)* et *Soufre (S)*, et plusieurs composés organiques.

Les matériaux diamagnétiques *anormaux* sont par exemple : *Bismuth (Bi)*, *Gallium (Ga)*, *Antimoine (Sb)*, *Iode (I)*. La susceptibilité magnétique de ces matériaux est 10 à 100 fois supérieure à celle des matériaux diamagnétiques classiques et varie en fonction de la température.

Les *supraconducteurs* sont des collections de certains éléments et composés, dont les uns prouvent des propriétés électriques et magnétiques anomalies à des températures extrêmement basses. Certaines classifications déclarent les matériaux supraconducteurs comme un groupe spécial de ceux diamagnétiques. Les propriétés diamagnétiques apparentes des supraconducteurs peuvent être expliquées par l'effet de blindage des courants dans les couches superficielles des supraconducteurs.

Le tableau 1.2 montre les susceptibilités de quelques matériaux diamagnétiques, dont la loi de comportement est linéaire ($|\chi| \ll 1$), [5].

TABLE 1.2: Susceptibilités des matériaux diamagnétiques

Matériaux	Susceptibilité $ \chi $
<i>Silicium (Si)</i>	$1.2 \cdot 10^{-6}$
<i>Cuivre (Cu)</i>	$1.08 \cdot 10^{-6}$
<i>Plomb (Pb)</i>	$1.4 \cdot 10^{-6}$

1.4.2 Les matériaux paramagnétiques

Dans les substances paramagnétiques, la structure atomique contient un électron dont le spin n'est pas compensé par un autre électron. Le spin de l'électron et le moment angulaire orbital ont tous deux une contribution sur la magnétisation. Sous la température de Curie, l'orientation aléatoire des moments magnétiques n'entraîne aucune aimantation. En présence d'un champ extérieur, l'orientation des moments magnétiques est légèrement modifiée de sorte qu'ils présentent une faible aimantation parallèle au champ appliqué. L'aimantation de ces matériaux augmente avec le champ magnétique appliqué, comme l'illustre la figure 1.5.

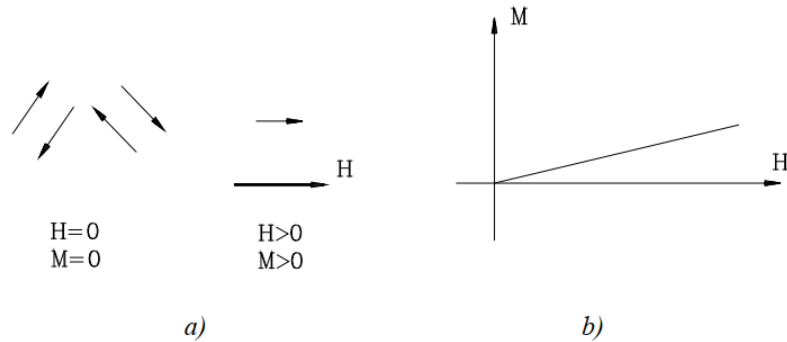


FIGURE 1.5: Matériaux paramagnétiques, a) Moments magnétiques, b) Comportement paramagnétique

L'aimantation des matériaux paramagnétiques est également faible. La susceptibilité a une valeur positive, presque constante, de l'ordre de la magnitude $\chi = 10^{-5} 10^{-3}$. Cependant, les propriétés magnétiques des matériaux évoluent avec la température, selon la *loi de Curie*, leur susceptibilité est inversement proportionnelle à la température (Figure 1.6).

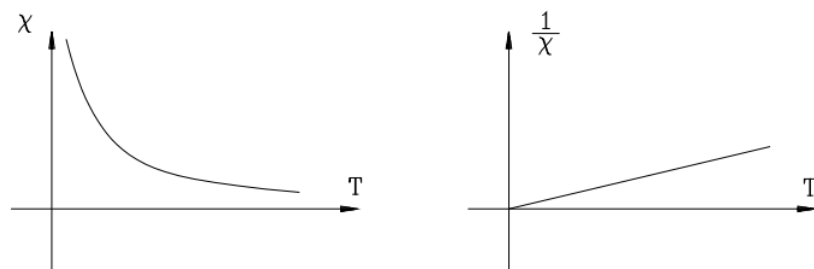


FIGURE 1.6: Variation de la susceptibilité en fonction de la température dans les matériaux paramagnétiques

Les propriétés paramagnétiques prouvent : *Oxygène (O)*, *Oxyde Nitrique (NO)*, *Palladium (Pd)*, *Platine (Pt)*, *Aluminium (Al)*, *Manganèse (Mn)*. Et les alliages des éléments des *terres rares* du *Lanthane (La)*, (numéro atomique 57) à *Ytterbium (Yb)*, (numéro atomique 70), *les ions de fer (Fe)*, *Cobalt (Co)* et *Nickel (Ni)*. Les métaux paramagnétiques forment un groupe dont les susceptibilités sont indépendantes de la température. À ce groupe appartient le *Lithium (Li)*, *Potassium (K)*, *Sodium (Na)*, *Rubidium (Rb)*.

Le tableau 1.3 répertorie les valeurs de susceptibilité magnétique de certains matériaux, ($0 < \chi < 1$), [11, 5, 4].

TABLE 1.3: La susceptibilité magnétique de certains matériaux paramagnétiques

Matériaux	Susceptibilité χ
<i>Aluminium</i> (Al)	$7.7 \cdot 10^{-6}$
<i>Tungstène</i> (W)	$3.5 \cdot 10^{-6}$
<i>Platine</i> (Pt)	$1.2 \cdot 10^{-6}$

1.4.3 Les matériaux antiferromagnétiques

Les matériaux antiferromagnétiques sont également des aimants faibles, ils sont similaires aux matériaux paramagnétiques dans le sens d'avoir une petite susceptibilité positive. D'après l'interaction entre les moments magnétiques, un arrangement de spin antiparallèle est établi. Pour le comprendre, le matériel est censé être divisé en deux sous-sections (domaines magnétiques), A et B . Les moments d'un sous-section interagissent avec les moments de l'autre sous-section avec un coefficient de couplage négatif, toutefois, l'interaction entre les moments de leur propre sous-section a un coefficient de couplage positif. Cela permet de s'assurer que les moments magnétiques des deux sous-sections pointent dans des directions différentes. S'il n'y a pas de champ extérieur, les moments dirigés en sens inverse se compensent complètement les uns les autres (Figure 1.7 (a)). L'application d'un champ externe sur le matériau antiferromagnétique prouve que les performances magnétiques sont faibles et que la susceptibilité magnétique est faible et positive. La dépendance de la sensibilité à la température obéit à la loi *Curie-Weiss*. La température critique au-dessus de 0 K , $T_N = -T_c$ est connue sous le nom de *la température de Néel* (*Louis Néel, 1904 - 2000*).

$$\chi = \frac{C}{T + T_c} \quad (1.29)$$

Au-dessus de *la température de Néel* (T_N), la susceptibilité diminue avec l'augmentation de la température. En dessous de *la température critique de Néel*, la susceptibilité du matériau antiferromagnétique diminue comme le montre la figure 1.7 (b). La raison en est la compensation des moments magnétiques dirigés opposés sous la température critique. En présence d'un champ magnétique externe, à la suite de la forte interaction négative entre les moments appartenant aux différents sections du matériau, la susceptibilité diminue avec la diminution à mesure que la température.

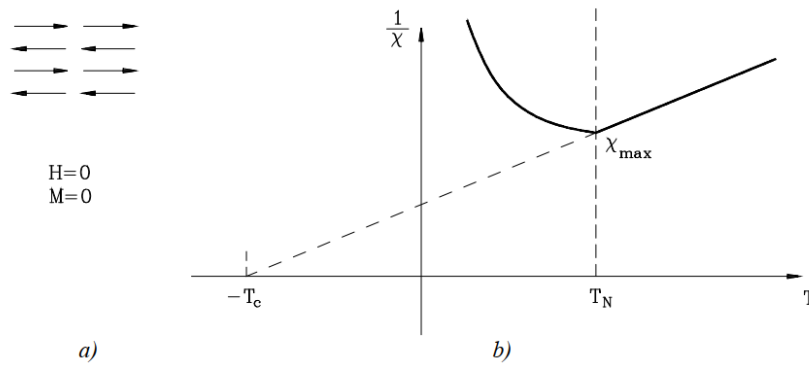


FIGURE 1.7: Matériaux antiferromagnétiques, a) Configuration des moments magnétiques, b) Variation de la susceptibilité en fonction de la température

Les composés du *manganèse* (*Oxyde de manganèse(II)* (MnO), *Sulfure de manganèse(II)* (MnS)), du *chrome* (NiCr), *Chromium(III) oxyde* (Cr_2O_3)), du *vanadium* (*Oxyde de vanadium(IV)* (VO_2)) et du *fer* (*Sulfure de fer(II)* (FeS_2)) appartiennent aux matériaux antiferromagnétiques [11].

1.4.4 Les matériaux ferromagnétiques

Dans les matériaux ferromagnétiques, les moments non compensés et les forces d'échange positives entre eux conduisent à une aimantation beaucoup plus élevée que dans les matériaux paramagnétiques. Selon l'interaction positive entre les moments magnétiques dans la section du matériau ferromagnétique, de nombreuses petites régions, appelées *domaines magnétiques*, sont développées avec la même aimantation dirigée, dans un état globalement désaimanté. Pour de nombreux matériaux ferromagnétiques, la taille des domaines s'est avérée varier de quelques microns à quelques millimètres. Dans ces domaines, le grand nombre de moments atomiques, généralement 10^{12} à 10^{18} . Ils sont alignés parallèlement de sorte que l'aimantation à l'intérieur du domaine est presque saturée. Ce phénomène est *l'aimantation spontanée*. Comme dans le matériau ferromagnétique, seule la direction de l'aimantation du domaine varie d'un domaine à l'autre, l'aimantation qui en résulte peut passer de zéro à une valeur de l'aimantation spontanée. Les propriétés magnétiques d'un matériau ferromagnétique sont représentées par la courbe de l'induction magnétique à différentes intensités de champ magnétique. Il peut également être utilisé la courbe de l'aimantation en fonction du champ magnétique car elles contiennent les mêmes informations (équation 1.1). Si un champ externe est appliqué, l'aimantation du matériau varie selon la caractéristique $M - H$, comme indiqué à la figure 1.8.

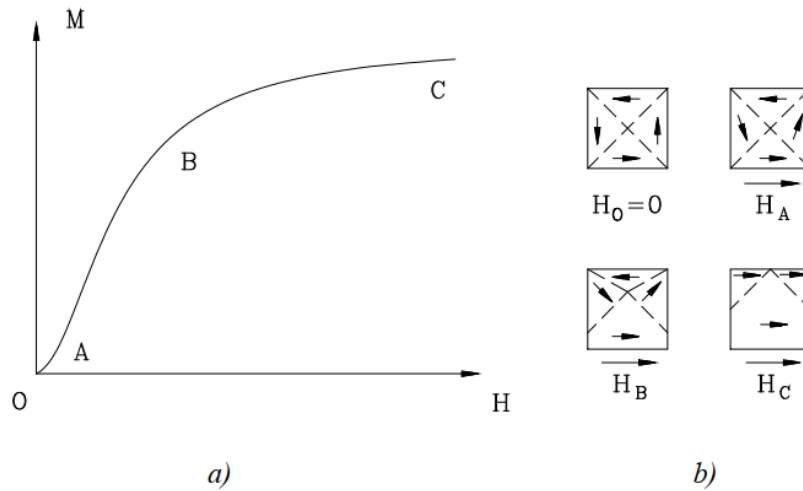


FIGURE 1.8: Matériau ferromagnétique, a) Courbe de première aimantation ; b) Variation des structures de domaine avec le champ appliqué

Si le champ magnétique est réduit, l'aimantation est diminuée, mais elle ne revient pas aux valeurs initiales comme on peut le voir sur la figure 1.9. En diminuant le champ appliqué à zéro, la caractéristique arrive à la rémanence (B_r , M_r). Le champ appliqué doit être encore réduit au champ coercitif (H_c) pour que l'intensité d'induction dans le matériau magnétique soit nulle. Généralement, un matériau ayant un champ coercitif inférieur à 1000 A/m est considéré comme un matériau *doux*, tandis que celui ayant un champ coercitif supérieur à 10000 A/m est considéré comme un matériau *dur*. La distinction peut être faite entre les caractéristiques $B - H$ et $M - H$ au champ coercitif point, qui est atteint à $B = 0$. À ce point, l'induction magnétique a une valeur nulle, par conséquent l'aimantation est finie.

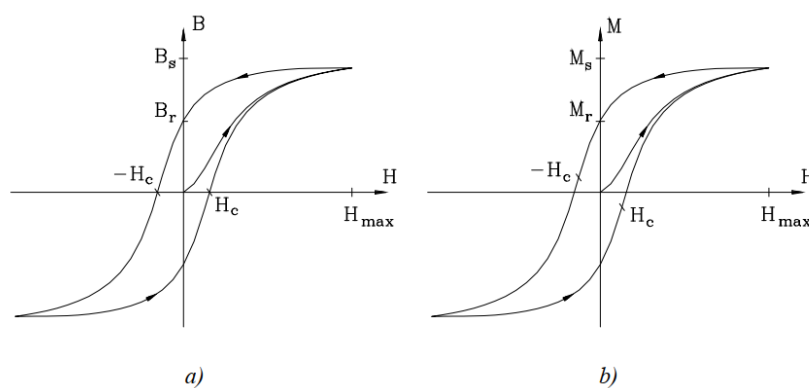


FIGURE 1.9: Cycle d'Hystérésis, a) La caractéristique ($B - H$), b) La caractéristique ($M - H$)

Les propriétés prouvées par le processus irréversible décrit ci-dessus de l'aimantation, est appelée *l'hystérésis*. Le phénomène de saturation et l'hystérésis sont des caractéristiques importantes des matériaux ferromagnétiques.

Dans les matériaux ferromagnétiques, le développement des structures du domaine est fortement influencé par la variation de la température. En présence d'un champ magnétique externe, l'augmentation de la température fait que l'aimantation continue de diminuer, et finalement elle chute brusquement presque à zéro au *point de Curie* (figure 1.10 (a)). De la température élevée au *point de Curie*, les propriétés ferromagnétiques se comportent comme des matériaux paramagnétiques.

La susceptibilité des matériaux ferromagnétiques pour $T > T_c$ obéit à la *loi Curie-Weiss*, ce qui signifie que $1/\chi$ s'élève de zéro au *point de Curie* et augmente linéairement avec la température. La variation de la susceptibilité magnétique en fonction de la température peut être vue sur la figure 1.10 (b).

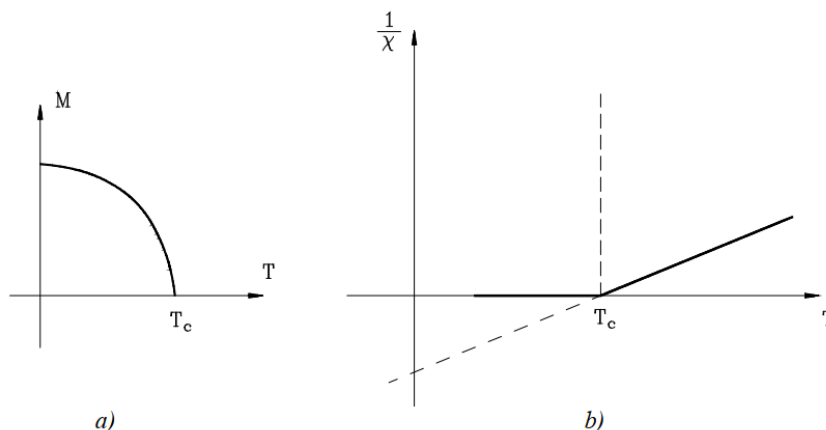


FIGURE 1.10: La variation de : a) L'aimantation, b) La susceptibilité, avec la température dans les matériaux ferromagnétiques.

Dans les matériaux ferromagnétiques, le *point Curie* dépend des éléments et de la technologie des composés, du traitement thermomagnétique du matériau ainsi que des impuretés qui restent. Près du *point de Curie*, la forme du cycle d'hystérésis change et les propriétés paramagnétiques sont prouvées comme on peut le voir à la figure 1.11, [11].

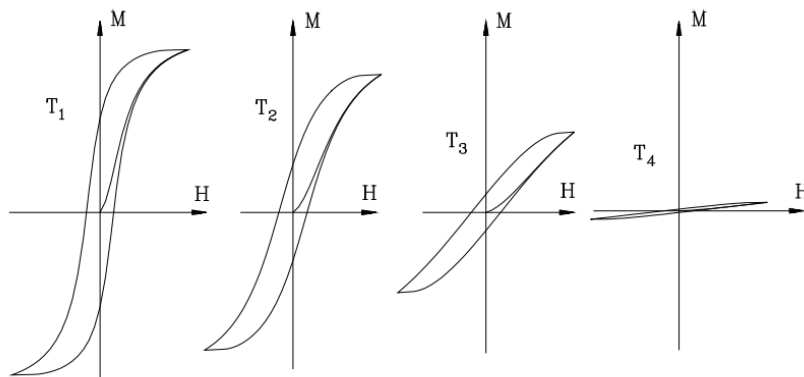


FIGURE 1.11: Cycles d'hystérésis à des températures proches du point de Curie, $T_1 < T_2 < T_3 < T_4, T_4 \approx T_c$

Les tableaux 1.4 et 1.5 listent respectivement les valeurs d'aimantation à saturation et les valeurs de température de *Curie* de certains matériaux ferromagnétiques [13].

TABLE 1.4: Aimantation à saturation des matériaux ferromagnétiques

Matériaux	$10^6 (A/m)$
<i>Fer</i> (Fe)	1.71
<i>Cobalt</i> (Co)	1.42
<i>Nickel</i> (Ni)	0.48
78 <i>Permalloy</i> (78% Ni, 22% Fe)	0.86
<i>Supermalloy</i> (80% Ni, 15% Fe, 5% Mo)	0.63
<i>Metglas</i> 2605 (Fe₈₀B₂₀)	1.27
<i>Metglas</i> 2615 (Fe₈₀P₁₆C₃B₁)	1.36
<i>Permendur</i> (50% Co, 50% Fe)	1.91

TABLE 1.5: Températures de Curie des matériaux ferromagnétiques

Matériaux	Températures de <i>Curie</i> ($^{\circ}C$)
<i>Fer</i> (Fe)	770
<i>Cobalt</i> (Co)	1130
<i>Nickel</i> (Ni)	358
<i>Gadolinium</i> (Gd)	20
<i>Terfénol-D</i> (Nd₂Fe₁₄B)	380 – 430
<i>Aimant AlNiCo</i>	312
SmCo₅	350
<i>Ferrites durs</i>	720
<i>Ferrites Barium</i>	400 – 700
	450

La figure 1.12 donne l'arbre familial des matériaux magnétiques, avec \mathcal{J} c'est l'interaction d'échange [15].

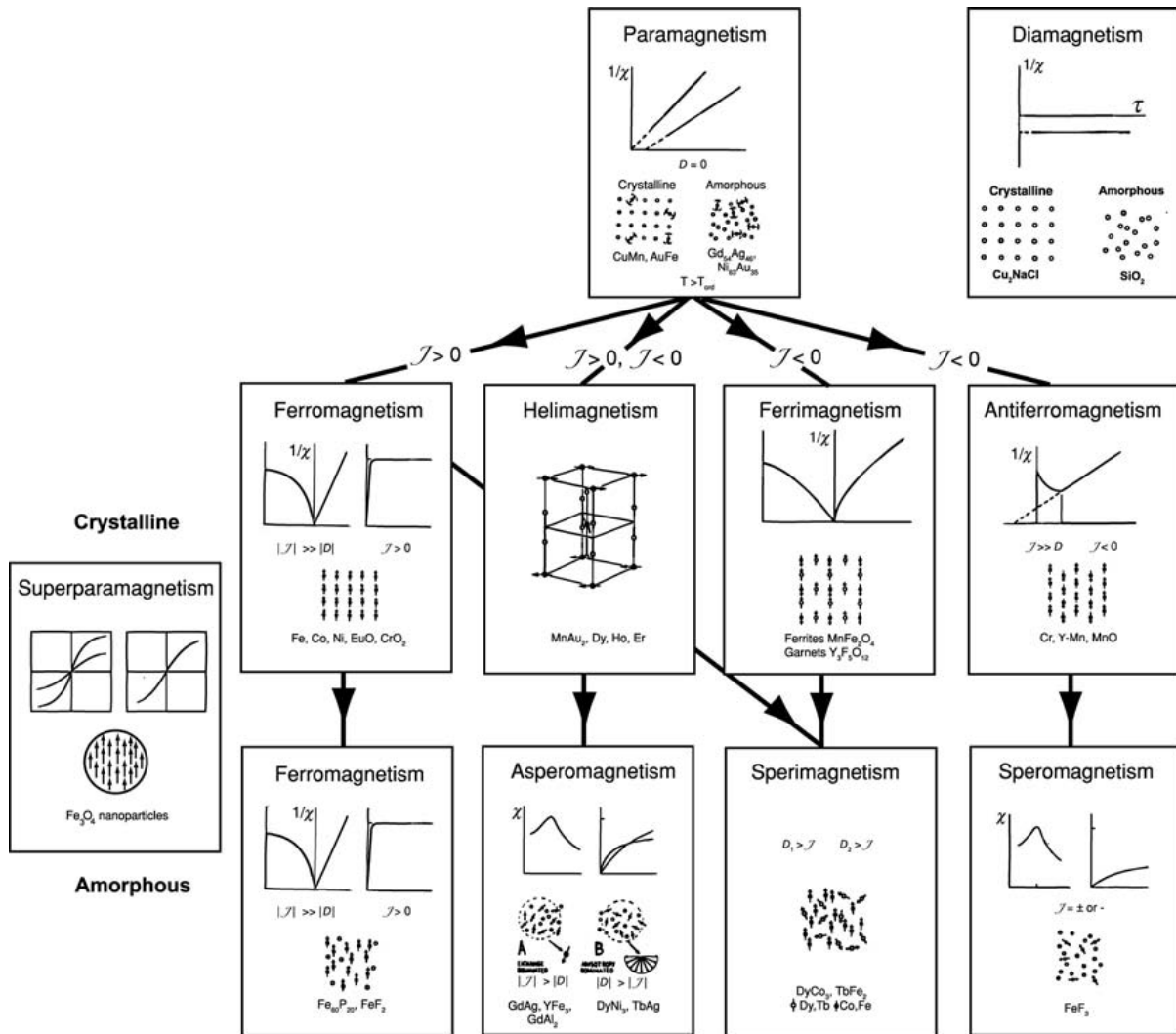


FIGURE 1.12: L'arbre familial des matériaux magnétiques

1.5 Hystérésis

1.5.1 Courbe de première aimantation

En appliquant un champ magnétique externe croissant de façon monotone sur un matériau ferromagnétique, la variation de l'aimantation et la caractéristique magnétique peuvent être déterminées. L'une de ces caractéristiques est représentée sur la figure 1.13, [11].

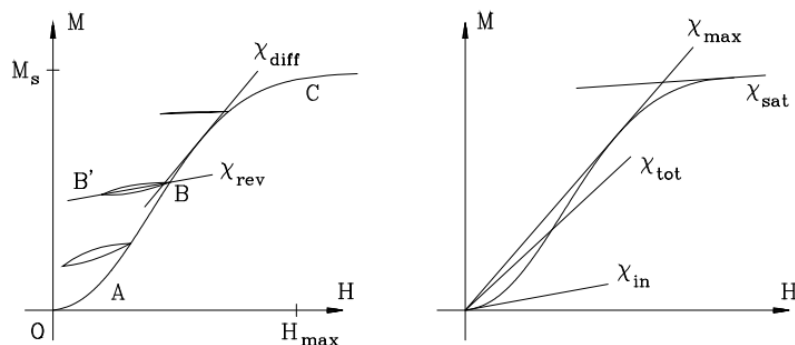


FIGURE 1.13: Courbe de première aimantation, Cycles mineures, et différents types de la susceptibilité

À mesure que le champ magnétique appliqué augmente, l'aimantation augmente le long de la courbe ($OABC$). Enfin, il atteint l'aimantation de saturation M_s à la valeur maximale du champ magnétique H_{max} . Cette courbe est appelée *la courbe de première aimantation*.

Dans la zone (OA), l'aimantation revient à zéro après l'enlèvement du champ magnétique. Le processus de l'aimantation est quasiment réversible, et il ne peut plus être déclaré réversible en dehors de cette zone. Dans la caractéristique d'aimantation $M = M(H)$, la pente de la courbe de première aimantation au point O , peut être approximée comme suit :

$$M = \chi_{in}H \quad (1.30)$$

Le facteur χ_{in} est la susceptibilité magnétique initiale, comme le montre la figure 1.13. Il peut être défini comme :

$$\chi_{in} = \lim_{H \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta M}{\Delta H} \right) \Big|_{H=0, M=0} \quad (1.31)$$

Si l'intensité du champ magnétique diminue du point B à B' , et que l'aimantation revient à nouveau le long du (BB'), la caractéristique est le cycle mineure. L'inclinaison de (BB') est la *susceptibilité réversible* ou *susceptibilité incrémentale* χ_{rev} .

$$\chi_{rev} = \frac{M(B) - M(B')}{H(B) - H(B')} \quad (1.32)$$

La pente de chaque partie de la courbe de première aimantation ($OABC$) est la *susceptibilité différentielle*.

$$\chi_{diff} = \lim_{H \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta M}{\Delta H} \right) = \frac{dM}{dH} \quad (1.33)$$

Pour des valeurs de champ magnétique très faibles, la *susceptibilité différentielle* est

proche de la *susceptibilité initiale*.

$$\lim_{H \rightarrow 0} \chi_{diff} \Big|_{H=0, M=0} = \chi_{in} \quad (1.34)$$

Au cours du processus d'aimantation, la *susceptibilité différentielle* varie d'un point à l'autre le long des caractéristiques magnétiques. La pente de la droite reliant l'origine O à un point quelconque de la courbe de première aimantation est la susceptibilité totale χ_{tot} . La pente de la ligne tangente tracée de l'origine à la courbe de première aimantation est la *susceptibilité maximale* χ_{max} . À mesure que la saturation approche, la susceptibilité magnétique diminue de façon monotone. La figure 1.14 illustre les différents types de susceptibilité.

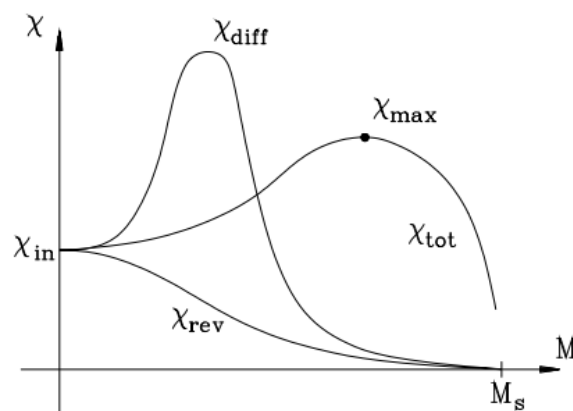


FIGURE 1.14: Variation des susceptibilités pendant l'aimantation initiale

La différence entre la *susceptibilité différentielle* et la *susceptibilité réversible* est la *susceptibilité irréversible*, qui représente la susceptibilité due à l'aimantation irréversible.

$$\chi_{diff} = \chi_{rev} + \chi_{irr} \quad (1.35)$$

L'aimantation restant dans le matériau après sa magnétisation avec un champ magnétique constant (H est une composante superposée variant de façon monotone entre $\pm \Delta H$ et est suffisamment grande pour atteindre la saturation et ensuite réduire lentement jusqu'à zéro) est l'aimantation idéale ou l'aimantation anhystérétique. Cette caractéristique résultante de l'aimantation à différentes valeurs du champ magnétique est représentée sur la figure 1.15. La courbe d'aimantation anhystérétique est complètement réversible.

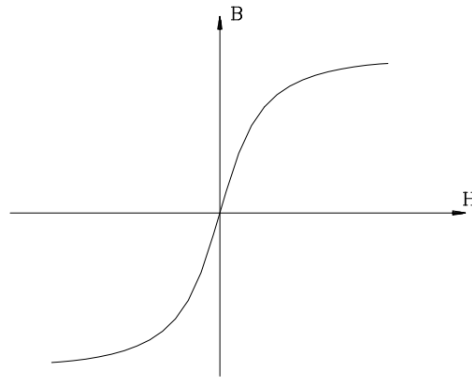


FIGURE 1.15: Courbe d'aimantation anhystérétique

1.5.2 Cycle d'hystérésis

L'aimantation d'un matériau ferromagnétique d'abord avec un champ croissant et après une arrivée à l'état de saturation avec un champ décroissant, l'aimantation ne revient pas le long de la courbe originale, au même champ magnétique appartient à différentes valeurs de l'aimantation et d'induction magnétique. Si le champ magnétique diminue à partir de l'état de saturation (à partir du point C), la densité de flux magnétique et l'aimantation diminuent progressivement le long du (CD). Si le champ magnétique appliqué est réduit à zéro ($H = 0$) au point D , cette caractéristique prouve *la rémanence*. Selon l'irréversibilité du processus, l'aimantation et l'induction magnétique ont des valeurs finies. Si le champ magnétique est encore réduit, il devient négatif, ce qui entraîne une diminution continue de l'aimantation. La valeur du champ magnétique au point E est le champ coercitif ($H_c, B = 0$). La partie (DE) de la courbe est appelée *courbe de démagnétisation*, dans laquelle un champ magnétique dirigé opposé doit s'appliquer pour réduire l'induction magnétique à zéro, comme il est représenté sur la figure 1.16. Au point E , l'aimantation a une valeur finie selon la relation ($\mu_0 (H + M) = 0$), telle qu'elle est tracée à la figure 1.9. Une augmentation supplémentaire du champ magnétique au sens négatif jusqu'au point F , entraîne une augmentation de la densité du flux magnétique et de l'aimantation, ce qui conduit finalement à une saturation négative. Si le champ magnétique est inversé dans le sens positif, l'aimantation changera, et finira par se fermer le long du FGC . Le cycle fermé ($CDEFGC$) de la courbe ($B - H$) ou de la courbe équivalente ($M - H$) est le *cycle d'hystérésis*.

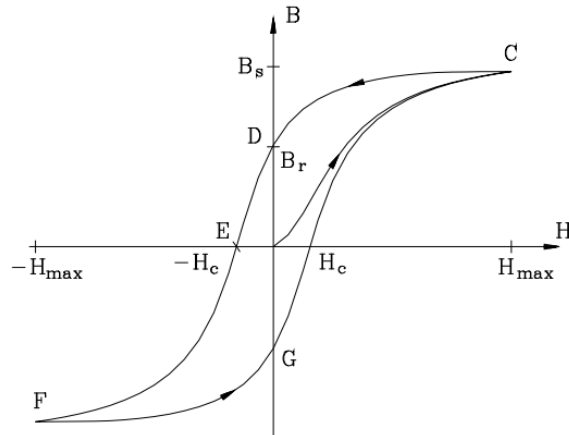


FIGURE 1.16: Cycle d'hystérésis

En raison de l'irréversibilité du processus d'aimantation, l'état magnétique dépend fortement de l'histoire magnétique du matériau ferromagnétique. En démarrant le processus de l'aimantation à partir de l'état démagnétisé ($H = 0$, $M = 0$), pendant les courbes de première aimantation, le cycle d'hystérésis ne sera pas fermée comme le montre la figure 1.17.

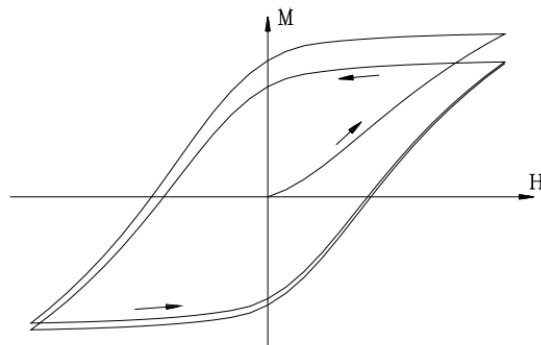


FIGURE 1.17: Stabilisation du cycle d'hystérésis

Au cours d'un processus d'aimantation cyclique qui varie lentement, l'alternance du champ magnétique entre les mêmes valeurs conduit à une boucle stabilisée d'hystérésis. Les données expérimentales prouvent qu'il y a 8 à 10 cycles avant que le processus de l'aimantation ne devienne stable. La stabilisation du cycle d'hystérésis est caractérisée par les incréments décroissants monotones de l'aimantation rémanente pendant le processus d'aimantation. En appliquant un champ magnétique plus élevé dans ce processus, la stabilisation du cycle d'hystérésis peut être accélérée. Les amplitudes du champ d'excitation entraîne un cycle d'hystérésis plus importante avec différentes formes, comme on peut le voir sur la figure 1.18.

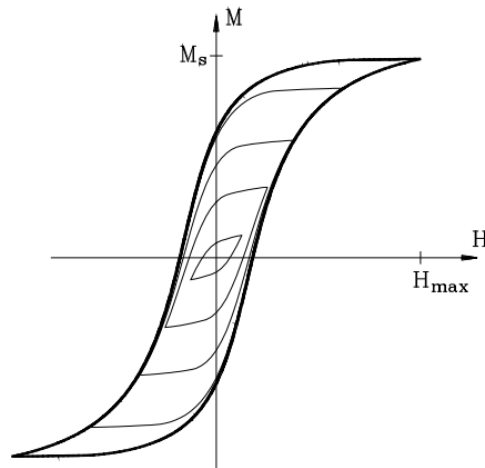


FIGURE 1.18: Les cycles d'hystérésis avec différentes valeurs de champ magnétique.

Il y a un nombre infini de cycles d'hystérésis appartenant à différentes valeurs maximales de l'excitation. Au fur et à mesure que le champ magnétique positif initial augmente, la surface du cycle d'hystérésis correspondante s'élève et s'approche finalement approximativement à un maximum, où les cycles sont coïncidées et fermées avant que le champ maximal soit atteint. Le cycle d'hystérésis appartenant à la plus grande zone est le *cycle d'hystérésis majeure*. En partant du point P sur la caractéristique d'aimantation, le champ magnétique externe change de $\pm\Delta H$ entoure la valeur de H_0 , ce qui donne des *cycles mineurs asymétriques* progressivement stabilisées, comme le montre la figure 1.19. Ce phénomène est appelé *accommodation* (en anglais) [11].

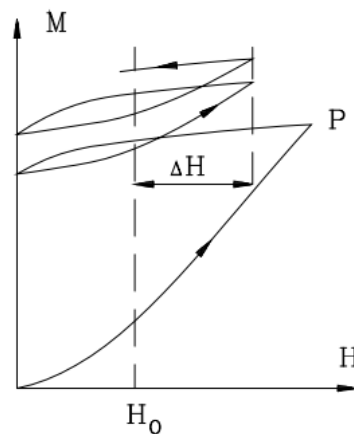


FIGURE 1.19: Stabilisation des cycles mineurs

1.5.3 Susceptibilités et les cycles d'hystérésis

Le processus d'aimantation d'un cycle d'hystérésis stabilisée peut également être caractérisé par les susceptibilités. La susceptibilité différentielle est différente pour les branches

ascendantes et les branches descendantes (figure 1.20). Dans la région de saturation, la susceptibilité magnétique différentielle a approximativement la même valeur qu'elle provienne de la branche ascendante ou de la branche descendante.

$$\left(\frac{dM}{dH}\right)_{H_{max}, dH>0} \approx \left(\frac{dM}{dH}\right)_{H_{max}, dH<0} \quad (1.36)$$

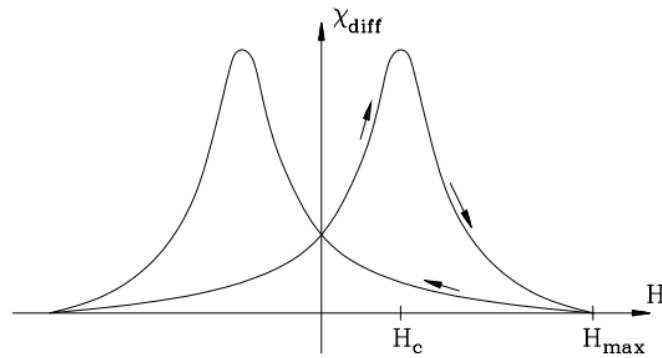


FIGURE 1.20: Variation de la susceptibilité différentielle avec le champ magnétique

La largeur et l'inclinaison des cycles mineurs dépendent de leur position sur le cycle d'hystérésis, et sont déterminées par le champ magnétique et sa variation $\pm\Delta H$, comme le montre la figure 1.21.

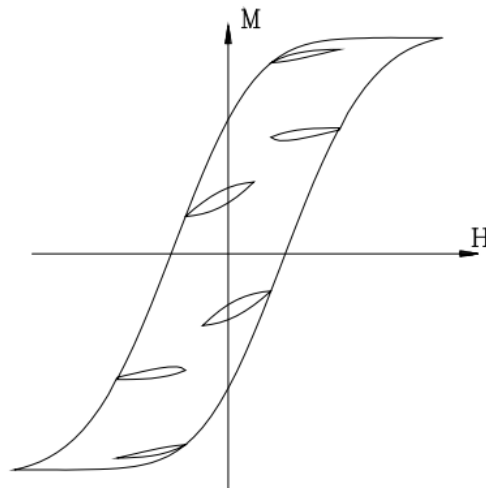


FIGURE 1.21: Les cycles mineurs le long du cycle d'hystérésis

Sur la figure 1.22, la variation de la susceptibilité réversible est tracée pour la courbe de première aimantation et pour les branches ascendantes et descendantes du cycle d'hystérésis majeure. La susceptibilité réversible joue un rôle important dans le cas où un

champ alternatif agit dans le point de fonctionnement déterminé par le champ magnétique constant H_0 . Pour un cycle mineure stabilisée, la susceptibilité réversible peut être déterminée à partir des déviations de l'intensité du champ magnétique et de l'aimantation.

$$\chi_{rev} = \left. \frac{\Delta M}{\Delta H} \right|_{H=H_0} \quad (1.37)$$

À partir de la susceptibilité réversible, qui caractérise les cycles mineurs, la susceptibilité différentielle des caractéristiques d'hystérésis peut être déterminée.

$$\chi_{diff} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H_0} \quad (1.38)$$

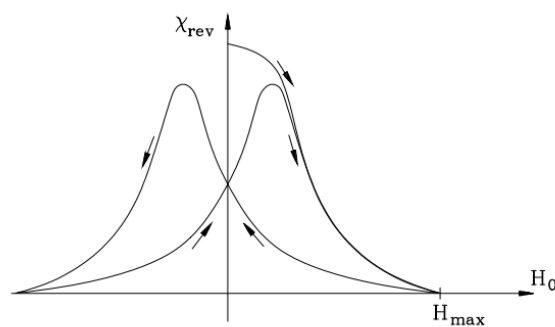


FIGURE 1.22: Variation de la susceptibilité réversible

Les propriétés magnétiques de différents matériaux peuvent être caractérisées par la courbe des points d'extrémité définis par les cycles d'hystérésis stabilisées à différentes amplitudes de champs magnétiques alternatifs. Cette courbe est *la courbe d'aimantation fondamentale* ou *la courbe de commutation*. La moitié supérieure des cycles d'hystérésis symétriques avec la courbe de commutation est tracée dans la figure 1.23.

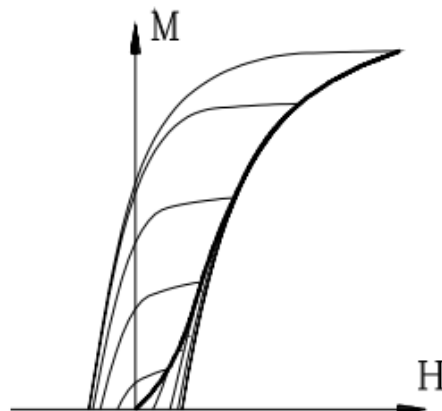


FIGURE 1.23: Cycles d'hystérésis et la courbe de commutation

Dans de nombreux cas, au lieu de la susceptibilité magnétique, la perméabilité magnétique est introduite pour décrire la relation entre l'intensité du champ magnétique et l'induction magnétique.

1.5.4 L'énergie de l'aimantation

Les substances ferromagnétiques peuvent être caractérisées par l'énergie de l'aimantation. Si l'aimantation est augmentée de l'état (B_1, M_1, H_1) à (B_2, M_2, H_2) , sous l'action d'un champ magnétique, le travail nécessaire pour magnétiser une unité de volume peut s'exprimer par la relation :

$$\Delta W = \int_{B_1}^{B_2} H dB \quad (1.39)$$

Par conséquent, l'énergie peut être exprimée par la zone autour des axes d'ordre $M_1 - M_2$ et la courbe de l'aimantation, comme indiqué sur la figure 1.24.

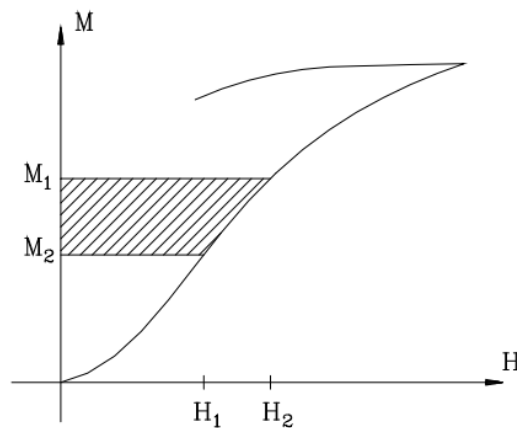


FIGURE 1.24: L'énergie nécessaire pour magnétiser une unité de volume du matériau

Pendant un période du cycle d'hystérésis, ainsi l'énergie fournie par ce travail est en partie stockée sous forme d'énergie potentielle ou d'énergie de champ, et une partie dissipée sous forme de chaleur dans le matériau. L'énergie potentielle doit revenir à sa valeur initiale, de sorte que le travail qui en résulte doit être consommé sous forme de chaleur. Cette chaleur est une *perte par hystérésis*. En se déplaçant sur le cycle d'hystérésis jusqu'au point caractérisé par les valeurs magnétisées (M_m, H_m) , l'énergie fournie est égale à l'aire entourée par la courbe d'hystérésis et l'axe de l'aimantation. Le long de la partie démagnétisation du cycle d'hystérésis jusqu'au point $(M_r, H = 0)$, une partie de l'énergie fournie retourne. La poursuite de l'aimantation du matériau dans le sens de la direction opposée aux valeurs de $(-M_m, -H_m)$, nécessite plus d'énergie. La partie de l'énergie fournie et de l'énergie retournée est représentée sur la figure 1.25.

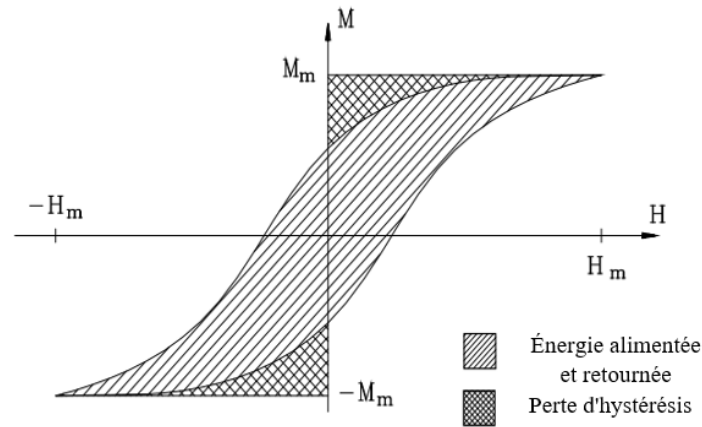


FIGURE 1.25: État énergétique du cycle d'hystérésis

1.6 Mécanisme de l'aimantation

Selon la forte interaction entre les moments magnétiques, même si aucun champ magnétique n'est appliqué, les matériaux ferromagnétiques sont composés de nombreuses régions de petit volume, à savoir des *domaines magnétiques*. La figure 1.26 montre la structure du domaine magnétique à différentes échelles dans les matériaux ferromagnétiques. Parmi eux, a) représente la structures pour les cristaux hexagonaux et cubiques), et b) représente : 1) Images des deux côtés d'une barre de fer. 2) Élément ($\text{Ni} - \text{Fe}$) à couche mince (épaisseur 130nm) avec une faible anisotropie transversale. 3) Image de l'effet Faraday de domaines dans un film grenat monocristal avec anisotropie perpendiculaire. La région de *stress magnétostrictif* est représentée en (2), [11, 15, 6].

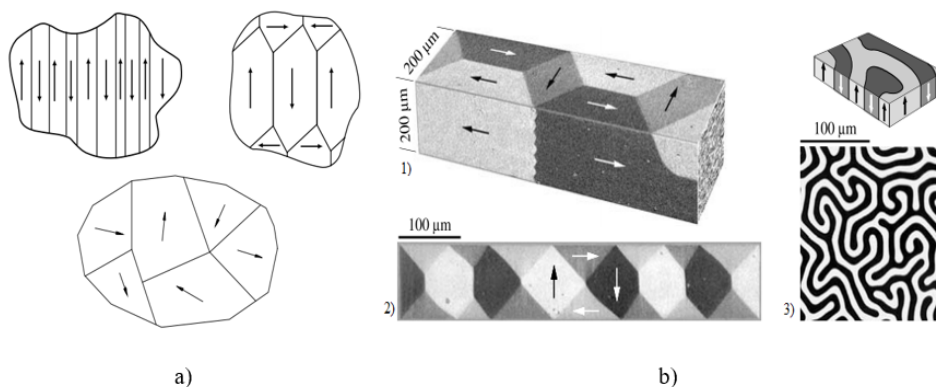


FIGURE 1.26: Configurations des domaines dans les matériaux ferromagnétiques

Lorsqu'un champ magnétique est appliqué à un matériau ferromagnétique, le changement dans les structures du domaine, *la rotation réversible et irréversible des moments magnétiques* à l'intérieur des domaines et *le mouvement réversible et irréversible des parois* du domaine correspondent aux caractéristiques d'aimantation. Cependant, au cours du pro-

cessus d'aimantation les changements réversibles et irréversibles se produisent ensemble, quatre plages différentes sur la caractéristique d'aimantation peuvent être distinguées en fonction des changements essentiellement réalisés dans la direction de l'aimantation du domaine et dans l'intensité de l'aimantation spontanée.

Dans la plage initiale ou l'état de démagnétisation, l'aimantation change de manière réversible. Aux faibles amplitudes de champ magnétique, l'aimantation est caractérisée par la rotation réversible des domaines magnétiques de l'état stable à la direction du champ appliqué. Dans cette plage, l'aimantation réversible est obtenue par le déplacement réversible des parois des domaines.

La deuxième plage est principalement obtenue par le déplacement irréversible des parois du domaine d'une position stable à une autre, et le processus d'aimantation au-delà de la plage initiale est irréversible. Dans cette plage d'aimantation, *l'effet magnétothermique*, accompagnant le déplacement des parois du domaine, peut être observé tandis qu'une partie de l'énergie de magnétisation est dissipée sous forme de perte thermique.

Dans le troisième domaine, les déplacements des parois des domaines sont déjà terminés et l'aimantation se poursuit par une magnétisation par rotation des domaines. Cette plage est la section de l'aimantation par rotation.

La dernière plage (la région de saturation), l'aimantation de saturation à l'intérieur des domaines magnétique est atteinte. Si l'aimantation atteint la saturation, le champ magnétique appliqué n'augmentera pas davantage. Les vecteurs de champ magnétique et de l'aimantation sont presque parallèles.

La figure 1.27 montre ces quatre plages.

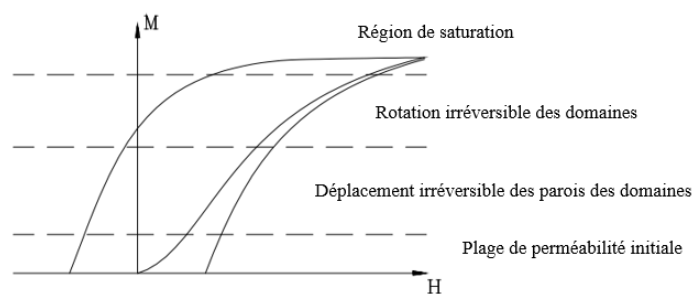


FIGURE 1.27: Mécanisme d'aimantation

L'aimantation des matériaux ferromagnétiques ne change pas continûment avec l'intensité du champ magnétique appliqué, mais par sauts successifs : c'est *le bruit de Barkhausen* (*perturbations de Barkhausen*). En 1919, *Barkhausen* (*George Heinrich Barkhausen*, 1881 – 1956), a effectué la première vérification expérimentale de l'existence de domaines magnétiques. La présence du bruit caractéristique prouve que le processus d'aimantation consiste en de nombreux petits changements de flux discontinus [16]. Ces discontinuités peuvent être considérées comme des rotation discontinue brutale dans la direction de l'aimantation à l'intérieur des domaines et le mouvement discontinu des frontières des

domaines. Dans la deuxième plage du processus d'aimantation, on peut observer le bruit de Barkhausen comme le montre la figure 1.28, qui a été confirmé par des mesures acoustiques. L'analyse spectrale de ce bruit indique directement la qualité de la microstructure du milieu étudié.

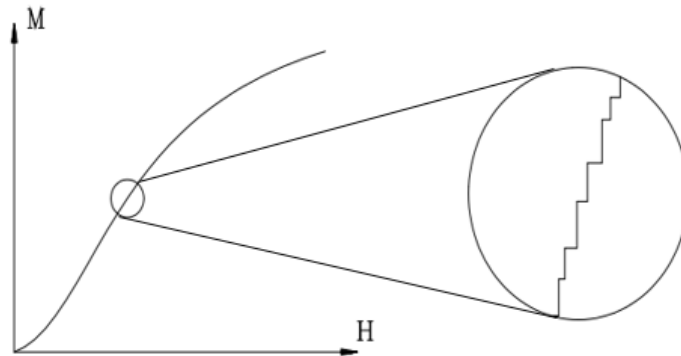


FIGURE 1.28: L'effet Barkhausen dans le processus de l'aimantation

1.6.1 Configuration en domaines magnétiques

L'existence des structures de domaine magnétique a été initialement émise par *P. Weiss* en 1907, en supposant que les matériaux ferromagnétiques se composent de nombreuses régions et que chaque région est saturée d'aimantation dans une direction spécifique. De nombreux phénomènes du processus d'aimantation peuvent être expliqués sur la base de la théorie des domaines magnétiques. Cependant, le concept de cette théorie a été proposé par *Weiss*, *Landau* et *Lifshitz* (*Lev Davidovich Landau* 1908 – 1968, *Evgenii Mikhailovich Lifshitz* 1915 – 1985) en 1935, qui ont théoriquement prouvé que l'existence des domaines magnétiques est le résultat de la minimisation de l'énergie. Ainsi la forme des domaines magnétiques peut être déterminée par la minimisation de plusieurs types d'énergies. De plus, certaines imperfections micro-structurales qui agissent et gênent le mouvement des parois de domaine, ce phénomène est nommé *le phénomène d'accrochage*. Ces défauts sont principalement causés par des impuretés non magnétiques (carbures, nitrides, etc.) et ferromagnétiques (cémentite), ainsi qu'aux contraintes de dislocation, de joints de grains et de traitements métallurgiques. Ces points spécifiques constituent des sites d'épinglage, ce phénomène d'accrochage des parois contribue principalement au processus d'aimantation par hystérétique. En effet, dans chaque domaine les moments magnétiques sont maintenus en parallèle par l'interaction d'échange de sorte que chaque domaine se présente comme un petit volume saturé avec une orientation différente de ses voisins, telle que l'aimantation de l'échantillon général peut être forte et être nulle.

En outre, les domaines magnétiques adjacentes sont séparées par des parois appelées *les parois de Bloch*, variant de centaines à des milliers d'ångström ($10^{-10}m$), à travers lesquelles la direction du moment magnétique change progressivement d'un domaine à

l'autre. Quand un champ magnétique externe est appliqué, les domaines magnétiques qui ont été orientés dans la direction du champ magnétique s'étendent à mesure que l'intensité du champ magnétique appliqué augmente, et tous les matériaux sont uniformément magnétisés dans la direction du champ magnétique externe. Si le champ magnétique externe est supprimé, le matériau sera toujours magnétisé dans la direction du champ magnétique précédemment appliqué [11, 5, 16], comme le montre la figure 1.29.

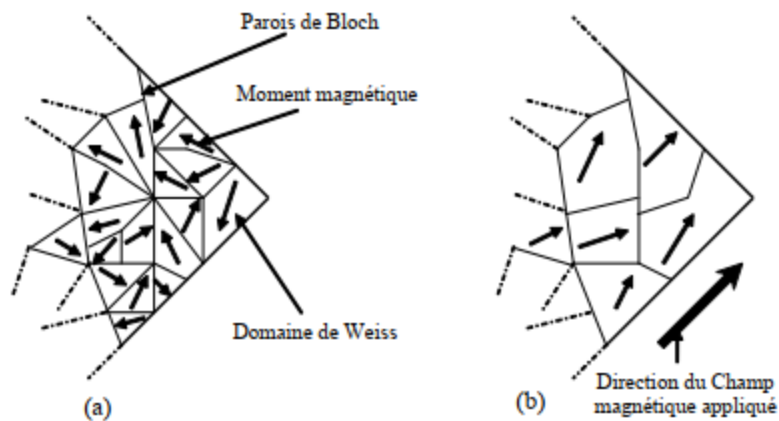


FIGURE 1.29: Configuration en domaines magnétiques, (a) en l'absence du champ magnétique extérieur, (b) en présence du champ magnétique extérieur.

La structure des matériaux ferromagnétiques est composée de domaines qui correspondent à la minimisation des énergies ci-dessous :

1.6.1.1 L'énergie d'échange

Les moments magnétiques ne sont généralement pas libres, ils s'influencent mutuellement et interagissent également avec l'environnement. Cela provoque la manifestation d'un comportement collectif en dessous de la température critique T_c . Comme nous l'avons vu précédemment, à haute température, une agitation thermique finira par se produire et un comportement paramagnétique sera observé. L'interaction d'échange est une interaction *dérivée électrostatiquement introduite par Werner Heisenberg (1901 – 1976)* dans le cadre de la mécanique quantique en 1929. La valeur de cette énergie est égale à l'énergie nécessaire pour rompre la situation illustrée à la figure 1.30, et elle tend à aligner les moments magnétiques microscopiques de chaque atome [17].

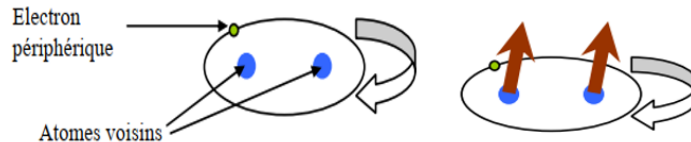


FIGURE 1.30: Mouvement de l'électron commun et l'alignement des moments magnétiques.

L'énergie liée à cette interaction peut être formulée en fonction des moments magnétiques de deux atomes adjacents i et j de la manière suivante :

$$\xi_{ij} = -\mu_0 n_{ij} m_i m_j \quad (1.40)$$

Suivant que le coefficient n_{ij} (+ou-), les moments magnétiques (m_i, m_j) ont tendance à s'orienter respectivement parallèlement ou anti-parallèlement. L'énergie d'échange par unité de volume E_{ech} est exprimée par :

$$E_{ech} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_{i,j \neq i} n_{ij} m_i m_j \quad (1.41)$$

L'expression ci-dessus peut également être écrite :

$$E_{ech} = -\frac{\mu_0}{2} \sum_i m_i H_i \quad (1.42)$$

Avec, $H_i = \sum_{i \neq j} n_{ij} m_j$.

1.6.1.2 L'énergie démagnétisante

En effet, lorsque un échantillon magnétique est immergé dans un champ H_{ext} externe ou qu'il présente une magnétisation uniforme, il se comporte comme un *dipôle magnétique*, de manière similaire à l'électrostatique. Ce dipôle est à l'origine de ce qu'on appelle le champ démagnétisant ou dipolaire présent à l'intérieur du matériau, noté H_d et opposé à l'aimantation M , s'écrit :

$$H_d = -NM \quad (1.43)$$

Étant donné que N est le tenseur des coefficients de démagnétisation adimensionnels. La résultante directe de l'existence de H_d est que le champ interne H_{int} d'un matériau magnétique est alors égal à :

$$H_{int} = H_{ext} + H_d = H_{ext} - NM \quad (1.44)$$

L'énergie d'échange associée à H_d s'écrit :

$$E_d = -\frac{\mu_0}{2} M_d H_d \quad (1.45)$$

La signification des coefficients de démagnétisation est liée à la forme géométrique de l'échantillon et à la relation : $Nx + Ny + Nz = 1$ il est nécessaire de vérifier. Dans un film mince de dimension illimitée, on obtient $Nx = Ny = 0$, donc $Nz = 1$.

1.6.1.3 L'énergie d'anisotropie (énergie magnéto-cristalline)

À l'état solide, les principaux éléments des matériaux magnétiques doux cristallisent respectivement dans les systèmes : *cubique centré*, *hexagonal* et *cubique faces centrées* (figure 1.31 (a)). Prenons le cas d'un matériau qui cristalliserait selon le système cubique centré. Comme nous l'avons vu plus haut, en raison de l'échange d'énergie entre différents atomes, les moments magnétiques microscopiques ont tendance à s'aligner (figure 1.31 (b)). La distance entre deux atomes voisins dépend de leur position relative dans le réseau cristallin. L'énergie d'échange sera donc fonction de la direction. Ainsi, il existera des directions d'orientations privilégiées de ces moments. L'énergie d'anisotropie représente l'énergie à fournir pour faire tourner l'ensemble de ces moments dans une direction donnée. Si l'on excite le matériau avec un champ magnétique extérieur, puisque la direction du champ d'excitation est la même que la direction du moment magnétique microscopique, l'énergie fournie est très faible. D'autre part, l'énergie à fournir est importante car la direction du champ est différente de celle des moments, comme le montre la figure 1.31 (c).

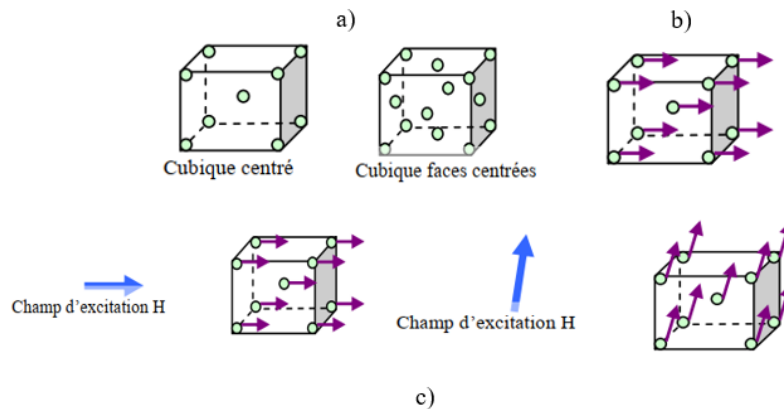


FIGURE 1.31: a) Structures cristallographiques, b) Alignement moments magnétiques, c) Application du champ magnétique

La formulation d'énergie anisotropie magnéto-cristalline E_{mc} dépend des symétries du cristal. Dans le cas d'un système cubique tel que le fer, cette énergie est sous la forme :

$$E_{mc} = \iiint (K_1 (m_x^2 m_y^2 + m_y^2 m_z^2 + m_z^2 m_x^2) + K_2 m_x^2 m_y^2 m_z^2) dV \quad (1.46)$$

Où : K_1 et K_2 qui sont des constantes d'anisotropie magnéto-cristalline, inhérentes à

chaque matériau magnétique et les axes $[x, y, z]$ sont désignés en fonction des axes du cube. Dans cette dernière formulation, les termes d'ordre supérieur ont été ignorés.

1.6.1.4 L'énergie magnétostatique (énergie de Zeeman)

L'énergie correspond à l'action sur chaque atome des champs magnétiques créés par tous les atomes voisins. Dans le premier cas, l'énergie magnétostatique est importante (son influence sur l'atome victime est importante, comme le montre la figure 1.32 (a)). Cependant, dans le deuxième cas, l'énergie magnétostatique est pratiquement nulle (elle a donc peu d'influence sur l'atome victime, comme le montre la figure 1.32 (b)). Cette énergie tend à ajuster l'aimantation de l'échantillon en parallèle à l'excitation extérieure appliquée, elle peut être exprimée par :

$$E_z = -\mu_0 M H_{ext} \quad (1.47)$$

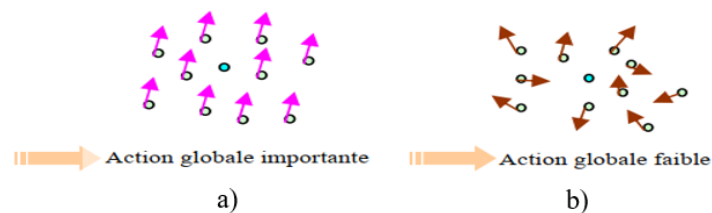


FIGURE 1.32: Illustration énergie magnétostatique

1.6.2 Les parois de domaines magnétiques

Les domaines sont séparés par des régions où les dipôles changent de directions graduellement et sans interruption. L'existence des parois de domaines a été suggérée pour la première fois par *Felix Bloch* (1905 – 1983), en 1932, et ils sont donc désignés sous le nom de *parois de Bloch*. La transition entre l'orientation d'un domaine et celle d'un domaine adjacent n'est pas abrupte, mais se fait progressivement. De plus, la présence de parois permet de réduire au maximum l'énergie impliquée aux limites entre domaines. Ces parois peuvent être classées selon le déplacement angulaire à travers les parois du domaine, on distingue principalement :

- Les parois à 180° séparent deux domaines magnétiques dont l'angle de la direction d'aimantation est à 180° (figure 1.33 a).
- Les parois à 90° séparent deux domaines magnétiques dont l'angle de la direction d'aimantation est à 90° (figure 1.33 b).

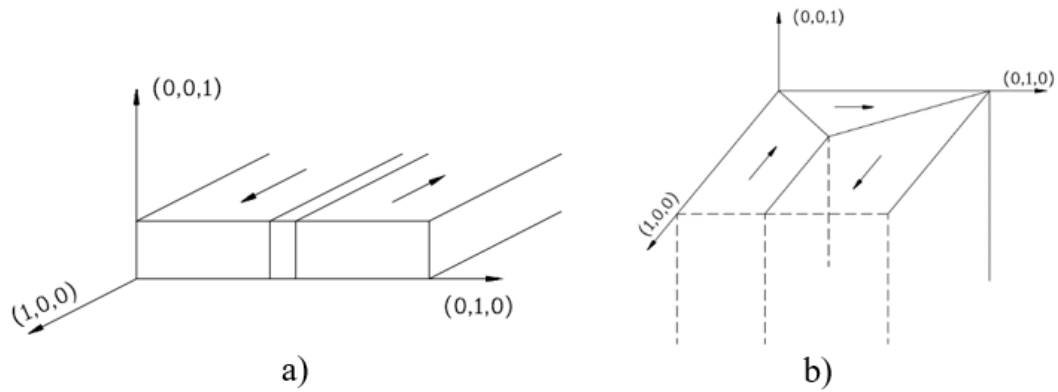


FIGURE 1.33: a) Les parois du domaine orientées à 180° , b) Les parois du domaine orientées à 90° .

Il existe également d'autres types de parois correspondant à des structures plus complexes et de plus haute énergie induites par des conditions aux limites particulières. La distribution des moments magnétiques des atomes de la paroi de Bloch est illustrée à la figure 1.34 :

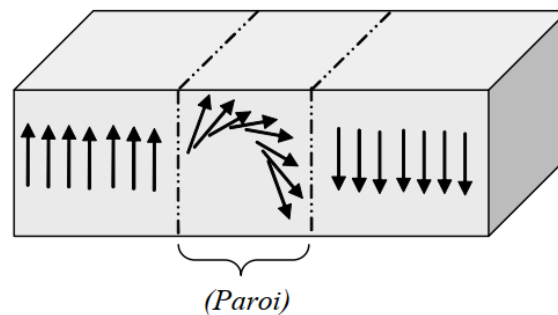


FIGURE 1.34: Rotation des moments magnétiques dans une paroi de Bloch à 180°

1.7 Processus de l'aimantation

L'aimantation M d'un matériau ferromagnétique de l'état démagnétisé à l'aimantation de saturation passe par différentes étapes, notamment le mouvement réversible et irréversible des parois de domaines, la rotation réversible et irréversible des domaines. Toutefois, la rotation irréversible du domaine ne peut se produire que dans un champ tournant. Si les parois du domaine se déplacent, le volume du domaine magnétique change, tandis que s'il tourne, le volume reste fixe et la direction de l'aimantation du domaine se modifie.

Lorsqu'un champ externe est appliqué, les domaines magnétiques présentant des directions de magnétisation faciles croissent au détriment des domaines présentant des directions de magnétisation défavorablement faciles. La croissance d'un domaine implique que

le domaine incorporent les dipôles des domaines adjacents et la direction de l'aimantation des dipôles incorporés sont changées en direction du domaine croissant. Ce phénomène du domaine favorable se produit pour minimiser l'énergie stockée dans la structure. Dans cette restructuration des domaines, les parois du domaine se déplacent vers les domaines avec une direction qui s'oppose au champ, le processus s'appelle mouvement des parois des domaines et se compose d'une partie réversible et une autre irréversible.

Lorsque le champ appliqué est faible, la paroi est empêchée dans son mouvement par les sites de défauts, ce qui la déforme autour de ces sites.

Si on enlève le champ, la courbure cesse et la paroi du domaine revient à son emplacement initial. Ce mouvement est réversible et ne donne que de faibles augmentations de l'aimantation car seuls les dipôles de la zone de flexion changent de direction.

Lorsque le champ appliqué augmente, la paroi libère l'emplacement du défaut et fait un saut vers un nouvel emplacement (*Effet Barkhausen*). Ce mouvement de la paroi du domaine est irréversible et la magnétisation augmente rapidement en pente, tous les dipôles dans la zone entre l'ancien et le nouvel emplacement changent de direction. Un accroissement suffisant du champ appliqué fait disparaître toutes les parois du domaine, en raison du mouvement irréversible des parois, et la magnétisation dans la direction facilement magnétisable s'aligne sur la direction du champ appliqué. L'augmentation du champ appliqué provoque une rotation réversible du domaine, c'est-à-dire que le vecteur d'aimantation tourne jusqu'à ce qu'il soit aligné avec le champ appliqué. L'augmentation de la magnétisation due à ce processus est faible et la magnétisation commence à saturer. Lorsque tous les domaines sont alignés avec le champ appliqué, le matériau est totalement saturé et aucune augmentation supplémentaire de la magnétisation n'est possible.

La figure 1.35 présente une description simplifiée des processus d'aimantations. Les cercles représentent des taches dans le matériau ferromagnétique, comme des impuretés dans la structure cristalline. La figure 1.35 (a) illustre une région de quatre domaines lorsqu'aucun champ externe n'est appliqué, les domaines sont répartis de manière aléatoire dans les directions facilement magnétisables et aucune aimantation n'est présente. Lorsque le champ augmente, les domaines dans la direction de l'aimantation facile commencent à croître. La croissance des domaines se produit par une courbure des parois des domaines autour des taches des sites, illustration 1.35 (b). L'augmentation des parois du domaine est un processus réversible et ne donne qu'une légère variation de l'aimantation, dans la figure 1.35 (b). Une autre augmentation du champ appliqué rend les parois libres d'impuretés et provoque un saut de l'aimantation à un nouvel endroit (1.35 c,d). Ce dernier processus est irréversible et provoque une forte augmentation de l'aimantation. Finalement, pour un champ suffisamment élevé, une rotation réversible du domaine se produit (1.35 e, f), les domaines tournent jusqu'à ce qu'ils soient complètement alignés avec le champ appliqué et provoquent une faible variation de l'aimantation.

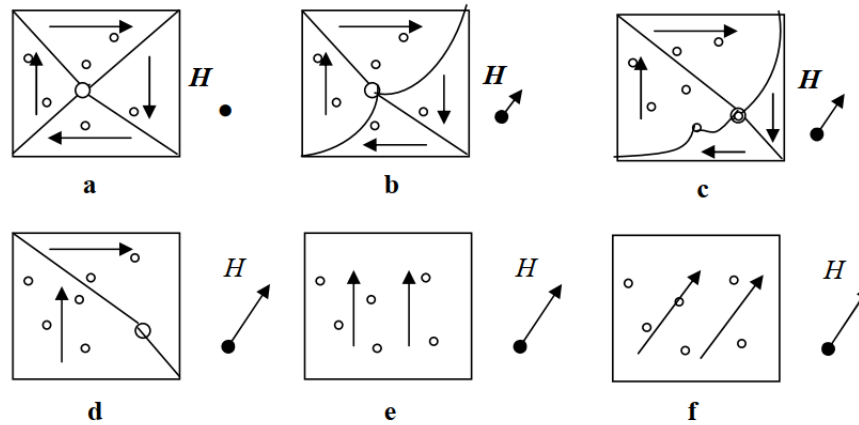


FIGURE 1.35: Processus d'aimantation

La représentation simplifiée qui décrit par les parois magnétiques dans le processus d'aimantation donne une idée assez précise du processus qui génère le comportement hystérétique du matériau. Ce comportement a pu être observé grâce à différentes méthodes (plus de détails dans les chapitres 2 et 3).

1.8 Classification des matériaux ferromagnétique

En observant le cycle d'hystérésis, les matériaux ferromagnétiques peuvent être divisés en deux catégories, *les matériaux ferromagnétiques durs* et *les matériaux ferromagnétiques doux*, comme le montre la figure 1.36. La catégorie de chaque matériau est principalement basée sur les valeurs du champ coercitif et de l'aimantation rémanente qui lui sont associées.

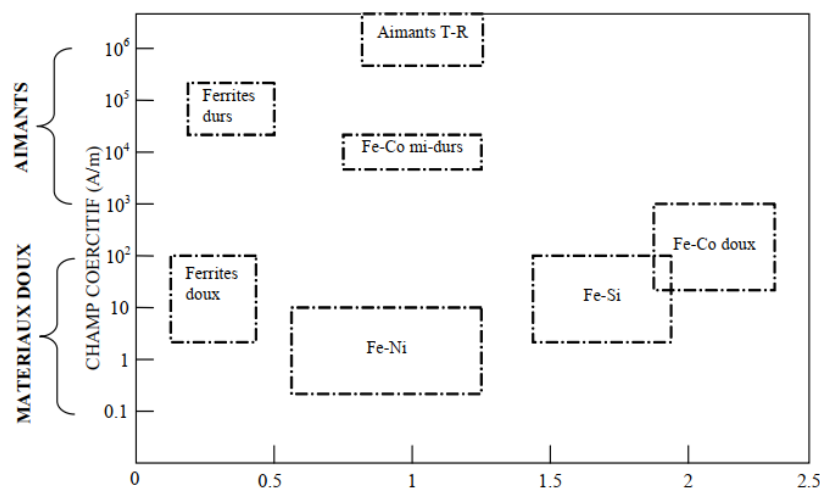


FIGURE 1.36: Les grandes classes de matériaux magnétiques industriels

1.8.1 Les matériaux durs

Dans ces matériaux, l'aimantation rémanente M_r et le champ coercitif H_c sont des paramètres physiques indispensables. En effet, ils présentent une aimantation rémanente très élevée. En général, celle-ci est très difficile à annuler car le champ magnétique coercitif est également très important, tel que le démontre la figure 1.37. Ils présentant ces caractéristiques sont fréquemment employés pour des applications d'aimants permanents. Dans ce cas, le cycle d'hystérésis est très large ($H_c \geq 10^4 A/m$) et, dans le cas d'applications à aimants permanents, H_c devient le champ démagnétisant à ne pas dépasser.

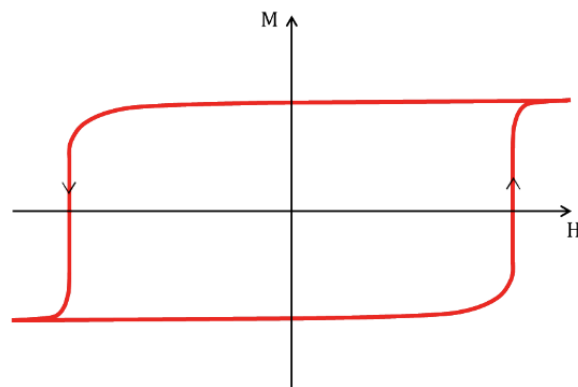


FIGURE 1.37: Cycle d'hystérésis pour des matériaux durs

1.8.2 Les matériaux doux

Les matériaux doux ont la capacité de répondre à de faibles champs d'excitation. Par conséquent, la susceptibilité magnétique initiale est très importante. Leur aimantation rémanente est facile à annuler puisque H_c n'est pas très important. En effet, le cycle d'hystérésis associé à ce type de matériau est très étroit, comme le montre la figure 1.38. Voire même quasiment inexistant ($H_c \leq 100 A/m$). Les matériaux magnétiques doux sont couramment utilisés dans les applications qui doivent guider le flux magnétique, telles que les noyaux en fer des transformateurs, des moteurs et des générateurs. Ces applications nécessitent une perméabilité élevée, un faible champ coercitif et une faible perte par hystérésis. Il existe deux types de matériaux magnétiques doux qui peuvent être utilisés pour limiter les pertes par courants de Foucault : les matériaux en *tôles isolées* comme (*les tôles de type Fe – Si*) et les matériaux *en poudres de fer*. Les premiers sont les plus répandus et le plus utilisé, notamment aux basses fréquences, tandis que les seconds sont utilisés pour les hautes fréquences[5].

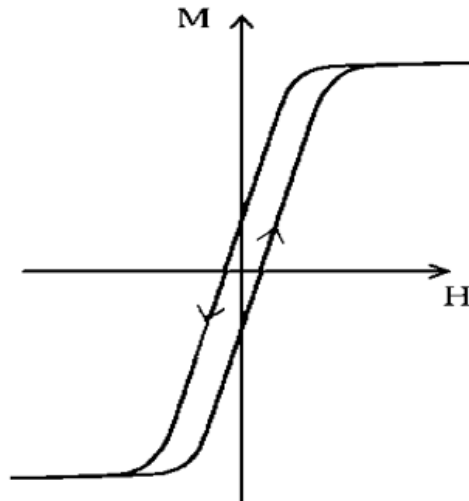


FIGURE 1.38: Cycle d'hystérésis pour des matériaux doux

1.9 Les tôles magnétiques

Les matériaux magnétiques doux sont les principaux composants de nombreux dispositifs électrotechniques. Ces matériaux sont obtenus à partir du *Fer*, qui présente des propriétés magnétiques remarquables, à température ambiante son aimantation à saturation est grande ($B_s \approx 2.16 T$), et sa température de Curie élevée ($1043 K$). Ils sont utilisés sous forme de tôles magnétiques minces afin de limiter les pertes par courant de Foucault dans les circuits. La plus courante de ces tôles est l'alliage *fer-silicium*. L'addition de faible concentration de *Silicium* (**Si**), (jusqu'à 3.2% en poids pour des fréquences d'utilisation de quelques dizaines à quelques centaines de Hz) présente quelques avantages tels que, l'alliage *Fer-Silicium* a des caractéristiques mécaniques supérieurs au fer pur, la résistivité de l'alliage est augmentée d'un facteur 4 – 5 par rapport au *fer pur* pour 3 – 3.4% **Si**, ce qui permet de réduire sensiblement les pertes par courants induits. Leur inconvénient est de diminuer l'aimantation de saturation.

Deux principales familles de tôles magnétiques sont utilisées pour fabriquer des circuits magnétiques pour équipements électriques, des *tôles à grains orientés* (*G.O*) et des *tôles à grains non orientés* (*N.O*)[18].

1.10 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté des rappels historiques sur le magnétisme et puis étudié leurs origines. Ensuite, nous avons défini les grandeurs magnétiques, classification des matériaux magnétiques à partir de leur comportement magnétique. Nous avons également étudié les matériaux ferromagnétiques avec leur classification et l'interprétation du magnétisme à différentes échelles, à savoir l'échelle atomique, microscopique, méso-

scopique et macroscopique. Ensuite on a exposé le phénomène magnétique de l'hystérésis, qui joue un rôle important dans la compréhension du comportement des dispositifs et des systèmes magnétiques.

Afin de comprendre le mécanisme physique responsable de ce phénomène, il est nécessaire dans le domaine électromagnétique de disposer des hypothèses et de modèles magnétiques permettant de faire le lien entre la structure microscopique du matériau et les lois de comportement macroscopique. Dans le chapitre suivant, nous présentons les plus importants de ces modèles magnétiques, ceux qui s'appuient sur des considérations purement mathématiques ou sur le comportement physique des matériaux, et tenterons de simuler certains d'entre eux sous l'environnement de *MATLAB*.

Chapitre 2

Modèles d'Hystérésis Magnétique

2.1 Introduction

Le phénomène d'hystérésis est la caractéristique la plus importante qui indique le comportement non-linéaire des matériaux magnétiques. Afin de comprendre le mécanisme physique à l'origine de ce phénomène, il est nécessaire d'établir une relation entre la microstructure du matériau et le mouvement des domaines et leurs parois à l'échelle mésoscopique, puis d'établir une relation macroscopique. Pour représenter ce phénomène, différents modèles ont été proposés. Il existe certains *modèles mathématiques* qui ignorent les principes physiques du comportement des matériaux, et certains *modèles physiques* sont basés sur des considérations physiques.

D'après les modèles d'hystérésis existants, on trouve les modèles analytiques, ces modèles sont purement mathématique dénués de toute interprétation physique. On peut citer des modèles, comme ceux de *Rayleigh* [19] ou *Fröhlich* [20], car ils sont simples à mettre en œuvre et très attractifs à utiliser en code de calcul. Cependant, ces modèles n'ont pas de réalité physique et ne peuvent établir qu'une fonction réversible entre le champ magnétique H et l'induction magnétique B .

En outre, dans les modèles physiques, il existe d'autres modèles définis par l'échelle microscopique, comme *le modèle d'Ising* [21] ou macroscopique, comme les modèles de *Preisach* [22] et de *Jiles-Atherton* [23, 24]. Les conditions d'utilisation de ces modèles sont réduites à une étude *quasi-statique* (ne dépend pas de la fréquence) du comportement des matériaux magnétiques. L'étude de comportement des matériaux magnétiques en régime d'aimantation dynamique est fonction de la fréquence. Dans ce cas, la forme du cycle d'hystérésis ne dépend plus uniquement de la valeur extrême du champ magnétique, mais également de sa vitesse de variation temporelle (la dérivée partielle du champ magnétique par rapport au temps). On note donc que pour les tôles $Fe - Si$, par exemple, *un gonflement* du cycle en fonction de la fréquence. Il existe des modèles d'hystérésis à l'état statique et des extensions à l'état dynamique, tels que le modèle de Preisach [25],

et le modèle de Jiles-Atherton [26].

2.2 Présentation des modèles analytiques

Les modèles les plus simples pour la représentation du comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques sont les fonctions analytiques d'approximation des caractéristiques d'hystérésis. Ces fonctions analytiques, ne peuvent pas de décrire tous les aspects du phénomène d'hystérésis, donc seule la relation entre l'induction magnétique B , l'aimantation M et le champ magnétique H est établie sans tenir compte de l'histoire magnétique du matériau. Dans ces modèles, nous avons :

2.2.1 Modèle de Rayleigh

Cet ancien modèle a été développé par le physicien britannique *Lord Rayleigh* (1842 – 1919). Il a remarqué que dans la région de champ magnétique faible sur la courbe de première aimantation, la perméabilité magnétique peut être représentée par les deux premiers termes d'un polynôme augmenté d'une série de puissance [11, 5, 3] :

$$\mu(H) = \frac{dB}{dH} = \mu_{in} + \eta H \quad (2.1)$$

Où μ_{in} est la perméabilité initiale et η la constante de Rayleigh. L'équation 2.2 résulte une relation parabolique entre l'intensité de champ magnétique H et la densité du flux B , pour la partie initiale de la courbe d'aimantation. L'intégrale de l'équation 2.1 nous donne :

$$B = \mu_{in}H + \frac{1}{2}H^2 \quad (2.2)$$

Dans l'approximation 2.2, le premier terme ($\mu_{in}H$) représente la composante réversible et le second terme ($\frac{1}{2}H^2$) représente le changement irréversible de l'induction magnétique. La courbe de première aimantation est donnée par cette équation. Par conséquent, en appliquant une excitation périodique $H(t)$, l'induction magnétique a une faible amplitude, variant entre $(\pm B_{max})$, tout en se déplaçant le long du cycle d'hystérésis de Rayleigh, comme le montre la figure 2.1.b.

- La branche ascendante du cycle d'hystérésis est de la forme suivante (si le champ magnétique H est croissant) :

$$B = \mu_{in}(H + H_{max}) + \frac{\eta}{2}(H + H_{max})^2 - B_{max} \quad (2.3)$$

- Tandis que la branche descendante est donnée par (si le champ magnétique H est décroissant) :

$$B = \mu_{in} (H - H_{max}) - \frac{\eta}{2} (H - H_{max})^2 + B_{max} \quad (2.4)$$

En appliquant 2.3 à un point spécifique $M (H_{max}, B_{max})$, on obtient :

$$B_{max} = \mu_{in} H_{max} + \eta H_{max}^2 \quad (2.5)$$

En substituant l'équation ci-dessus en 2.3 et 2.4, on peut déduire la formulation du modèle de Rayleigh en attribuant au deuxième terme un signe (+) pour la branche ascendante et un signe (-) pour la branche descendante du cycle d'hystérésis. Le modèle sera ensuite décrit de la manière suivante :

$$B = (\mu_{in} + \eta H_{max}) H \pm \frac{\eta}{2} (H^2 - H_{max}^2) \quad (2.6)$$

Les paramètres du modèle de Rayleigh peuvent être déterminés à partir du champ d'excitation maximum (H_{max}), de l'induction maximum (B_{max}) et de l'induction rémanente (B_r). Sachant que ce dernier vérifie :

$$B_r = \frac{\eta H_{max}^2}{2} \quad (2.7)$$

Ensuite, nous pouvons utiliser l'expression 2.7 pour déterminer la constante de Rayleigh :

$$\eta = \frac{2B_r}{H_{max}^2} \quad (2.8)$$

On peut alors déterminer la perméabilité initiale μ_{in} à partir de la valeur de η :

$$\mu_{in} = \frac{B_{max}}{H_{max}} - \eta H_{max} \quad (2.9)$$

Le cycle d'hystérésis peut être généré à partir de la formule décrite en 2.6, en utilisant les paramètres μ_{in} , η , B_r , H_{max} , B_{max} (Les figures (2.1.c) et (2.1.a) représentent respectivement l'induction magnétique et le champ d'excitation en fonction du temps).

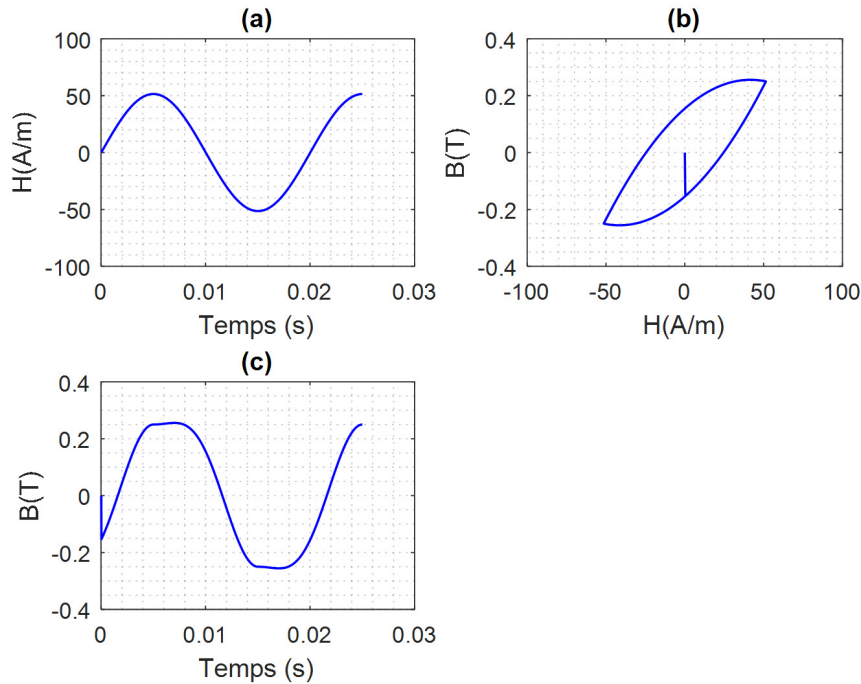


FIGURE 2.1: Cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Rayleigh

Le modèle Rayleigh présente de nombreux avantages, tels qu'une mise en œuvre facile et une intégration facile dans les calculs numériques, et le principal inconvénient de ce modèle est sa limitation des champs magnétiques faibles et ne permet pas de décrire la saturation.

2.2.2 Modèle de Fröhlich

L'une des premières modèles empiriques proposées pour exprimer les caractéristiques de l'aimantation pourrait être le modèle de Fröhlich [11]. La relation entre la densité du flux magnétique B et l'intensité du champ magnétique H a été développée pour décrire uniquement la courbe d'aimantation anhystérétique. Les deux paramètres α et β du modèle sont les caractéristiques des matériaux étudiés.

$$B = \frac{H}{\alpha + \beta |H|} \quad (2.10)$$

Le travail qui proposé par Akbaba en 1991, [27] améliore ce modèle, où l'aimantation est subdivisée en deux régions. La première est située avant $B \leq B_s$ et est donnée par la formule suivante :

$$B = \frac{H}{a_1 + b_1 H} \quad (2.11)$$

Lorsque $B \geq B_s$, définir la deuxième région :

$$B = B_s + \frac{H - H_s}{a_2 + b_2(H - H_s)} \quad (2.12)$$

Dans le cas des matériaux ferromagnétiques doux, le cycle d'hystérésis est très étroite, ce modèle ne convient donc pas à certains matériaux magnétiques. Cependant, dans le cas de matériaux magnétiques durs, le cycle d'hystérésis s'élargit, ce qui peut entraîner des difficultés dans la modélisation de la courbe de désaimantation. Sur la base du modèle de Fröhlich, la courbe de désaimantation (le deuxième quadrant d'hystérésis) peut être approchée par une courbe décalée $B(H)$ passant par le champ coercitif. En effet, l'expression du modèle sur la courbe de première aimantation est décrite par 2.10. Cependant, sur la courbe montante du cycle majeur, elle est décrit comme :

$$B = \frac{H - H_c}{\alpha + \beta |H - H_c|} \quad (2.13)$$

Et, sur la courbe descendante du cycle majeur on a :

$$B = \frac{H + H_c}{\alpha + \beta |H + H_c|} \quad (2.14)$$

Les paramètres du modèle (α, β) sont déterminés à partir du point de saturation (B_s, H_s) et rémanente $(B_r, 0)$.

- Le paramètre β est déterminé au point de saturation par :

$$B_s = \lim_{H \rightarrow \infty} \left(\frac{H + H_c}{\alpha + \beta(H + H_c)} \right) = \frac{1}{\beta} \Rightarrow \beta = \frac{1}{B_s} \quad (2.15)$$

- Le paramètre α est défini au point de rémanente par :

$$B_r = \lim_{H \rightarrow 0} \left(\frac{H + H_c}{\alpha + \beta(H + H_c)} \right) = \frac{H_c}{\alpha + \beta H_c} \Rightarrow \alpha = H_c \left(\frac{B_s - B_r}{B_s B_r} \right) \quad (2.16)$$

Contrairement au modèle de Rayleigh, ce modèle donne une bonne approximation du phénomène pour des valeurs plus élevées du champ d'excitation (cycle Majeur). Afin de représenter les cycles d'hystérésis mineurs, les travaux de [28, 29] ont amélioré ce modèle. La figure 2.2.b montre le cycle d'hystérésis obtenu par le modèle d'hystérésis de Fröhlich, et les figures (2.2.c) et (2.2.a) représentent respectivement l'induction magnétique et le champ d'excitation en fonction du temps.

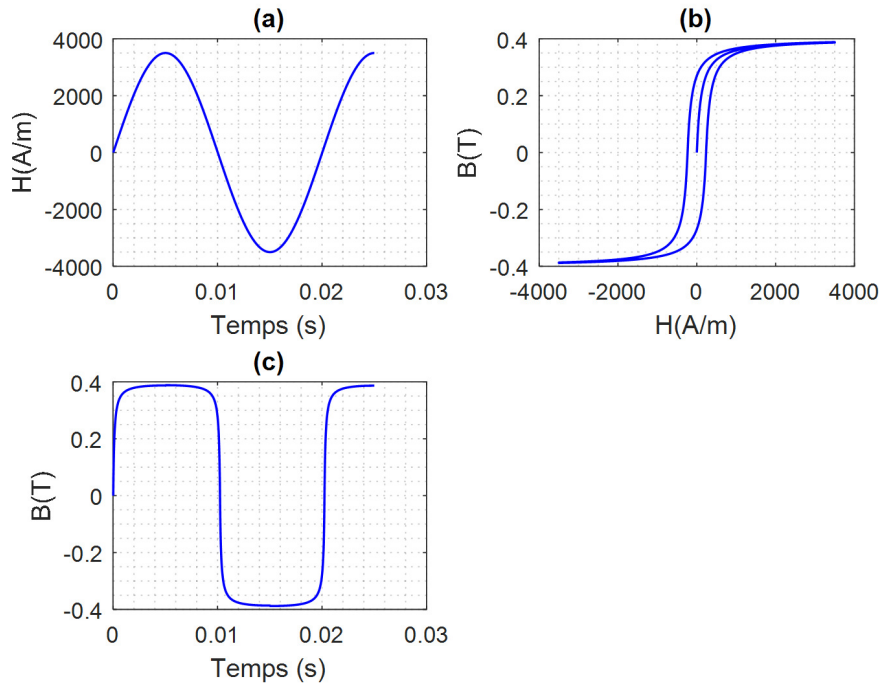


FIGURE 2.2: Cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Fröhlich

2.2.3 Modèle de Potter

Selon les travaux proposés par Potter [30], le modèle est basé sur des relevés expérimentales suivantes : l'aimantation à saturation M_s , l'aimantation rémanente M_r , le champ magnétique de saturation H_s et le champ magnétique coercitif H_c . Ces relevés sont nécessaires pour l'élaboration de ce modèle. L'aimantation totale M est donnée par :

$$M(H, \alpha) = M_s \left[\text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left(\frac{H_c - H \text{sign}(\alpha)}{H_c} \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right] \right] \quad (2.17)$$

Dans le cycle majeur, le coefficient α est égal à ± 1 . Il est redéfini par 2.18 à chaque point de renversement caractérisé par H^* et α^* . Ensuite, l'aimantation M sera calculée en fonction de H^* et α^* . M est positif lorsque H augmente, et négatif si H diminue de sorte que $|\alpha| \leq 1$

$$\alpha^* = - \frac{2 \text{sign}(\alpha) - \alpha \left[1 + \tanh \left(\left(1 - \text{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c} \right) \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right) \right]}{1 + \tanh \left(\left(1 + \text{sign}(\alpha) \frac{H^*}{H_c} \right) \tanh^{-1} \left(\frac{M_r}{M_s} \right) \right)} \quad (2.18)$$

Le modèle de Potter peut décrire le cycle d'hystérésis à partir d'une fonction analytique

paramétrée en α évoluant à chaque point de renversement. Le cycle généré par ce modèle est illustré à la figure 2.3.

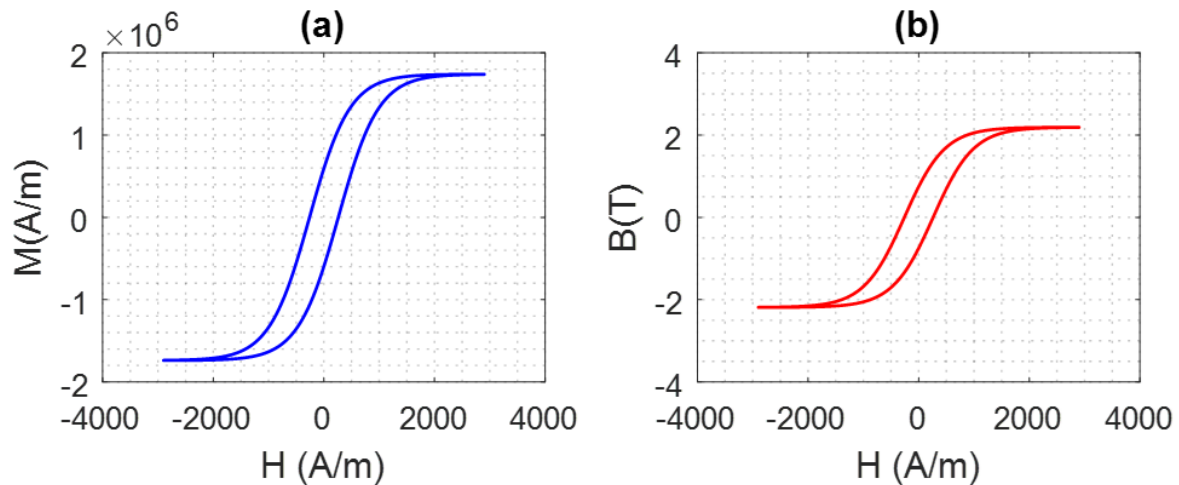


FIGURE 2.3: Le cycle d'hystérésis modélisé avec le modèle de Potter, (a) $M(H)$, (b) $B(H)$

Le modèle de Potter est relativement simple à implémenter mais il ne décrit pas convenablement les cycles mineurs s'ils ne sont pas centrés autour de zéro, comme indiqué dans [3].

2.2.4 Modèle à fonctions multiples

Le modèle fonctions multiples est basé sur des relations d'approximation sous formes exponentielles, trigonométriques ou hyperboliques. Dans les travaux présentés par [31], les auteurs ont constaté que l'utilisation de la relation 2.19 donne une bonne approximation de la courbe représentant l'aimantation anhystérétique :

$$B = B_s \exp\left(\frac{H}{a + bH}\right) \quad (2.19)$$

M. K. El-sherbiny a proposé l'évaluation de l'aimantation anhystérétique sur la base de la somme des séries de fonctions exponentielles, qui est évaluée comme suit [32] :

$$B = \sum_{i=0}^N a_i \exp\left(-\frac{b_i}{H}\right) \quad (2.20)$$

Les paramètres d'approximation peuvent être déterminés en utilisant une procédure d'identification. D'autres types d'approximation du cycle en série de fonctions trigonométriques associés à la loi de comportement magnétique du matériau, l'équation 1.1 a été utilisée pour modéliser des couches minces (matériaux utilisés pour l'enregistrement magnétique). Selon les recherches menées par [33], l'aimantation peut être exprimée comme :

$$M = \frac{2}{\pi} M_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_c} \pm 1 \right) \tan \left(\frac{\pi M_r}{2M_s} \right) \quad (2.21)$$

Les cycles mineurs de l'hystérésis peuvent être calculés par :

$$M = \frac{2K}{\pi} M_s \tan^{-1} \left(\frac{H}{H_c} \pm 1 \right) \tan \left(\frac{\pi M_r}{2M_s} \right) \pm (1 - K) M_r \quad (2.22)$$

$$K = \frac{M_r + M_{rm}}{2M_r} \quad (2.23)$$

Où M_{rm} est l'aimantation rémanente du cycle mineur parcouru. Le cycle majeur d'hystérésis obtenu par ce modèle est présenté à la figure 2.4.

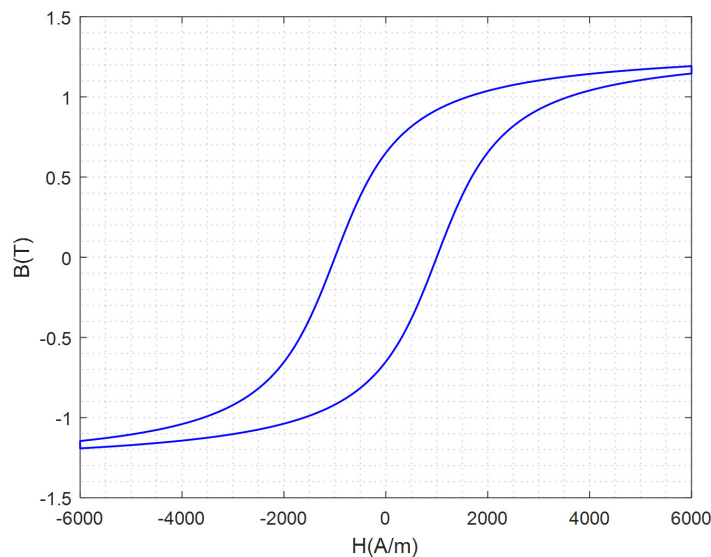


FIGURE 2.4: Cycle majeur d'hystérésis modélisé avec le modèle à fonctions multiples

Le modèle à fonctions multiples peut de donner une approximation correcte du cycle majeur. Ce type des modèles permettent même de décrire les cycles mineurs du phénomène d'hystérésis. Mais c'est une approximation dénuée de toute interprétation physique du phénomène, d'où ses limites de validité. Ils présente aussi des difficultés pour générer les cycles mineurs dans un système soumis à un champ variable sans connaître au préalable les paramètres K et M_{rm} des cycles mineurs qui doivent être parcourus. En générale, ce modèle est utilisé pour des applications d'enregistrements magnétiques et un des rares travaux effectués dans le domaine de chauffage par induction [3].

2.2.5 Modèle à fonctions auxiliaires

Afin de décrire les propriétés magnétiques des matériaux, sur la base d'une représentation de fraction de polynômes du second ordre de l'aimantation M , et de la perméabilité magnétique μ . *Rivas, Zamarro, Martin et Pereira* [34] ont proposé une méthode d'ap-

proximation très intéressante mais simple pour les courbes d'aimantation et les boucles d'hystérésis. L'aimantation est approximée sous la forme :

$$M = \frac{a_0 + a_1 H + a_2 H^2}{1 + b_1 H + b_2 H^2} \quad (2.24)$$

Ces paramètres (a_0, a_1, a_2, b_1, b_2 et H) sont déterminés dans deux régions (faibles valeurs de H , *loi de Rayleigh*, et pour les champs magnétiques plus élevés, *loi de Néel*).

Sur la première région ($H \rightarrow 0$), l'aimantation M donnée par 2.19 est approximativement :

$$M = \chi_{in} H + \eta H^2 \quad (2.25)$$

Avec χ_{in} est la susceptibilité initiale et η la constante de Rayleigh. D'autre part, dans la région de saturation ($H \rightarrow \infty$) l'aimantation est approximée par :

$$M = M_s \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) \quad (2.26)$$

Où M_s est l'aimantation de saturation, α est la constante de Néel.

Les expressions 2.25 et 2.26 peuvent être utilisées pour identifier les paramètres de l'équation 2.24.

$$\left\{ \begin{array}{l} a_0 = 0 \\ a_1 = \chi_{in} \\ a_2 = \frac{\eta M_s + \chi_{in}^2}{M_s - \alpha \chi_{in}} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} b_1 = \frac{\alpha \eta + \chi_{in}}{M_s - \alpha \chi_{in}} \\ b_2 = \frac{\eta M_s + \chi_{in}^2}{M_s (M_s - \alpha \chi_{in})} \end{array} \right. \quad (2.27)$$

L'expression 2.24 nous permet d'exprimer uniquement la courbe de première aimantation. Cependant, dans la plupart des applications, les matériaux magnétiques qui composent les machines électriques sont généralement excités par un champ magnétique périodique. Afin de modéliser précisément ces dispositifs, il est plus pratique de considérer le cycle d'hystérésis. Dans [34], on trouve que le cycle d'hystérésis est divisé en deux branches, descendante f_1 et ascendante f_2 , tel que ce cycle peut être reproduit à partir de deux fonction auxiliaires B_1 et B_2 définies par :

$$B_1 = \frac{f_1 + f_2}{2}, \quad B_2 = \frac{f_1 - f_2}{2} \quad (2.28)$$

L'induction magnétique totale peut être calculée par :

$$B = B_1 \pm B_2 \quad (2.29)$$

Le signe (+) est utilisé pour la branche descendante et le signe (-) est utilisé pour la

branche ascendante. Dans les travaux de *Rivas*, les fonctions auxiliaires ont été déterminées de la manière suivante :

$$\begin{cases} B_1 = \mu_0 \left[H + \frac{a'_1 H + a'_2 H |H|}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right] \\ B_1 = \mu_0 \left[\frac{c_1 (H_m - |H|) + c_2 (H_m^2 - H^2)}{1 + b_1 |H| + b_2 H^2} \right] \end{cases} \quad (2.30)$$

Les nouveaux coefficients (a'_1 , a'_2 , c_1 , c_2), sont identifiés à partir du cycle d'hystérésis et H_m correspond à l'intensité maximale du champ. Ces nouveaux coefficients sont identifiés dans [34] comme suit :

$$\begin{cases} a'_1 = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{dB}{dH} \right)_{H=0} - 1 = \frac{|\mu_{diff}|_{H=0, B=B_r}}{\mu_0} - 1 \\ a'_2 = \frac{B_m - \mu_0 H_m}{H_m^2} (1 + b_1 H_m + b_2 H_m^2) - \frac{a'_1}{H_m} \end{cases} \quad \begin{cases} c_1 = \frac{b_1 B_r}{\mu_0} \\ c_2 = \frac{B_r}{\mu_0 H_m^2} (1 + b_1 H_m) \end{cases} \quad (2.31)$$

B_m et B_r représentent respectivement l'induction maximale et l'induction rémanente, (μ_{diff}) est la perméabilité différentielle initiale au point ($H = 0$, $B = B_r$). Une autre identification des fonctions auxiliaires peut être donnée :

$$\begin{cases} g_1(H) = B_m \arctan \left(\frac{H}{H_m} \right) \\ g_2(H) = \frac{B_m}{H_m} \frac{1}{1 + \left(\frac{H}{H_m} \right)^2} - \frac{\partial g_1}{\partial H} \Big|_{H=H_m} \end{cases} \quad (2.32)$$

Le cycle d'hystérésis et les fonctions auxiliaires sont représentés sur la figure 2.5 :

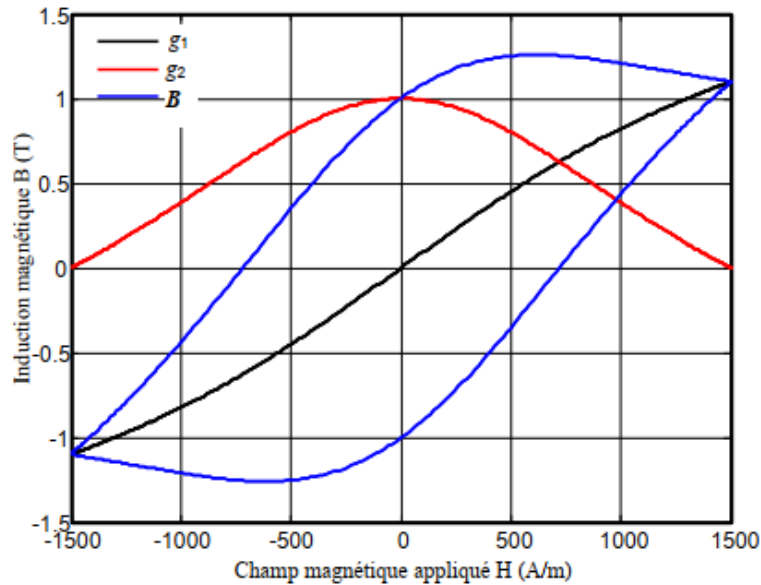


FIGURE 2.5: Le cycle d'hystérésis et les fonctions auxiliaires

2.2.6 Modèle Polynomial

Dans ce modèle le cycle majeur est approché par trois polynômes de degré respectif 2, 2, 3, et les cycles mineurs sont déduits par l'extrapolation :

$$M_{min} = aM_{maj} + b \quad (2.33)$$

Où M_{min} et M_{maj} sont respectivement les aimantations des cycles mineurs et majeurs, a et b sont des paramètres dépendant du cycle d'hystérésis mineur.

Le cycle d'hystérésis de ce modèle est caractérisé par la symétrie, car une sélection appropriée des constantes a et b permet d'obtenir un cycle symétrique. Les cycles mineurs sont répétitifs et instables pour ce modèle. En effet, lors du changement de champ entre les deux valeurs H_1 et H_2 , les cycles mineurs se déplacent dans le sens de la saturation positive ou négative suivant que la valeur moyenne du champ appliqué est respectivement positive ou négative, pour se coller au cycle majeur [35].

2.3 Modèle d'Ising

Ce modèle a été proposé par le physicien allemand *Ernst Ising* (1900 – 1998) en 1925. Afin de modéliser simplement certains phénomènes physiques comme l'aimantation ou les interactions entre particules dans un mélange de deux phases liquides à l'échelle microscopique. Sa description est simple, il s'agit d'un réseau cristallin 2D régulier composé de N moments magnétiques de même nature, comme le montre la figure 2.6. De plus, dans ce modèle à deux couches, chaque site (i, j) du réseau a un moment magnétique unitaire

S_i , qui peut prendre deux directions possibles ($S_i = \pm 1$).

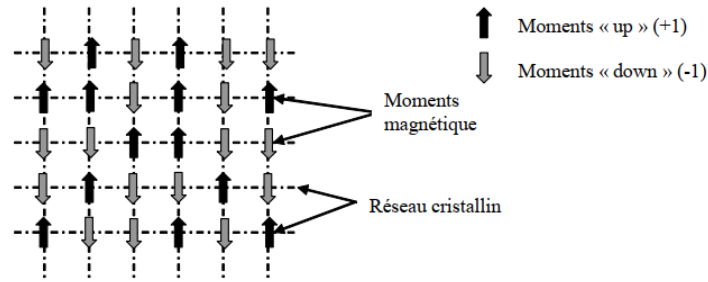


FIGURE 2.6: Représentation 2D d'un réseau cristallin et moments magnétiques

Pour un système ferromagnétique d'Ising le *Hamiltonien*, en présence d'un champ magnétique extérieur H , est donné par :

$$\mathcal{H}_{Ising} = - \sum_{\langle i,j \rangle} J_{ij} S_i S_j - H \sum_{i=1}^N S_i \quad (2.34)$$

Les interactions entre les moments magnétiques sont supposées *isotropes*, c'est-à-dire que tous les sites du cristal sont équivalents. Ceci conduit à un facteur de couplage magnétique J identique et positif, puisque le système considéré est ferromagnétique. D'autre part, l'énergie d'échange étant principalement due aux interactions entre les moments magnétiques proches voisins (Figure 2.7), et la sommation de la contribution des interactions de paires est effectuée sur les proches voisins [4]. Par conséquent, l'*Hamiltonien* du système devient :

$$\mathcal{H}_{Ising} = - \sum_{i=1}^N S_i \left(H + J \sum_{j \text{ voisins}} S_j \right) \quad (2.35)$$

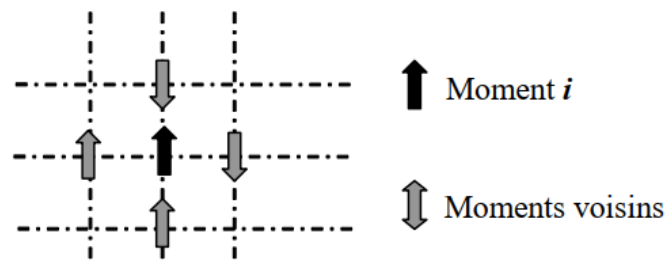


FIGURE 2.7: Les moments magnétiques voisins du moment i

D'après l'expression de l'*hamiltonien* 2.34, on peut déduire le champ magnétique H_i

auquel est soumis un moment magnétique i de la part des $(N - 1)$ autres moments magnétiques et du champ extérieur :

$$H_i = H + J \sum_{j \text{ voisins}} S_j \quad (2.36)$$

L'état d'un moment magnétique peut être déterminé à partir de l'équation 2.35 tel que :

- si $H_i > 0$ le moment S_i est "Up" (+1)
- si $H_i < 0$ le moment S_i est "Down" (-1)

Enfin, l'aimantation totale peut être déterminée selon l'expression suivante :

$$M = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N S_i \quad (2.37)$$

Le modèle est complété en introduisant des effets thermiques tel que la probabilité de basculer du moment magnétique $(+S_i)$ à l'état $(-S_i)$ est :

$$P(S_i \rightarrow -S_i) = \frac{e^{-\beta \Delta E_i}}{1 + e^{-\beta \Delta E_i}} \quad (2.38)$$

Où $\beta = 1/k_B T$, avec k_B est la constante de Boltzmann et T est la température (en Kelvin). ΔE_i est la variation d'énergie du système lorsque le moment magnétique S_i . La variation d'énergie du moment magnétique est la suivante :

$$\Delta E_i = 2S_i \left(H + J \sum_{j \text{ voisins}} S_j \right) \quad (2.39)$$

Notons ici que, lorsque le réseau cristallin est composé de plusieurs sites (NN), ce modèle nécessite une mémoire de stockage importante. Cependant, ce modèle présente des avantages pédagogiques indéniables pour mettre en évidence l'énergie d'échange et l'influence de la température.

2.4 Modèle de l'astroïde (Stoner-Wohlfarth)

Stoner et *Wohlfarth* [36] ont postulé une théorie basée sur la rotation des moments magnétiques des particules à un seul domaine magnétique par rapport à leur axe facile. Dans leur modèle, on suppose qu'un matériau magnétique est constitué d'une collection de petites particules, chacune présentant une anisotropie due soit à la contrainte, soit à la

structure cristalline, soit à la forme de la particule [37]. Il s'agit d'un modèle phénoménologique statique, utilisé pour la représentation de l'hystérésis et la simulation vectorielle. ce modèle est le modèle vectoriel le plus ancien et le plus répandu dans le domaine de l'enregistrement magnétique [38]. Ce modèle est très utilisé dans la description des aimants permanents pouvant être assimilés à un ensemble de petits aimants juxtaposés quasi-isolés. Il est peu utilisé pour les matériaux doux dont l'hystérésis statique s'explique physiquement plus par des problématiques d'accrochages et de décrochages de parois au niveau des défauts cristallins, pour la coercivité [39], et de rotations cohérentes de moments dans les domaines magnétiques, pour l'approche à saturation [40, 41].

2.5 Modèle d'Amir Nouredine

Dans ce modèle, les processus d'aimantation statiques (en particulier le mouvement des parois magnétiques) sont décrits comme une réaction chimique dans laquelle le volume de certains domaines magnétiques diminue en faveur d'autres domaines [35]. Afin d'obtenir des expressions mathématiques des cycles parcourus, l'auteur propose une formulation proche de celui de la thermodynamique chimique. Ce modèle est basé sur deux mécanismes, le retournement des moments magnétiques qui traduit les déplacements des parois, et la rotation progressive des moments qui correspond à leur changement de direction. Cependant, l'inversion des moments magnétiques peut être considéré comme le basculement d'un état '+' vers un état '-' qui correspond à une modification du spin des atomes. Dans un matériau magnétique soumis à un champ magnétique extérieur, lorsqu'il augmente la réaction est :



Où S^- représente le moment magnétique orienté dans la direction négative, S^+ représente le moment magnétique orienté dans la direction positive, avec h une quantité liée au champ magnétique appliqué H . La réaction définie en 2.40 doit être irréversible pour traduire le fait que les mouvements des parois soient irréversibles. Par équilibre thermodynamique de 2.40, l'aimantation du matériau M due aux retournements des moments magnétiques vaut quand le champ H augmente :

$$M = M_s \tanh \left(\left(\frac{\beta}{2\gamma} \right) \ln (\exp (\gamma.H) + b) - \beta \frac{H_c}{2} \right) \quad (2.41)$$

Par conséquent, lorsque le champ magnétique diminue, nous passerons de S^+ à S^- par une autre réaction irréversible :



Dans ce cas l'aimantation magnétique du matériau est donnée par :

$$M = -M_s \tanh \left(\left(\frac{\beta}{2\gamma} \right) \ln (\exp (-\gamma.H) + b) - \beta \frac{H_c}{2} \right) \quad (2.43)$$

Avec :

$$\begin{cases} b = \left(K \frac{M_s + M_i}{M_s - M_i} \right)^{\gamma/\beta} - \exp (\gamma.H_i) \\ K = \exp (\beta.H_c) \end{cases} \quad (2.44)$$

Où M_s est l'aimantation de saturation.

K, γ, β : sont des constantes.

H_c : Champ coercitif.

b : dépend du sens de variation du champ magnétique, il est calculé de sorte que les formes d'ondes calculées soient continues.

Le modèle est caractérisé par quatre paramètres qui peuvent être identifiés par deux cycles centrés, l'un obtenu à saturation technique et l'autre à un niveau plus bas d'induction. Il a des performances remarquables aussi bien pour la fiabilité que pour la simplicité d'utilisation.

2.6 Les modèles de type Chua

Les modèles de type Chua prend en compte tous les aspects du phénomène, tels que la courbe de première aimantation, la saturation, le cycle mineur, ainsi que les pertes par hystérésis [42]. Le modèle est obtenu par le comportement caractéristique du champ statique (H_e) et du champ dynamique (H_0), tel que :

$$H = H_e + H_0 \quad (2.45)$$

En appliquant d'abord un champ magnétique statique et un champ magnétique alternatif superposé, puis en réglant le champ magnétique alternatif à zéro et en observant la densité de flux magnétique, la courbe anhystérétique d'aimantation peut être obtenue. Cette courbe de magnétisation idéale peut être exprimée par :

$$H_0 = \frac{B}{\mu} \quad (2.46)$$

Le rapport entre la variation de la densité du flux et de l'intensité du champ magnétique produit la perméabilité réversible μ_r donnée par :

$$\mu_r = \frac{dB}{dH} \quad (2.47)$$

Par conséquent, on peut dire que la dérivée du champ H par rapport au temps est définie par la relation suivante :

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu_r} \frac{dB}{dt} \quad (2.48)$$

En introduisant le coefficient d'hystérésis s [Ω/m] dans la formule 2.48, le champ total défini par la somme des caractéristiques statiques et des caractéristiques dynamiques sera représenté par :

$$H + \left(\frac{\mu_r}{s}\right) \frac{dH}{dt} = \frac{B}{\mu} + \left(\frac{1}{s}\right) \frac{dB}{dt} \quad (2.49)$$

$$H = \frac{1}{\mu} B + \left(\frac{1}{s}\right) \left[\frac{dB}{dt} - \mu_r \frac{dH}{dt} \right] \quad (2.50)$$

Avec :

$$s = \frac{1}{H_e} \cdot \frac{dB}{dt} \quad (2.51)$$

2.7 Modèle de Preisach

Franz Preisach (1905 – 1943) a établi un modèle d'hystérésis scalaire, basé sur les résultats de recherches antérieures de *J.A. Ewing* [43, 44], et d'autres chercheurs au cours de cette période, pour la description de l'hystérésis (1935). Preisach s'est inspiré de la description de *Néel* [45, 46] des processus d'ancrage et de non-ancrage des *parois de Bloch*, jusqu'à présent, le modèle Preisach est de loin le modèle d'hystérésis le plus largement utilisé. *J. Everett* [47, 48], sont les premiers articles basés sur le modèle de Preisach, suivi de plusieurs autres articles de *Woodward* et *Della Torre* [49], *Rado* et *Folen* [50], *Benda* et *Della Torre* [51]. Dans les années 70, les mathématiciens *Krasnoselskii* et *Pokrovskii* [52] ont reconnu la généralité mathématique du modèle de Preisach après l'avoir séparé de sa signification physique et l'ont représenté sous une forme mathématique pure. . En conséquence, un nouvel outil mathématique a été développé pour décrire mathématiquement l'hystérésis de toute propriété physique. Comme indiqué par *Mayergoyz et al*, le traitement phénoménologique du modèle de Preisach a ouvert une nouvelle ère pour la recherche et la simulation non linéaires et hystérétiques [53, 54, 55], et *Visintin* [7].

L'idée principale de ce modèle est que tout système hystérétique peut se mettre sous la forme d'une combinaison de plusieurs éléments du système hystérétique le plus simple possible. En effet, l'état magnétique du matériau à un instant donné est représenté par un ensemble de commutateurs magnétiques ayant deux états de saturation possibles ($M = \pm 1$). Ce type de commutateur est défini par un cycle élémentaire rectangulaire, appelée aussi *hystéron*. En présence d'un champ magnétique extérieur H , chaque commutateur peut basculer vers l'un des états stables (± 1), (Figure 2.8 (a)). Lorsque la variable d'entrée augmentée dépasse la valeur α , une stabilité élevée est obtenue. Lorsque la variable d'en-

trée diminue en dessous de la valeur β (la variable d'entrée est l'excitation magnétique H et la variable de sortie est l'aimantation M), une faible stabilité est obtenue.

La détermination de l'aimantation d'un matériau nécessite une compréhension complète de la distribution statistique des cycles de base élémentaires. Cette distribution est appelée généralement *la fonction de distribution de Preisach* $\rho(\alpha, \beta)$.

Le domaine de définition de cette fonction est représenté par un triangle de surface S , limité par la droite $\alpha = \beta$, $\alpha = H_s$ et $\beta = -H_s$, dans le plan formé par deux axes $(O\alpha, O\beta)$, ce plan est appelé *le triangle de Preisach* (Figure 2.8 (b)). L'aimantation $M(t)$, résultant de l'application du champ $H(t)$ à l'instant (t) , s'écrit alors :

$$M(t) = \iint_S \iint \rho(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha, \beta} [H(t) d\alpha d\beta] \quad (2.52)$$

Avec l'opérateur, $\gamma_{\alpha, \beta} [H(t)]$ associé à l'entité magnétique en admettant que les champs de basculement α et β valent $(+1)$ dans l'état positif et (-1) dans l'état négatif.

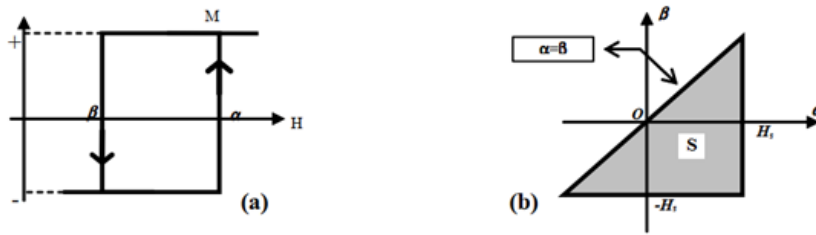


FIGURE 2.8: (a) Commutateur magnétique (b) Plan de Preisach [5]

2.8 Modèle de Jiles-Atherton

D.C. Jiles et *D.L Atherton* proposent de revenir sur les mouvements microscopiques réversibles et irréversibles des parois magnétiques en présence de défauts (impuretés) et de déformations internes afin de souligner les lois mathématiques correspondantes qui peuvent permettre la reconstruction des cycles d'hystérésis qui passe effectivement l'expérience. Ce modèle décrit l'origine du phénomène d'hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques à partir d'une approche physique, cette approche est essentiellement basée sur les idées de *J.C Maxwell* [56] et *J.A Ewing* [43] concernant les interactions mutuelles des moments magnétiques ont été appliquées à un grand nombre de moments, ainsi *P. Langevin* [57] a proposé la théorie mathématique du paramagnétisme. Ensuite, *P. Weiss* [58] a utilisé la méthode de Langevin dans les matériaux ferromagnétiques. Les performances d'hystérésis de ces matériaux sont dues à une résistance au frottement. Ces idées remontent à *W. Weber* [59] et Maxwell, mais semblent être principalement dues à *G. Weidemann* [60]. Ce n'est que plusieurs années plus tard que *M. Kersten* [61, 62] et *R. Becker* et *W. Döring* [63] ont expliqué les changements de l'aimantation basés sur le mouvement

des parois du domaine magnétique. Par conséquent, *ils* ont sorti leur modèle en 1983 [64]. Ce modèle est l'un des modèles les plus utilisés pour la modélisation des matériaux ferromagnétiques.

les auteurs de ce modèle supposent que l'échange d'énergie par unité de volume est égal à l'échange d'énergie magnétostatique additionné aux pertes par hystérésis. Cependant l'aimantation totale M du matériau est la somme d'une contribution réversible M_{rev} due aux blocages et aux déformations des parois, et d'une contribution irréversible M_{irr} provoquée par le déplacement propre des parois. Ces deux contributions obéissent à des relations différentielles construites sur la base d'une aimantation anhystérétique M_{an} définie par la théorie de Langevin corrigée par la théorie de Weiss, et d'un champ effectif H_e amorti par le champ moyen de Weiss (αM), H_e est défini comme suit :

$$H_e = H + \alpha M \quad (2.53)$$

Ce modèle est décrit par l'équation de Langevin modifié pour l'aimantation sans hystérésis, et les équations pour les composants irréversibles et réversibles :

$$M_{an} = M_s \left(\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right) \quad (2.54)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k \cdot \text{sign}(dH)} \quad (2.55)$$

$$M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \quad (2.56)$$

M_s (A/m) est l'aimantation de saturation, α (sans unité), a (A/m), k (A/m) et c (sans unité) sont les paramètres du modèle liés respectivement à l'effet démagnétisant des voisins, l'effet désordonnant de la température T ($a \approx K_B T / \mu_0 M_s$), la mobilité des parois et la déformabilité de ces mêmes parois. La fonction $\text{sign}''\delta''$ pouvant prendre la valeur (+1) ou (-1) respectivement pour H croissant ($\frac{dH}{dt} > 0$) et pour H décroissant ($\frac{dH}{dt} < 0$).

Une fois ces paramètres déterminés, l'aimantation totale M peut être reconstruite selon l'expression suivante :

$$M = M_{rev} + M_{irr} = cM_{an} + (1 - c) M_{irr} \quad (2.57)$$

Donc, la susceptibilité différentielle totale décrit le comportement de l'aimantation totale, et elle s'écrit :

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}(H_e)}{dH} \quad (2.58)$$

2.9 Les modèles dynamiques

Tous les modèles cités sont des modèles statiques, où la fréquence du champ d'excitation est très faible, de sorte que l'échantillon a suffisamment de temps pour réagir à l'excitation qui lui est appliquée. Toutefois, les résultats expérimentaux montrent que les cycles d'hystérésis mesurés sont fonction des dérivées temporelles et ils s'élargissent en fonction de la fréquence, ils sont donc appelés hystérésis dynamique [65]. Le développement des modèles dynamiques est essentiel, car la majorité des processus industriels fonctionnent à des fréquences moyennes et élevées. Ces modèles sont capables de prendre en compte les courants induits et les pertes dynamiques de l'hystérésis. Ici, nous allons présenter certains des modèles dynamiques les plus importants.

2.9.1 Modèle de Duhem

Ce modèle est l'un des premiers modèles d'hystérésis dynamiques proposés par *Pierre Duhem* (1861 – 1916) [11, 5]. Il est basé sur la description thermodynamique du processus d'aimantation. Selon Duhem, le phénomène d'hystérésis peut être décrit en résolvant l'équation différentielle suivant :

$$\begin{cases} \frac{\partial B}{\partial t} = f\left(H(t), B(t), \frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) \\ B(0) = B_0 \end{cases} \quad (2.59)$$

La fonction f peut être exprimée comme :

$$f\left(H(t), B(t), \frac{\partial H}{\partial t}\right) = g\left(H(t), B(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H}{\partial t}\right)\right) \cdot \left(\frac{\partial H}{\partial t}\right) \quad (2.60)$$

La fonction g est une fonction continue et a différentes formes pour les branches ascendantes et descendantes :

$$\begin{cases} g\left(H(t), B(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right)\right) = g_1(H, B) & \text{pour } \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) > 0 \\ g\left(H(t), B(t), \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right)\right) = g_2(H, B) & \text{pour } \text{sign}\left(\frac{\partial H(t)}{\partial t}\right) < 0 \end{cases} \quad (2.61)$$

La caractéristique dynamique du phénomène peut être simulée par :

$$\frac{\partial B}{\partial t} = g_1(H, B) \left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{H\uparrow} - g_2(H, B) \left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{H\downarrow} \quad (2.62)$$

Les symboles $\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{H\uparrow}$ et $\left. \frac{\partial H}{\partial t} \right|^{H\downarrow}$ définissent respectivement les dérivés du champ d'excitation par rapport au temps sur les deux branches (montante et descendante) du cycle

d'hystérésis.

La difficulté de ce modèle réside dans l'identification des deux fonctions (g_1, g_2) . En fait, chaque échantillon ferromagnétique a un cycle différent, et ces fonctions doivent être déterminées avant de commencer à modéliser le phénomène. Comme un grand nombre d'échantillons peut être rencontré dans un environnement industriel, la généralisation du modèle est plus compliquée à mettre en œuvre.

2.9.2 Modèle de Preisach-Bertotti

Le modèle est basé sur une synthèse dynamique sur un ensemble de commutateurs [49], intégrant tout type de processus d'aimantation dont le mécanisme principal est représenté par le déplacement des parois magnétiques. Cette adaptation s'effectue par attribution aux commutateurs $\gamma_{\alpha,\beta}$ d'une loi dynamique de changement d'état fonction de la dérivée temporelle du flux élémentaire par l'introduction d'un nouveau paramètre k lié à la mobilité des parois magnétiques.

$$\begin{cases} \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = k(H - \alpha) & \text{Si } H \geq \alpha \text{ et } \gamma_{\alpha,\beta} < +1 \\ \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = k(H - \beta) & \text{Si } H \leq \beta \text{ et } \gamma_{\alpha,\beta} > -1 \\ \partial_t \gamma_{\alpha,\beta} = 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (2.63)$$

L'aimantation du matériau reste résultante est toujours fonction de l'histoire, via une mémorisation de l'état pondéré des commutateurs du plan de Preisach. L'aimantation finale du matériau s'établit avec une certaine constante de temps définie par la mobilité des parois.

$$dM_{dH>0} = \iint_{\Delta(H_i, H_{i-1})} \rho(\alpha, \beta) d\gamma_{\alpha,\beta} d\alpha d\beta \quad (2.64)$$

$$dM_{dH<0} = \iint_{\Delta(H_{i-1}, H_i)} \rho(\alpha, \beta) d\gamma_{\alpha,\beta} d\alpha d\beta \quad (2.65)$$

En effet, les cycles reconstruits vont dépendre de la fréquence de variation du champ magnétique appliqué. Malgré une richesse et des possibilités quasi-infinies, ce modèle reste toujours très lourd et peu utilisé en pratique [66, 67].

2.9.3 Modèle de Kedous-Chevalier (Loss surface : LS)

Plus récemment, un modèle baptisé « *Vector Play Model* » [68] a été intégré dans les codes de calcul électromagnétique par éléments finis. Dans le même esprit, au **G2Elab** (*Laboratoire de génie électrique de Grenoble -France-*), une méthode dénommée *modèle LS* [69] a été conçue et améliorée au cours de la dernière décennie. Ce modèle est mis en œuvre dans le logiciel *FluxTM* de la société Cedrat (et porté par le G2Elab) pour le calcul

a posteriori des pertes magnétiques dans les structures électromagnétiques. Ce nouveau modèle présente une description du comportement physique réel d'un matériau par une approche différente tout en préservant la possibilité d'adaptation des paramètres de la mobilité des parois en cours du cycle.

Le modèle LS est un modèle scalaire d'hystérésis dynamique, qui permet de reproduire le comportement magnétique d'un matériau en fonction de la forme d'onde et de la fréquence de l'excitation. Il s'agit donc d'un modèle $H(B)$, qui est basé sur la connaissance de l'induction $B(t)$ et de ses variations temporelles dB/dt . Son identification s'appuie sur une surface caractéristique unique $H_0^{mes}(B, dB/dt)$ déterminée expérimentalement. Ainsi, pour une induction $B(t)$ de forme quelconque, le champ magnétique $H(B, dB/dt)$ est déterminé en évaluant deux termes :

$$H\left(B, \frac{dB}{dt}\right) = H_{sat}(B, \text{histoire}) + H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right) \quad (2.66)$$

où :

" $H_{sat}(B, \text{histoire})$ " : représentant le comportement quasi-statique du matériau. Il est évalué par un modèle d'hystérésis statique simple mais relativement précis, identifié par un cycles statique majeur et quelques cycles intermédiaires.

" $H_{dyn}(B, \frac{dB}{dt})$ " : globalisant tous les phénomènes dynamiques qui se développent dans le matériau (courants induits dus aux déplacements des parois des domaines magnétiques, variation du nombre de parois avec la fréquence et le niveau d'induction) [70].

2.9.4 Modèle de Jiles- Szczyglowski

Jan Szczyglowski, dans son étude [71], a tenté d'appliquer le modèle quasi-statique de (J-A) pour décrire les cycles d'hystérésis du matériau magnétique doux en incluant dans l'analyse du modèle (J-A) le champ supplémentaire généré dans le matériau par *les courants de Foucault*. L'influence des courants de Foucault sur le cycle d'hystérésis peut être considérée et calculée en utilisant la méthode des réactions successives des courants de Foucault, où une réaction est un champ magnétique supplémentaire, appelé réaction H_d . Le champ magnétique, incluant les composantes supplémentaire, est le suivant :

$$H_w = H_p + (H_{d1} + \dots + H_{dm} + \dots) \quad (2.67)$$

Où H_p est le champ magnétique appliqué, et $(H_{d1} + \dots + H_{dm} + \dots)$ sont les champs causés par les réactions des courants de Foucault. Le champ magnétique de la première réaction H_{d1} est calculé à partir de :

$$H_{d1} = -\gamma \frac{\partial B_p}{\partial t} \quad (2.68)$$

γ : la conductivité des noyaux magnétiques.

En résolvant l'équation pour le champ magnétique 2.68, on a obtenu une extension du cycle d'hystérésis à une fréquence accrue du courant, causée par des pertes plus importantes. À la fréquence $f \rightarrow 0 \text{ Hz}$, le cycle d'hystérésis se rapproche de la forme du cycle d'hystérésis en régime quasi-statique.

2.9.5 Autres modèles dynamiques

On peut également se référer à un modèle similaire au modèle de *Loss surface* (*LS*) [72] basé sur la viscosité magnétodynamique [73]. Il est également basé sur le modèle de Preisach, mais utilise *l'équation de viscosité* pour décrire le délai entre $H(t)$ et $B(t)$. Cette équation différentielle détermine la contribution dynamique, qui dépend à la fois de la forme de cycle dynamique et de l'excès de perte. Les données nécessaires pour caractériser le modèle sont le cycle d'hystérésis statique et la courbe d'inversion du premier ordre (*First Order Reversal Curves en anglais*). Ces dernières sont obtenues en augmentant le champ magnétique jusqu'à la saturation, puis en réduisant le champ magnétique jusqu'à atteindre le champ magnétique d'inversion, et enfin en augmentant à nouveau jusqu'à saturation. En répétant ce processus pour différents H , nous obtenons une série de courbes d'inversion du premier ordre. Il existe également un modèle d'hystérésis basé sur la friction (une méthode basée sur un vecteur d'hystérésis avec frottement sec) [74]. Il tire parti des caractéristiques des modèles de Preisach et de Jiles-Atherton. L'énergie libre des particules magnétiques est supposée être obtenue par la courbe de première aimantation entre le champ et l'aimantation ainsi que par une ondulation représentant l'influence du mouvement des parois de Bloch. Ce modèle est testé et détaillé dans [75].

2.10 Conclusion

De nombreux modèles d'hystérésis ont été développés dans la littérature pour simuler les différents comportements magnétiques des milieux ferromagnétiques, et chaque modèle est basé sur différents concepts et hypothèses. De manière non exhaustive, nous avons trouvé des méthodes basées uniquement sur le processus d'interpolation (loi de Rayleigh pour les champs faibles, modèle de Fröhlich pour les champs forts), et des méthodes phénoménologiques basées sur des considérations physiques simplifiées (modèle de Stoner-Wohlfarth, modèle de Jiles-Atherton) Et des méthodes mathématiques pures, telles que le modèle Preisach basé sur la distribution des opérateurs de base (hystéron). Les chercheurs ont fait de nombreux efforts pour améliorer, étendre et modifier le modèle (J-A) afin d'éviter les comportements non-physiques. Depuis la création de modèle, ils ont intégré de nombreuses fonctions dans ce modèle, telles que : la correction de la forme d'élongation verticale de cycle d'hystérésis, l'inclusion des cycles mineurs non centrés, compte tenu les propriétés anisotropie du matériau et de la dépendance en fréquence, etc. Le modèle d'hystérésis que nous avons choisi est le modèle (J-A), car il est relativement

un peu complexe et a un fond physique, c'est donc l'un des modèles d'hystérésis les plus populaires. Outre une étude approfondie, les contributions du modèle et l'identification de leurs paramètres seront examinées en détail au chapitre quatre.

Chapitre 3

Modélisation des pertes et les techniques des caractérisations

3.1 Introduction

Les pertes fer dépendent évidemment de la nature du matériau utilisé mais aussi de la nature des processus dynamiques. Ces pertes peuvent toujours être mesurées et étudiées avec précision en fonction des conditions d'induction et de la fréquence. Afin d'étudier l'évolution de ces pertes et les lois de la physique qui contrôlent ces pertes, les expérimentateurs ont rationalisé leurs valeurs mesurées, les deux variables expérimentales d'évolution étant alors la tension de mesure (liée au niveau d'induction et à la fréquence) et le courant d'excitation (lié à l'excitation magnétique, aussi appelée champ magnétique). Par conséquent, la première approche consiste à trouver des lois physiques prédictives des pertes en fonction de B et f . Ces modélisations seront considérées comme macroscopiques car elles impliquent des quantités moyennées dans l'espace et le temps, elles montreront donc des paramètres qui dépendent non seulement des propriétés du matériau, mais aussi de sa construction, de la géométrie macroscopique de l'échantillon [39]. Ci-dessous, présentons brièvement ces trois contributions aux pertes totales. On se place dans le cas d'une tôle ferromagnétique dont la longueur et la largeur sont beaucoup plus grandes que son épaisseur, et dans des conditions de dynamique d'excitation (fréquence) telles que l'épaisseur de peau reste grande devant l'épaisseur de la tôle. Le champ magnétique pourra alors être considéré, en cette approche, homogène dans l'épaisseur de la tôle. De plus, nous allons maintenant fournir des informations plus détaillées sur les pertes fer brièvement mentionnées dans le chapitre précédent.

3.2 Les pertes fer

Les pertes correspondent à l'énergie dissipée par le matériau pendant le cycle d'hys-

térésis. Les pertes du matériau sont définies de façon normalisée par unité de masse (ou unité de volume) dans des conditions de chargement en champ standard (contrainte sinusoïdale avec une amplitude donnée). Le cycle d'hystérésis s'élargit considérablement à mesure que la fréquence augmente. La dissipation est généralement divisée en composants *statiques* et *dynamiques*. Quelle que soit la fréquence de la contrainte, la partie constante des pertes qui subsistent, correspond aux pertes appelées « *pertes par hystérésis* ». Ces pertes se distinguent de celles qui dépendent de la fréquence. Ensuite, ce sont « *les pertes classiques* » dues aux courants de Foucault (i.e. les courants induits macroscopiques). Mais l'expérience montre l'existence de pertes supérieures à l'estimation théorique. Cette partie excédentaire de dissipation est communément appelée « *pertes par excès* » et causée par les courants induits microscopiques localisés autour des parois. Sur la figure 3.1, la division théorique des composantes de dissipation est exprimée en fonction de la fréquence magnétique. Ce phénomène peut être considéré comme une caractéristique dynamique du matériau magnétique. En raison des caractéristiques dynamiques, les pertes, à cause de l'hystérésis et les pertes par courants de Foucault classiques du matériau magnétique doivent être complétées par les pertes excédentaires pour représenter le champ induit et les courants de Foucault générés par le changement continu des structures de domaine [76].

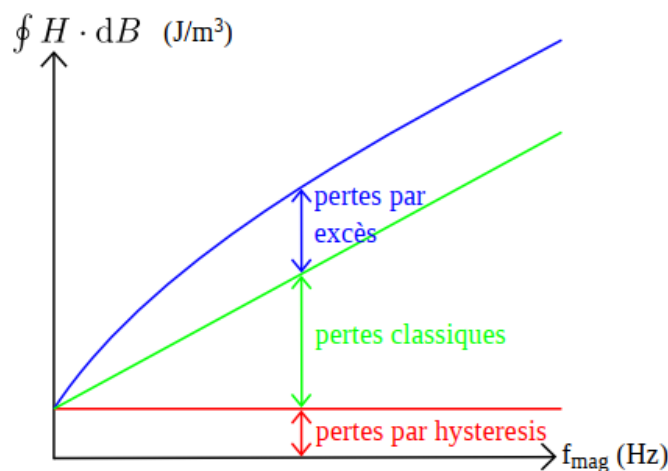


FIGURE 3.1: Séparation des pertes : pertes par hystérésis, classiques, et par excès

3.2.1 Les pertes par hystérésis

D'un point de vue thermodynamique, on peut prouver que la zone décrite par le cycle correspond à l'énergie volumique dissipée au cours d'une période. Par conséquent, comme indiqué précédemment, les déplacements des parois ne se font pas de manière continue, mais par sauts brusques d'un site d'ancrage à l'autre (sauts de Barkhausen, voir figure 3.2) [65, 77].

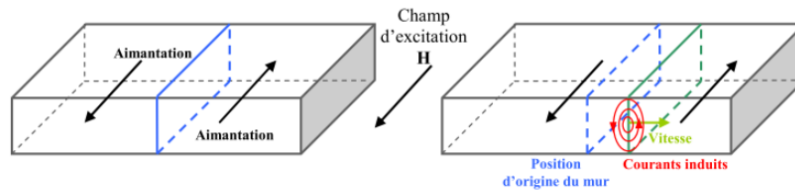


FIGURE 3.2: Courants induits microscopiques lors du déplacement d'une paroi à 180°

Généralement, l'énergie fournie au matériau pour passer par un cycle complet s'écrit comme suit :

$$W = \oint H dB \quad [J/m^3] \quad (3.1)$$

Cette énergie est convertie en chaleur lors du processus d'aimantation et représente les pertes volumiques par hystérésis dans le cas statique (fréquence ou dynamique faibles).

$$P_h = f \oint H dB \quad [W/m^3] \quad (3.2)$$

3.2.2 Les pertes par courants induits

En régime dynamique, en plus des pertes en régime statique, les pertes dues aux courants induits macroscopiques, liés à la conductivité σ du matériau, deviennent non négligeables. Sur la figure 3.3, on peut observer que le courant induit est généré dans l'épaisseur de la tôle. Sur cette figure, le champ et l'induction magnétiques sont orientés selon l'axe (Oz), le champ électrique E et la densité de courant induit j sont dirigés selon l'axe (Ox). On suppose que la dynamique du champ d'excitation H est suffisamment faible pour qu'il n'y ait pas de champ homogène dans la tôle, donc l'effet de peau est ignoré.

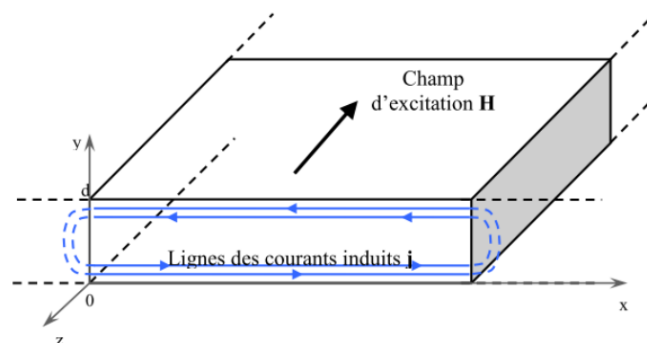


FIGURE 3.3: Développement de courants induits dans l'épaisseur d'une tôle [77]

Dans [65], les conditions d'une tôle de dimensions, dans le plan, infinies par rapport à

son épaisseur, l'expression des pertes volumiques par courants induits est donnée par infinies par rapport à son épaisseur, l'expression des pertes volumiques par courants induits est donnée par :

$$P_{i,c} = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{j^2(y,t)}{\sigma} dy = \frac{\sigma d^2}{12} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 \quad (3.3)$$

Ensuite, la valeur moyenne sur une période du champ d'excitation, s'exprime sous la forme suivante :

$$P_{i,c} = \frac{\sigma d^2}{12} \frac{1}{T} \int_0^T \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^2 dt \quad [W/m^3] \quad (3.4)$$

Où T est la période d'induction magnétique et d est l'épaisseur de la tôle. Dans le cas sinusoïdal, l'expression ci-dessus peut être écrite de cette manière :

$$P_{i,c} = 2\pi^2 \left(\frac{\sigma d^2}{12} \right) f^2 B_m^2 \quad [W/m^3] \quad (3.5)$$

Alors : $W_{c,i} \sim f^2$, du point de vue cycle d'aimantation, en régime dynamique, les courants induits produisent un gonflement du cycle d'hystérésis. Comme illustré sur la figure 3.4 (a), les cycles d'hystérésis pour $B_m = 0.5 T$ et f variant de $50 Hz$ à $1.5 kHz$. Ici, le gonflement du cycle d'hystérésis avec la fréquence est bien visible. Ce gonflement n'est pas le même en tout point du cycle : il dépend, pour un même H , à la fois de B et de f . Les cycles à $1.4 T$ sont rassemblés en figure 3.4 (b). On discute dans ce cas de cycle de pertes, notamment parce que le cycle inclue les pertes statiques et les pertes par courants induits macroscopiques.

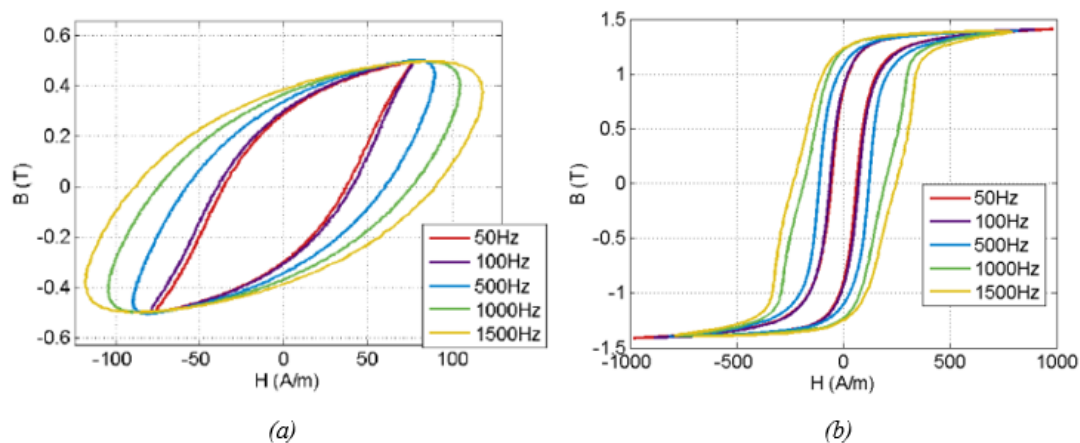


FIGURE 3.4: Gonflement du cycle d'hystérésis en régime dynamique, (a). Cycles d'hystérésis à $0.5 T$, (b). Cycles d'hystérésis à $1.4 T$ [72]

3.2.3 Les pertes excédentaires

La cause de ces pertes est le mouvement de la paroi de Bloch dans un état dynamique. Ces mouvements ne sont pas indépendants mais interagissent, conduisant ainsi à l'apparition de courants induits qui apparaissent à proximité des parois. On peut considérer que ce phénomène est homogène sur tout le matériau et dépend largement de la fréquence du champ d'excitation. La base du développement de la théorie de G. Bertotti, F. Fiorillo et A. Novikov en 1990 a montré que la valeur moyenne de la perte excédentaire peut être exprimée comme suit [65, 78] :

$$P_{exc} = \sqrt{\sigma G V_0 S} \frac{1}{T} \int_0^T \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1.5} dt \quad [W/m^3] \quad (3.6)$$

Où G est le coefficient des frottements entre les domaines magnétiques (coefficient de friction de le champ OM , il est constant), V_0 est un paramètre qui caractérise la distribution statistique du champ coercitif local (paramètre micro-structurel du matériau corrélé à la taille des gains) et S est la surface transverse du matériau feuilleté (la section du circuit magnétique). Si l'induction magnétique est sinusoïdale, l'expression des pertes excédentaires devient :

$$P_{exc} = 8.764 \sqrt{\sigma G V_0 S} f^{1.5} B_m^{1.5} \quad (3.7)$$

Alors : $W_{exc} \sim f^{1.5}$, ces pertes sont influencées par la conductivité du matériau, l'intensité et la fréquence d'excitation ou encore par le niveau des impuretés présentes dans la matière.

3.3 Modèles pour le calcul des pertes fer

Il est difficile de construire des modèles précis de ces pertes, nous présenterons les principaux modèles et méthodes dynamiques qui existent dans la littérature scientifique.

3.3.1 Approche de Steinmetz (1892)

Charles Proteus Steinmetz (1865 – 1923) a ensuite proposé un modèle empirique à la fin du 19^{ème} siècle, qui a longtemps été l'outil mathématique le plus efficace et le plus utile pour calculer la perte de magnétisation dynamique [79]. *C. P. Steinmetz* a proposé une formule empirique dont l'expression est donnée ci-dessous :

$$P_{tot} = k f^\alpha B_m^\alpha \quad [W/kg] \quad (3.8)$$

Parmi eux, B_m est la valeur du pic d'induction dans une période, f est la fréquence d'excitation, k , α et β sont des constantes, qui peuvent être déterminées à partir de la

mesure de l'échantillon. Cette équation prend en compte les pertes statiques (perte causée par l'hystérésis) et dynamiques (perte causée par le courant induit) de façon globale. Elle est valable dans le cas des tôles et des matériaux homogènes, isotropes et uniquement pour des formes d'ondes sinusoïdales à des fréquences suffisamment faibles pour pouvoir ignorer l'effet de peau. Dans la référence [78, 80] l'extension de l'expression 3.8 proposée par Jordan permet de diviser les pertes de fer en pertes d'hystérésis et pertes de courant induit :

$$P_{tot} = kf^\alpha B_m^\alpha + k_{c,i}f^2 B_m^2 \quad (3.9)$$

Dans cette approche, pour une induction donnée, les pertes par hystérésis sont, directement proportionnelles à la fréquence d'excitation. Les pertes par courants induits, appelées aussi pertes classiques, sont en elles-mêmes proportionnelle au carré de la fréquence.

G. Bertotti [81] a proposé une décomposition des pertes totales en trois catégories selon leurs origines. En plus de la composante statique exprimée par l'expérience, les deux autres composantes des pertes dynamiques peuvent également être exprimées par une formule analytique, qui a une signification physique pour le phénomène des pertes.

$$P_{tot} = P_h + P_{c,i} + P_{exc} = kf^\alpha B_m^\alpha + k_{c,i}f^2 B_m^2 + k_{exc}f^{1.5} B_m^{1.5} \quad (3.10)$$

Cependant, comme il est souvent difficile d'obtenir des coefficients liés aux propriétés du matériau (σ , G , V_0) dans ce cas, ces paramètres sont généralement approximés par des coefficients globaux ($k_{c,i}$, k_{exc}) déterminés à partir de plusieurs mesures.

3.3.2 Modèle de Pry et Bean (1958)

Le modèle estime qu'une tôle d'une épaisseur de e est subdivisée en domaines régulières à 180° , et s'étend à l'infini dans le sens de laminage, et a des parois Bloch rigides et parallèles perpendiculaires à la surface de la tôle. À l'état désaimanté, tous les domaines positifs et négatifs ont la même largeur $2L$ (Figure 3.5). En champs faibles, ces parois sont supposées se déplacer sans déformation, les courants induits qui résultent de leur déplacement étant à l'origine des pertes. Les pertes sont évaluées à partir d'un facteur d'anomalie K qui dépend notamment de la largeur relative des domaines $2L/d$ ainsi que de l'amplitude relative de polarisation [39]. Ce modèle est d'un grand apport concernant la nature des pertes, puisqu'il a éclairé que l'origine de toutes les pertes sont les courants induits générés par les parois de Bloch en mouvement. La réalité est malheureusement beaucoup complexe [82].

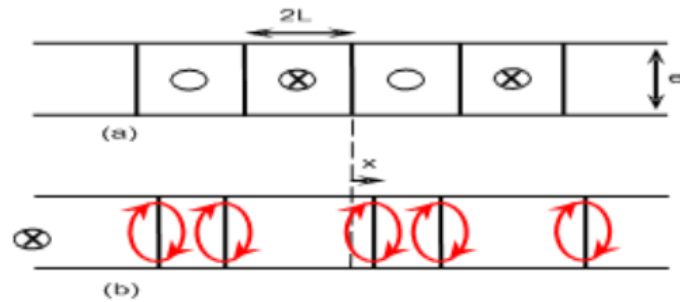


FIGURE 3.5: Modèle de Pry et Bean représentant une section de la tôle, (a) état désaimanté, (b) état aimanté.

3.3.3 Principe de séparation de pertes : Modèle Bertotti (1986)

Giorgio Bertotti [83] a développé une théorie basée sur le principe de la séparation des pertes et établi un lien entre la contribution excédentaire et la microphysique du matériau. Dans son interprétation statistique, G. Bertotti est basé sur le concept d'une nouvelle entité appelée *Objet Magnétique (OM)*, qui caractérise des régions de matériau ferromagnétique dont les domaines subissent la même corrélation. Il est vrai que les domaines magnétiques ne se déplaceront pas indifféremment, mais provoqueront des interférences avec leurs « voisins ».

Compte tenu du principe de séparation des pertes magnétiques, et pour des raisons pratiques, le champ d'excitation H_{dyn} à la surface de l'échantillon peut être exprimé comme la somme de différents termes :

- $H_{stat}(B)$ représentant le champ d'excitation statique.
- H_{edd} dû aux courants de Foucault, connu aussi sous le nom de champ d'excitation « classique ».
- H_{exc} lié aux mouvements des parois de domaines.

$$H_{dyn} = H_{stat}(B) + H_{edd} + H_{exc} \quad (3.11)$$

Le champ excédentaire, selon G. Bertotti, est fonction de la racine carrée de la dérivée instantanée de l'induction liée au déplacement de chaque (OM). Il est exprimé par la formule suivante faisant intervenir un terme $C_{exc} = \sqrt{\sigma G V_0 S}$.

$$H_{exc} = \sqrt{\sigma G V_0 S} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)^{0.5} \text{sign} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right) \quad (3.12)$$

L'association des différents termes qui composent l'équation 3.11 permet d'écrire comme suit [84] :

$$H_{dyn} = H_{stat}(B) + \frac{\sigma d^2}{12} \frac{\partial B}{\partial t} + \sqrt{\sigma G V_0 S} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right)^{0.5} \text{sign} \left(\frac{\partial B}{\partial t} \right) \quad (3.13)$$

3.4 Les techniques des caractérisations des matériaux magnétiques

Dans le chapitre précédent, nous avons vu de nombreux modèles d'hystérésis. Des mesures sont nécessaires pour vérifier l'efficacité de ces modèles. Ce chapitre décrit les équipements ou techniques de mesure utilisés qui permettent de construire les courbes caractéristiques des matériaux.

3.4.1 Principe et dispositifs de caractérisation des matériaux magnétiques

Les caractéristiques d'un matériau magnétique sont généralement représentées par sa courbe de première aimantation et son cycle d'hystérésis, qui peuvent avoir des paramètres importants, comme le champ coercitif H_c , le champ magnétique maximum H_{max} , l'induction rémanente B_r , l'induction à saturation B_s , l'aimantation de saturation M_s , le perméabilité μ et la susceptibilité χ . Ces caractéristiques peuvent être utilisées pour quantifier les pertes dans les matériaux magnétiques pour une excitation définie. Il existe de nombreuses façons d'obtenir le cycle d'hystérésis de ces matériaux. Ceux-ci peuvent être divisés en deux catégories principales [85].

- Dans la première catégorie, on trouve les méthodes basées sur la force exercée sur un matériau magnétique placé dans un gradient de champ. Les appareillages utilisant ces méthodes, appelées balances de Faraday, sont précis et sensibles, mais très délicats à utiliser. Ils sont réservés à l'usage des laboratoires spécialisés, plus particulièrement des matériaux faiblement magnétiques.
- Dans la deuxième catégorie, on trouve les méthodes basées sur la loi de l'induction, de loin les plus nombreuses. Il s'agit dans ce cas de mesurer la variation de flux issue de l'échantillon à tester, ce qui est obtenu en mesurant la tension induite dans une bobine de lecture.

Plus précisément, deux types d'équipements sont utilisés : les hystérésismètres à induction et les magnétomètres à échantillons vibrants (**VSM**)[13].

3.4.1.1 Les Hystérésismètres

Les hystérésismètres plus simples et moins cher sont basés sur la lecture des variations du flux dans le matériau provoquées par une excitation H dépendant du temps. Deux méthodes sont utilisées :

- *Les hystérésigraphes* : qui donnent les cycles statiques où le champ d'excitation varie continûment (Figure 3.6 [1]).

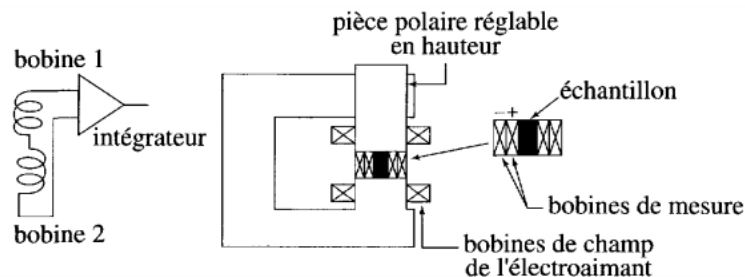


FIGURE 3.6: Schéma de principe de l'hystérésigraphe

- *Les traceurs de cycles* qui eux donnent les cycles dynamiques où le champ est généralement sinusoïdal. Ces deux méthodes sont très adaptées à la mesure sur bobines toroïdales, leur géométrie supprime l'effet de démagnétisation mais l'inconvénient est que le nombre d'enroulements primaire et secondaire est aussi important que l'échantillon à tester.

3.4.1.2 Les magnétomètres

- **Teslamètre à effet Hall** :

Le générateur à effet Hall fournit la méthode la plus largement utilisée pour mesurer l'induction (Figure 3.7)

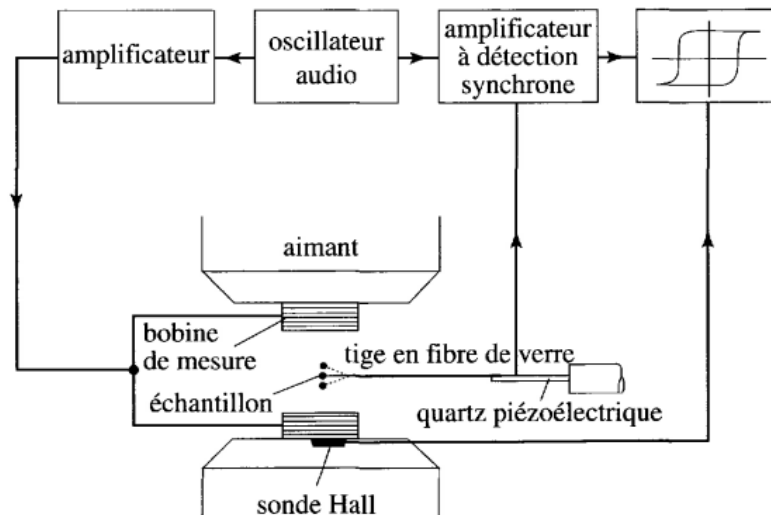


FIGURE 3.7: Schéma électronique d'un magnétomètre à gradient de champ alternatif

- **R.M.N** (*Résonance Magnétique Nucléaire*)

Une méthode très précise de mesure des inductions magnétiques, ramené à une mesure de fréquence (domaine de laboratoire).

- **Balance de Faraday**

Mesure de la force sur un échantillon aimanté placé dans un gradient de champ. Cet appareil n'est pas adapté pour des faibles coercitivités.

- **A.F.G.M** (*Alternating Field Gradient Magnetometer*)

Une variante moderne de la balance de Faraday, mesure à l'aide d'un bimorphe piézoélectrique la force sur un échantillon aimanté et placé dans un gradient alternatif, mesure en température, n'accepte que des échantillons de masse faible.

- **S.C.Q.U.I.D** (*Superconducting Quantum Interferometer*)

Dans l'appareil le plus sensible, un échantillon aimanté est placé entre deux bobines, où la jonction supraconductrice détecte le changement de flux magnétique.

- **V.S.M** (*Vibrating Sample Magnetometer*)

L'échantillon aimanté vibre devant des bobines de lecture.

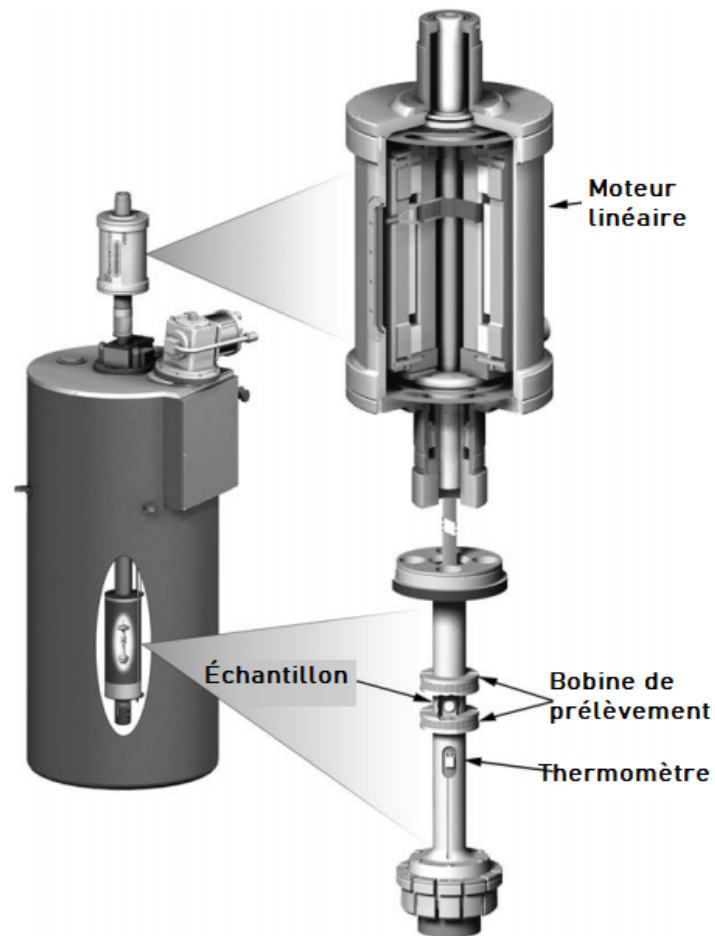


FIGURE 3.8: V.S.M fonctionnant dans un solénoïde supraconducteur. [2]

La figure 3.8 montre un V.S.M entraîné par un moteur linéaire, fonctionnant dans un aimant solénoïde supraconducteur. Le dispositif de cette figure peut fonctionner comme un V.S.M ou comme un magnétomètre d'extraction.

3.5 Méthodes de caractérisation magnétique

3.5.1 Méthode de mesure standard

Généralement, la détermination des propriétés magnétiques d'un matériau doux revient à mesurer l'induction globale dans le matériau soumis à un champ excitateur variable. Compte tenu de toute forme de matériau magnétique, de longueur du chemin

magnétique l et de section constante S . Deux bobinages sont enroulés sur celui-ci, comme l'illustre la figure 3.9 [86].

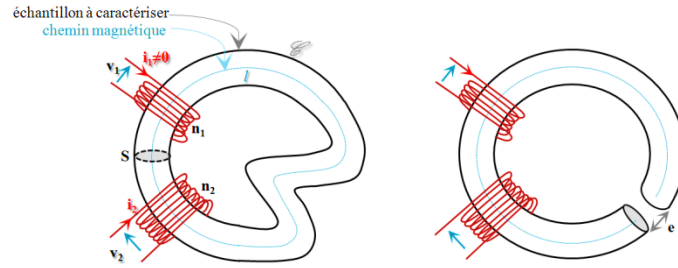


FIGURE 3.9: Schéma de principe du dispositif expérimental utilisé pour mesurer le champ magnétique (circuit magnétique quelconque et circuit torique ouvert)

Le bobinage indexé 1 (respectivement 2) est constitué de n_1 spires (respectivement n_2) et est appelé bobine primaire (respectivement secondaire). La bobine primaire traverse le courant i_1 en tant qu'image du champ magnétique H .

En fait, le *théorème d'Ampère* permet d'écrire que le champ magnétique (en supposant qu'il est uniforme) vaut :

$$Hl = n_1 n_2 \quad \Rightarrow \quad H = \frac{n_1 n_2}{l} \quad (3.14)$$

Si i_1 (donc H) change avec le temps, le flux magnétique variable circulera à travers la bobine secondaire et générera une force électromotrice induite v_2 . Comme la section S est constante, et que l'on suppose que le flux ϕ est renfermé par le circuit et affecté par certaines conditions géométriques, on peut considérer que l'induction est homogène. Selon la *loi de Faraday*, il s'agit :

$$B = -\frac{1}{n_2 S} \int v_2 dt \quad (3.15)$$

Ensuite, nous pouvons présenter la courbe $B(H)$. Cependant, intégrer v_2 n'est pas toujours facile (faible niveau de signal v_2 , bruit, dérive des appareils). De plus, la complexité liée à la présence du champ de démagnétisation peut être importante par rapport au champ magnétique appliqué lorsque le circuit magnétique est déconnecté (par exemple, le circuit de droite sur la figure 3.9). Par conséquent, il est nécessaire de travailler en circuit fermé. De plus, étant donné que la longueur du circuit magnétique et la section du flux magnétique doivent être facilement calculées, et que le champ magnétique doit être le plus uniforme possible, il est préférable d'utiliser une géométrie d'échantillon simple. Pour ces raisons, il est recommandé d'utiliser une forme de circuit pour caractériser les matériaux ferromagnétiques doux, leur travail est basé sur la loi de l'induction, et il y a deux enroulements, un enroulement pour l'excitation et le second pour la mesure. Sur la base de ce principe, il existe trois techniques de mesure, à savoir la *mesure sur l'échantillon*

torique, le cadre d'Epstein et l'essai sur la tôle unique.

3.6 Circuits de mesure des caractéristiques magnétiques

3.6.1 Mesure sur le tore (ring core measurement) (un circuit fermé privilégié)

Toute mesure des caractéristiques des matériaux doux nécessite impérativement l'utilisation d'un circuit magnétique fermé. La raison de cette obligation est que dans toute situation de circuit ouvert, l'échantillon sera affecté par le champ magnétique de démagnétisation interne, ce qui n'est pas souhaitable car l'échantillon est trop grand et généralement pas uniforme [85, 86]. Il s'agit d'une méthode de mise en œuvre standardisée (CEI 60404 – 4 et IEEE standard [87]), mais il présente de nombreuses lacunes. Outre la difficulté de préparer le noyau magnétique et la bobine (à répartir sur l'ensemble du périmètre du tore), cette géométrie ne peut caractériser l'anisotropie du matériau. Pour tout matériau homogène et isotrope, l'utilisation d'un échantillon sous forme de tore s'impose naturellement en raison de sa symétrie axiale (Figure 3.10).

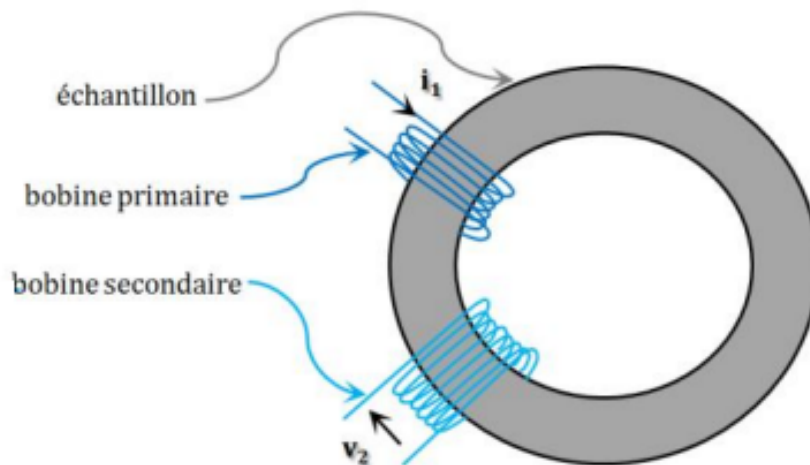


FIGURE 3.10: Le Tore

Un tore comporte généralement deux enroulements régulièrement répartis sur sa circonférence.

3.6.1.1 Enroulement d'excitation

Comprend N_1 spires, appelé enroulement primaire, et transporte le courant d'excitation I_1 . Le champ magnétique agit sur un point à une distance r de l'axe tangent estimé par le théorème d'Ampère, son module est donc de $1/r$ entre le rayon intérieur r_i et le

rayon extérieur r_e du tore. Pour limiter ces variations, on opère généralement sur les tores relativement minces : $r_e/r_i < 1.1$. (Figure 3.11).

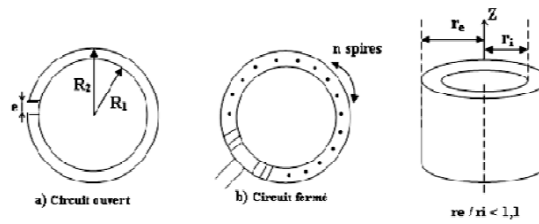


FIGURE 3.11: L'enroulement d'excitation

3.6.1.2 Enroulement de mesure de flux d'induction

Traversant une section droite du tore, est généralement situé au plus près du matériau. Il a N_2 spires et s'appelle l'enroulement secondaire. Identifier les caractéristiques magnétiques d'un matériau, c'est lui faire avoir une surface torique pour que le rayon moyen R_{moy} soit supérieur à l'épaisseur β , (Figure 3.12). D'après la loi d'Ampère :

$$H = \frac{I_1}{2\pi R_{moy}} \quad (3.16)$$

Si le flux ϕ est mesuré par un fluxmètre alors : $\phi = N_2 \cdot \alpha \cdot \beta \cdot B$, où $\alpha \cdot \beta$ est la surface du circuit magnétique, donc :

$$B = \frac{\phi}{N_2 \cdot \alpha \cdot \beta} \quad (3.17)$$

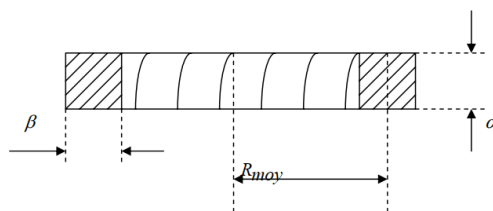


FIGURE 3.12: Coupe dans un circuit torique

3.6.1.3 Le noyau torique

Si la réalisation de la bobine rencontre de nombreuses difficultés, la structure du noyau torique lui-même n'est en aucun cas aisée. Nécessairement utilisés en régime dynamique sous forme de tôles et de rubans minces, les matériaux doux métalliques sont systématiquement anisotropes en raison du principe même de leur fabrication par laminage. Un circuit torique est un circuit idéal pour caractériser des matériaux magnétique, mais il est

très difficile de réaliser une bobine torique représentant la qualité d'une tôle ferromagnétique car :

- De l'anisotropie des tôles, toujours présente dans les tôles non orientées, elle est considérable dans le cas des tôles à cristaux orientés.
- Des contraintes créées lors de l'enroulage de la bande, très difficile à contrôler et à éliminer.
- L'opération fastidieuse et délicate de mise en place des deux bobinages qui nécessitent beaucoup de soins.

3.6.2 Le cadre d'Epstein (Epstein frame)

Burgwin [88] a proposé la technique de mesure du *cadre d'Epstein* dès 1936. Il s'agit d'un circuit carré démontable, obtenu à partir de bandes de tôles empilées de façon normalisée (norme **CEI 60404 – 2**). Des bandes $4N$ d'une largeur maximale de 30 mm et d'une longueur minimale de 280 mm doivent être utilisées pour l'assemblage. Le nombre N est un entier au moins égal à 3 qui est à adapter en fonction de l'épaisseur et de la masse volumique des échantillons. Les bandes de tôles sont superposées aux coins par double recouvrement des joints (Figure 3.13). Il est possible d'ajouter une charge (*généralement 1 newton*) au niveau du recouvrement des joints afin d'assurer un bon contact entre les tôles. Le circuit ainsi obtenu est considéré fermé. Dans ces conditions, la longueur du chemin magnétique considérée dans la norme est 0.94 m . Des bobinages de mesure sont ensuite mis en place autour de cette structure (quatre ensembles de bobines primaires et secondaires).

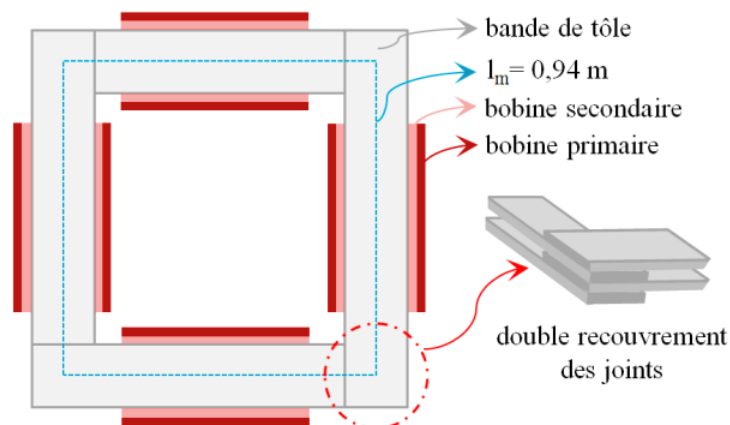


FIGURE 3.13: Représentation schématique du cadre d'Epstein

L'avantage primordial du circuit d'Epstein réside dans le fait qu'il s'agit d'un circuit

démontable, ce dispositif permet d'obtenir relativement simplement des mesures magnétiques d'une très bonne reproductibilité. En revanche on a perdu une grande partie de la simplicité qu'on avait rencontrée précédemment dans le cas du circuit torique. Dans les coins, il n'y a plus d'enroulements et une épaisseur double de matière. De plus le passage du flux d'induction d'une bande à ses voisines s'effectue nécessairement à travers le revêtement isolant de la tôle. Alors le recouvrement des joints constitue la non-uniformité du circuit magnétique (*entrefer*), ce qui conduit systématiquement à des erreurs, car le flux magnétique doit traverser l'épaisseur d'isolation de la tôle [89]. Pour traiter en pratique ce système comme un circuit homogène, on a établi par des mesures comparatives soignées autour de $B = 1.5 T$, qu'il se comportait comme un circuit fermé ayant pour section la section moyenne d'un côté (c'est à dire la section de $N/4$ bandes) et pour longueur ce qu'on appelle la longueur conventionnelle du circuit, l_m établie à $l_m = 0.94 m$. Au cours du siècle dernier, de nombreuses sources d'erreurs systématiques ont été étudiées en détail [90]. Bien que la caractéristique $B(H)$ obtenue en utilisant le cadre d'Epstein soit altérée par des erreurs systématiques, les mesures sont exploitables par comparaison car cet essai est normalisé, reproductible et bénéficie d'un important retour d'expérience. Malgré tous les soins apportés au découpage des bandes relativement étroites ($30 mm$), le cisailage introduit des contraintes locales qui dégradent les performances magnétiques de la tôle de départ, dans une proportion mal connue. Les promoteurs du cadre Epstein avaient donc prévu d'effectuer systématiquement après découpage un traitement thermique des bandes échantillons, à haute température et en atmosphère convenable, pour effacer les contraintes de cisailage. Ces recuits ont été abandonnés par la plupart des constructeurs électriciens ; il existe dans le commerce certaines qualités de tôles qui ne les supportent pas. La solution moderne consiste à abandonner le circuit d'Epstein et le remplacer par une le cadre à bande échantillon unique de dimensions suffisantes pour qu'on puisse négliger *les effets du cisailage* [91].

3.6.3 Le cadre à bande unique (Essai sur tôle unique) (Single sheet tester SST)

L'échantillon de mesure est une unique tôle préalablement désaimantée. La fermeture du circuit magnétique aux deux extrémités de celle-ci est assurée par deux culasses ferromagnétiques identiques dont la section est très élevée par rapport à celle de l'échantillon (Figure 3.14). Ils doivent être construites dans un matériau de perméabilité très grande et connue (par exemple alliage *fer-nickel*). Deux bobines concentriques enlacent l'échantillon. Historiquement le cadre d'Epstein existait avant l'essai sur tôle unique (**SST**) mais les contraintes liées à cette méthode (en particulier la quantité importante d'échantillons nécessaires) ont poussé chercheurs et industriels à développer l'essai sur tôle unique [89]. Cependant, la confiance pour le cadre d'Epstein était si importante que le premier (**SST**) développé en 1982 était étalonné par l'intermédiaire d'un cadre Epstein. Ce premier (**SST**)

ne présentait pas une bonne reproductibilité. Par conséquent, plusieurs méthodes ont été explorées pour l'améliorer : la norme (SST) (CEI 60404 – 3) a été créée en 1992, indépendamment de la procédure d'Epstein. Par rapport au cadre d'Epstein, peu d'échantillons et de dimensions plus libres sont nécessaires (les dimensions recommandées par la norme sont $500\text{ mm} \times 500\text{ mm}$). En outre, l'erreur due au double recouvrement des joints n'existe plus. Par contre, il existe un entrefer à parfaitement contrôler (et minimiser) entre la double culasse et l'échantillon étudié.

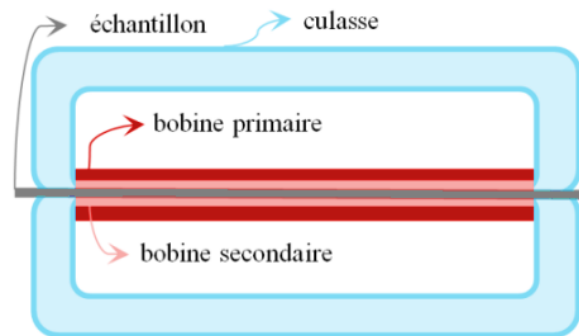


FIGURE 3.14: Représentation schématique du cadre à bande unique

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu différents modèles utilisés pour quantifier et expliquer les pertes de matériaux magnétiques. La quantification des pertes est très importante car elle joue un rôle déterminant dans l'amélioration des performances de ces matériaux, augmentant ainsi le fonctionnement des machines électriques et des systèmes électromagnétiques qui les utilisent. Ensuite, nous avons introduit quelques principes et techniques pour mesurer les pertes magnétiques des matériaux magnétiques. De nos jours, il existe de nombreux modèles pour simuler les caractéristiques d'hystérésis d'un noyau et quantifier les pertes d'hystérésis. En comparant ces modèles, le modèle Jiles-Atherton présente des avantages significatifs, il n'utilise que cinq paramètres du modèle mathématique et la signification physique définie. C'est pourquoi nous avons choisi ce modèle. Dans le prochain chapitre, nous procéderons à un examen approfondi de ce modèle, et nous ferons également quelques suggestions et modifications au modèle de Jiles-Atherton et à ses paramètres.

Chapitre 4

Étude approfondie du modèle

Jiles-Atherton

4.1 Introduction

L'hystérésis est le principal phénomène physique lié au magnétisme, et il joue un rôle très important dans tous les domaines, en particulier le domaine électrique et électrotechnique (industriel). Par conséquent plusieurs chercheurs ont essayé d'introduire diverses modélisations dans le but d'approcher le comportement de ce phénomène. Dans le chapitre deuxième, nous avons présenté théoriquement quelques modèles d'hystérésis magnétique, certains d'entre eux sont de nature physique et d'autres ignorent le comportement physique des matériaux. Au cours des cent dernières années, plusieurs modèles d'hystérésis ont été développés. Parmi les modèles physiques, le plus couramment utilisé et connu dans la littérature scientifique est le modèle de Jiles-Atherton. ce modèle est basé sur des considérations physiques pour décrire l'origine de l'hystérésis, comme l'échange d'énergie, le comportement de l'anhystérétique. Et le comportement des parois des domaines en mouvement reflète la décomposition de l'aimantation : l'expansion et la courbure des parois et la rotation des moments magnétiques indiquent une aimantation réversible, et si les parois sont considérées comme rigides, le saut des parois indique que l'aimantation est irréversible. Ce modèle repose sur des fondements théoriques et des équations analytiques basé sur les travaux de *P. Langevin* et *P. Weiss*, que nous avons brièvement passés en revue dans le chapitre deux.

Depuis son invention, le modèle (J-A) a fait l'objet de nombreuses études. Pour l'utilisation de ce modèle, les cinq paramètres M_s , a , α , k et c et doivent être identifiés à partir de mesures expérimentales. Ses paramètres ont une correspondance physique, (M_s) est considérée comme l'aimantation à saturation du matériau et est connu pour tous les matériaux magnétiques. (a) est défini par la constante de Boltzmann et il joue sur la rectangularité du cycle hystérésis. L'interaction mutuelle des moments entre différents

atomes voisins est représentée par le coefficient de couplage (α) et est indépendant de la température. Ce modèle prend en compte les calculs d'énergie liés au mouvement des parois au sein du dispositif magnétique, lors de l'aimantation dans le matériau, l'augmentation du frottement provoquée par l'affaiblissement des parois au point d'ancrage est à la base de ce modèle. Cette force est représentée par le coefficient d'épinglage (k) (*la friction du matériau*). Le coefficient c représente le caractère réversible de la paroi. Le modèle d'hystérésis de (J-A) dépend entièrement de ses paramètres, ce modèle est très sensible à toute modification des paramètres.

Les 5 paramètres ont des actions imbriquées sur l'allure du cycle et ils sont interdépendants, et par conséquent la variation de l'un d'eux entraîne la variation des autres, suivant les études des auteurs de modèle. Donc il faut tenir compte de cette sensibilité lors de l'identification des paramètres à partir des cycles mesurés, et cela pour ne pas perdre l'allure des cycles. Leur détermination est une opération délicate qui suscite encore de nos jours des travaux d'investigation.

Notre étude se concentrera donc sur le modèle magnétique de *David Jiles* et *David Atherton*. Dans ce qui suit, nous présenterons le développement du modèle de Jiles-Atherton dans le cadre d'études statiques et dynamiques des matériaux ferromagnétiques isotropes. Dans ce chapitre, deux aspects seront proposés. La première partie est entièrement consacrée à l'étude de deux versions : direct $B(H)$ et inverse $H(B)$ dans le régime quasi-statique et les effets de modification de chaque paramètre sur le cycle d'hystérésis. La seconde partie se concentrera sur ce simulation et vérification du modèle. Enfin, nous terminerons par une proposition d'identification paramétrique du modèle (J-A).

4.2 Formulation du modèle (J-A) en régime quasi-statique

4.2.1 Le comportement anhystérétique

Le modèle (J-A) [24] peut être développé sur la base de deux fondements clés, le premier est l'aimantation anhystérétique et le second se concentre sur le mécanisme de mouvement des parois des domaines magnétiques. Si nous acceptons l'hypothèse que ce sont les imperfections, quelle que soit leur nature, qui provoque l'hystérésis, alors nous devons également nous demander à quoi ressemblerait la courbe de magnétisation si le matériau était dépourvu de toute imperfection. La réponse est : l'hystérésis n'existe pas ou l'aimantation anhystérétique. Elle est une caractéristique d'un matériau idéal, une théorie ignore les effets des défauts microstructuraux qui constituent les positions d'ancrage des parois et ralentissent leurs mouvement, de sorte que les parois des domaines des matériel sont libres de se déplacer. L'aimantation anhystérétique décrit l'évolution de l'aimantation M en fonction du champ magnétique H imposé depuis un état désaimanté et représente une succession d'états d'équilibre thermodynamique énergétique. L'évolution de la courbe

anhysterétique est différente à l'évolution de la courbe de première aimantation, cette courbe est asymétrique par rapport au champ magnétique. La courbe n'a pas d'hystérésis et est complètement réversible. Cela donnera une courbe en forme de S sur la figure 4.1 [13].

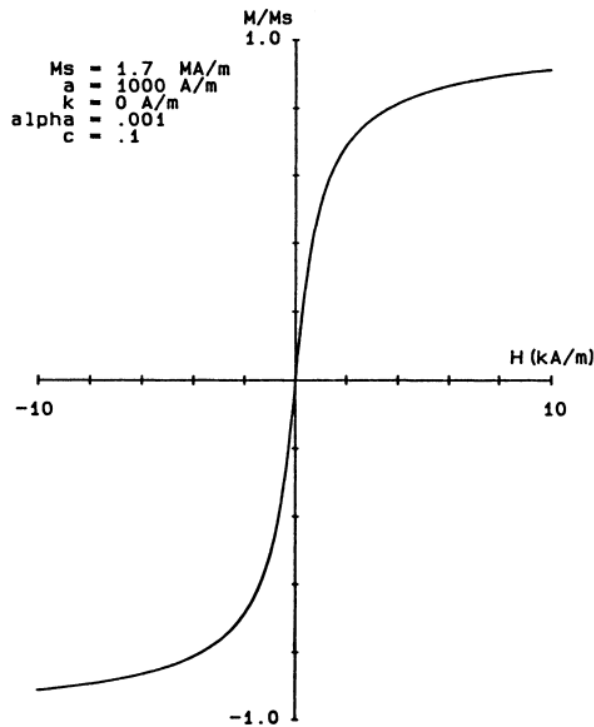


FIGURE 4.1: Courbe d'aimantation anhysterétique

Considérons l'énergie par unité de volume d'un domaine typique avec un moment magnétique par unité de volume m dans un champ magnétique H . Par ce H , on entend le champ magnétique interne réel subi par le domaine dans le solide et non le champ appliqué. S'il n'y a pas de direction préférée, c'est-à-dire si le solide est polycristallin et se comporte de manière isotrope, alors :

$$E = -\mu_0 m H \quad (4.1)$$

À l'intérieur du solide ferromagnétique, il y aura couplage entre les domaines. Cela peut être exprimé en termes simples comme un couplage à l'aimantation globale, alors l'énergie d'un domaine magnétique par unité de volume peut alors être exprimée comme suit :

$$E = -\mu_0 m (H + \alpha M) \quad (4.2)$$

Où : $H_e = H + \alpha M$ est le champ total résultant et il est appelé champ effectif, et α

est un paramètre réel "*paramètre du champ moléculaire*" représentant le couplage inter-domaine, qui doit être déterminé expérimentalement. Dans le cas d'un matériau isotrope, la réponse de l'aimantation sous l'action d'un champ effectif H_e peut être exprimée comme suit :

$$M_{an} = M_s f(H_e) \quad (4.3)$$

D'où f selon [24] est une fonction arbitraire du champ effectif qui s'annule pour $H_e = 0$ et prend la valeur unité comme le champ tend à l'infini. M_s est l'aimantation de saturation (qui est l'un des cinq paramètres du modèle de J-A). Selon [92] la fonction anhystérétique, $f(H_e)$, doit être une valeur unique, monotone et impaire, pour décrire l'effet de la saturation augmentant à l'unité comme il tend à l'infini. Sa pente doit être maximale à $H_e = 0$ et tendre asymptotiquement à zéro quand il grandit à l'infini. Par conséquent, la fonction f a un point de coude, où son deuxième dérivé atteint la valeur minimale. Dans des études récentes, les scientifiques affirment que le problème essentiel du modèle (J-A) est lié à l'estimation correcte de la fonction f . L'expression de l'aimantation anhystérétique M_{an} est obtenue en considérant que le matériau est composé d'un ensemble de domaines magnétiques avec des parois fixes ou rigides. Ce qui permet de garder les variations anhystérétiques réversibles, et de prendre l'interaction entre les moments magnétiques en considération. Donc, l'hypothèse de base résulte de l'interaction entre moments magnétiques en donnant lieu à un champ magnétique dont l'effet s'ajoute à celui du champ extérieur. En effet, le modèle de Langevin a été corrigé par Weiss en rajoutant le champ d'interaction au champ d'excitation. De plus, on suppose que le champ moléculaire (αM) est proportionnel à l'aimantation M , de sorte que le champ par un moment magnétique étant égal à H_e . Le choix de l'équation qui décrit au mieux ce type de comportement est très délicat puisque les matériaux étudiés présentent une grande disparité dans leurs propriétés magnétiques (structure en domaines, couplage inter-domaines, nature des atomes ou molécules magnétiques, etc...). Afin d'être le plus proche possible du comportement physique, la modélisation de l'aimantation anhystérétique, Jiles et Atherton ont choisi une expression de *Langevin modifiée* $\mathcal{L}(H_e)$ [57].

L'aimantation anhystérétique est donnée sous forme d'une série de valeurs numériques en fonction du champ magnétique appliqué, soit par une certaine équation mathématique qui représente au mieux leur courbe. Les auteurs de [92] ont proposé quelques autres fonctions, similaires à celles de *Langevin* et *Brillouin* [2], toutes pour des considérations physiques. Ces fonctions sont présentées dans le tableau (4.1).

TABLE 4.1: Quelques expressions de la fonction anhystérétique

Noms	La fonction anhystérétique $M_s(h)$
erf	$erf(h)$
th	$\tanh(h)$
atg	$\left(\frac{2}{\pi}\right) \tan^{-1}(h)$
eh	$1 - \left(1 + \frac{h}{2}\right) e^{-h}$
sq	$\frac{\sqrt{1+h^2-1}}{h}$
Lgv	$\coth(h) - \frac{1}{h}$

Dans cette thèse, nous avons employé la fonction de Langevin modifiée, D.C. Jiles et D.L. Atherton adopté l'idée du champ moyen de Weiss de l'interaction inter-atome pour décrire la façon dont les domaines réagissent les uns aux autres. La fonction de Langevin a été utilisée ensuite pour estimer mathématiquement la probabilité qu'un domaine magnétique occuperait un état d'énergie donnée dans un milieu isotrope. La fonction de Langevin permet d'estimer mathématiquement la probabilité qu'un domaine magnétique occupe un état énergétique donné dans un milieu isotrope lorsque le couplage effectif est α .

L'aimantation anhystérétique isotrope prend la forme suivante [93, 94] :

$$M_{an} = M_s \mathcal{L} \left(\frac{E}{k_B T} \right) \quad (4.4)$$

Où \mathcal{L} est la fonction de Langevin, et sa forme est :

$$\mathcal{L}(x) = \coth(x) - \frac{1}{x} \quad (4.5)$$

Dans ce cas, l'énergie d'un domaine magnétique E est donnée par l'équation (4.2), selon cette énergie, le moment magnétique du domaine est :

$$m = \frac{k_B T}{\mu_0 a} \quad (4.6)$$

Avec a est un paramètre avec les dimensions du champ magnétique qui caractérise la forme de la courbe de magnétisation anhystérétique et est déterminé expérimentalement. L'aimantation anhystérétique est formulé par :

$$M_{an} = M_s \left(\coth \left(\frac{H_e}{a} \right) - \frac{a}{H_e} \right) \quad (4.7)$$

A. Ramesh et D. Jiles [93] ont noté que l'équation modifiée de Langevin n'était valable que pour les matériaux isotropes, car l'énergie E d'un domaine magnétique ne dépendait que d'un seul angle entre le domaine magnétique et le champ magnétique appliqué. Le modèle original de (J-A) avec $M_{an}(H_e)$ ne prend pas en compte l'effet de l'anisotropie magnéto-cristalline dans un matériau ferromagnétique. Dans d'autres matériaux tels que

les ferrites, le matériau ne peut pas être considéré comme isotrope. L'effet de l'anisotropie peut être intégré dans ce modèle par son effet sur l'aimantation anhystérétique [93]. On voit ici que les trois premiers paramètres sont : M_s , α et a .

4.2.2 L'aimantation normale

L'équation de Langevin modifiée n'arrive pas à donner une meilleure description du comportement des matériaux ferromagnétiques parce que ce modèle ignore la possibilité de changement de l'aimantation soit entravé, comme par exemple lorsque le mouvement des parois d'un domaine est inhibé par des sites d'épinglage. La courbe de première aimantation d'un ferromagnétique se situe toujours au-dessous de la courbe anhystérétique, et s'en approche asymptotiquement d'elle dans la région des champs forts. Dans cette région l'aimantation est bien représentée par l'équation (4.7) comme le montrent la figure 4.2.

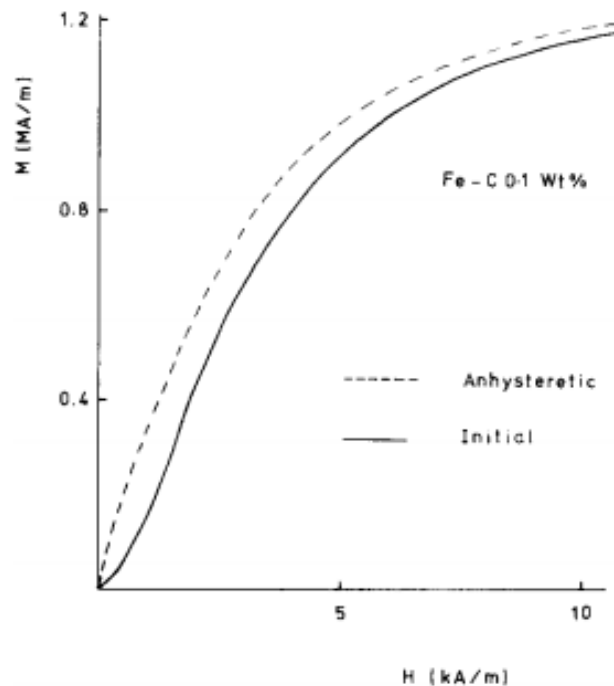


FIGURE 4.2: Les courbes : d'aimantation initiale et d'aimantation anhystérétique expérimentales (Fe – C 0.1%) [24]

4.3 Établissement du modèle (J-A)

Dans ce modèle, la variation de l'énergie fournie à une unité de volume du matériau est égale à la variation de l'énergie magnétostatique (*énergie interne*) et à les pertes par hystérésis, qui peut se manifester sous la forme d'une énergie d'accrochage (*d'épinglage*) due au mouvement de la paroi du domaine.

$$W_f = W_{mag} + W_{hyst} \quad (4.8)$$

**Énergie fournie au matériau = La variation de l'énergie magnétostatique +
les pertes par hystérésis**

4.3.1 Perte d'énergie due au mouvement les parois des domaines (à travers les sites d'épinglages)

Le mouvement des parois des domaines sous l'influence d'un champ magnétique extérieur est entravé par la présence des sites d'épinglage dans le ferromagnétique tels que les inclusions magnétiques, les vides non magnétiques et les régions de contraintes non homogènes. Dans leurs recherches [24], ils n'ont pas discuté en détail les types de sites d'épinglage, mais ils les ont traités dans leur ensemble et ont appelé les sites d'ancrages collectifs. Ces sites d'ancrage ont pour effet de provoquer une diminution de la perméabilité initiale d'un matériau ferromagnétique et une augmentation de sa force coercitive. Ils sont en accord avec les conclusions de *Globus* selon lesquelles les variations irréversibles de l'aimantation sont provoquées par le processus d'épinglage lors du déplacement des parois. Considérons un site d'épinglage sur une paroi de domaine parfaitement rigide entre des domaines avec un moment magnétique par unité de volume m aligné dans la direction du champ magnétique H et un autre avec le moment magnétique par unité de volume, m' aligné suivant une certaine direction faisant un angle θ par rapport au champ magnétique. L'énergie nécessaire pour surmonter le site d'épinglage dépendra de deux facteurs : la nature du site d'épinglage lui-même et les orientations relatives des moments des deux côtés de la paroi considérée. Supposons que l'énergie nécessaire pour surmonter le site d'épinglage soit proportionnelle à la variation d'énergie par unité de volume du moment m' du domaine, causée par la rotation de ces moments dans la direction du champ magnétique.

$$\Delta E = \vec{m} \cdot \vec{B}_e - \vec{m}' \cdot \vec{B}_e \quad (4.9)$$

Par conséquent l'énergie d'épinglage ε_{pin} , est proportionnelle à :

$$\varepsilon_{pin} \propto mB_e (1 - \cos \theta) \quad (4.10)$$

L'énergie d'épinglage du site pour une paroi du domaine magnétique à 180° soit ε_π . Il s'agit alors d'une caractéristique du site d'épinglage seulement, telle que :

$$\varepsilon_\pi \propto 2mB_e \quad (4.11)$$

Alors :

$$\varepsilon_{pin} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\pi} (1 - \cos \theta) \quad (4.12)$$

Cette expression inclut à la fois les caractéristiques du site d'épinglage ε_{π} et les orientations relatives des domaines θ . Si n est la densité moyenne des sites d'ancrages à travers tout le ferromagnétique et $\langle \varepsilon_{\pi} \rangle$ est l'énergie d'épinglage moyenne des sites correspondant aux parois à 180° , alors :

$$\langle \varepsilon_{pin} \rangle = \frac{1}{2} \langle \varepsilon_{\pi} \rangle (1 - \cos \theta) \quad (4.13)$$

L'énergie totale $E_{pin}(x)$ dissipée à travers l'ancrage quand la paroi de surface s est déplacée d'une distance x entre les domaines magnétiques dont les moments sont inclinés d'un angle θ est donnée par :

$$E_{pin}(x) = \int_0^x \frac{1}{2} n \langle \varepsilon_{\pi} \rangle (1 - \cos \theta) s dx \quad (4.14)$$

Étant donné que m déjà dans la direction du champ appliqué, il en résulte que la variation de (H) est égale à :

$$dM = m (1 - \cos \theta) s dx \quad (4.15)$$

En substituant cette équation dans la précédente on aura :

$$E_{pin}(x) = \frac{n \langle \varepsilon_{\pi} \rangle}{2m} \int_0^M dM \quad (4.16)$$

Posons $k = \frac{n \langle \varepsilon_{\pi} \rangle}{2m}$, les parois sont rigides donc $(H) = (H)$, alors :

$$E_{pin}(x) = k \int_0^M dM_{irr} \quad (4.17)$$

Le paramètre k appelé coefficient d'épinglage (de piégeage ou d'ancrage) est l'un des cinq paramètres du modèle de (J-A). Ce paramètre qui est calculé à partir de la pratique n'est pas forcément égal à une constante mais il peut varier en fonction de H ou M .

La détermination exacte de k doit être déterminée expérimentalement dans chaque cas particulier, il agit directement sur le champ coercitif et il est fortement lié à la densité de sites d'ancrages et aux déplacements des parois. La valeur de k agit sur la forme de la solution (H) comme il sera expliqué postérieurement [24, 26].

4.3.2 Processus d'aimantation irréversible

L'aimantation irréversible M_{irr} est due essentiellement au déplacement des parois de Bloch dans les domaines sous l'effet d'un champ magnétique extérieur. Durant leurs trajectoires, les parois considèrent planes et rigides, ils subissent le processus d'accrochage-

décrochage sur les sites d'ancrage présents au sein du matériau (impuretés, dislocations ...).

Ceux-ci entravent le mouvement des parois. La paroi se déforme sur le site d'ancrage rencontré et quitte cet ancrage par un saut brusque rendant irréversible l'aimantation du matériau comme le montre la figure 4.3.

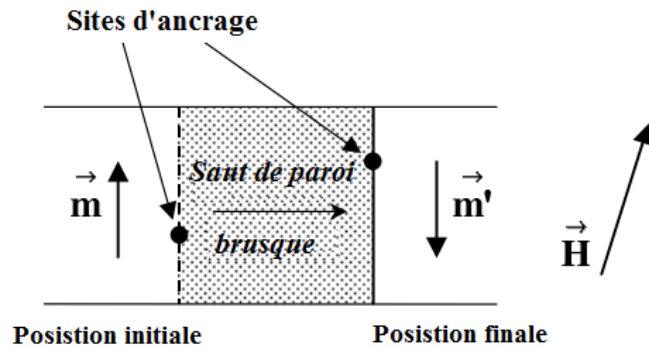


FIGURE 4.3: Saut brusque de paroi sous l'action d'un champ extérieur [4]

En l'absence d'épinglage, les parois des domaines magnétiques sont agitées par ce qui peut être envisagé comme une pression qui tend à les déplacer de telle sorte que l'aimantation atteigne l'équilibre à l'anhystrétique. Le travail total accompli pour vaincre l'épinglage est proportionnel à la variation de l'aimantation. L'énergie magnétique de l'aimantation est exprimée par :

$$\int M dB = \int M_{an}(H_e) dB_e \quad (4.18)$$

Cette énergie est devenue dans ce cas égale à la différence entre l'énergie dans le cas idéal ou sans pertes ($\int M_{an} dB_e$) moins les pertes dues à l'hystérésis ou l'énergie dépensée pour vaincre l'épinglage des parois $k \int M_{irr}$.

$$\int M_{irr} dB_e = \int M_{an}(H_e) dB_e - k \int \left(\frac{dM_{irr}}{dB_e} \right) dB_e \quad (4.19)$$

Par conséquent, la dérivation par rapport à B_e :

$$M_{irr}(B_e) = M_{an}(H_e) - k\delta \frac{dM_{irr}}{dB_e} \quad (4.20)$$

δ est un paramètre réel, qui permet de garantir que l'épinglage est opposé à la variation d'aimantation. Le changement de ce paramètre est le suivant :

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{Si } \frac{dH}{dt} \geq 0; & \text{Le champ magnétique H croit dans la direction positive} \\ -1 & \text{Si } \frac{dH}{dt} \leq 0; & \text{Le champ magnétique H croit dans la direction négative} \end{cases}$$

L'équation précédent (4.19) peut être réarrangée en remplaçant B_e par $B_e = \mu_0 H_e$ et $H_e = (H + \alpha M(H))$, et en supposant que ($M \approx M_{irr}$), [24, 5] il en résulte :

$$M_{irr}(H) = M_{an}(H_e) - k\delta \frac{dM_{irr}(H)}{\mu_0(dH + \alpha dM_{irr})} \quad (4.21)$$

L'aimantation irréversible M_{irr} peut être obtenue par intégration numérique :

$$\frac{dM_{irr}(H)}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}(H)}{k\delta/\mu_0 - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr}(H))} \quad (4.22)$$

Le coefficient d'épinglage (ou de perte) k peut être exprimé soit en unités de *Tesla*, comme dans l'équation (4.22), soit si $k = k/\mu_0$ est exprimé comme le coefficient d'épinglage k sera exprimé en unités de [A/m] puisque k/μ_0 a des dimensions de *Tesla* [95].

$$\frac{dM_{irr}(H)}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}(H)}{k\delta - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr}(H))} \quad (4.23)$$

4.3.3 Mouvement d'une paroi flexible

L'une des principales hypothèses des modèles de *Becker et Doring, Kersten* [96] et *Kondorsky* [97] est que les parois des domaines magnétiques sont planes et rigides, cette hypothèse de parois planaires a été critiquée par Néel [45] qui a noté que les parois entre domaines magnétiques devraient être flexibles afin qu'elles puissent être déplacées sans jamais être complètement détachés des sites d'épinglage sous l'action du champ extérieur (Figure 4.4) [24].

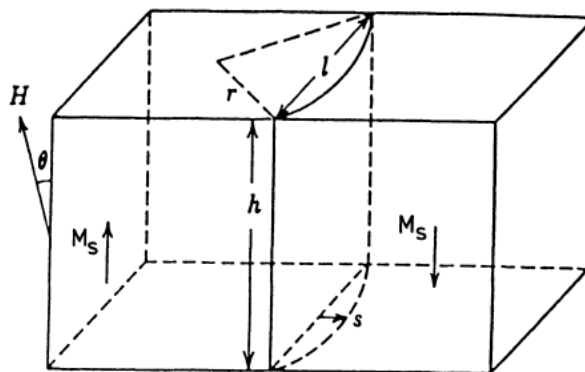


FIGURE 4.4: Flexion d'une paroi du domaine sous l'action d'un champ. La paroi est épinglée aux frontières et se développe à la manière d'une membrane élastique comme décrit par Kersten et Néel [13]

Ainsi, la déformation des parois est associée au processus réversible de l'aimantation. Lorsque les parois des domaines se courbent en étant maintenues sur deux sites d'épinglage, cela entraîne dans un premier temps un changement réversible de l'aimantation.

Le degré de courbure de paroi du domaine qui se produit dépend de trois facteurs :

- Deux d'entre eux sont intrinsèques, étant dépendant uniquement des propriétés du matériau : l'énergie de surface de paroi du domaine et la force des sites d'épinglage. Si l'énergie de surface est faible et l'énergie d'ancrage est élevée, les parois du domaine subiront plus de flexions avant de se détacher des sites. Dans le cas inverse où l'énergie de la paroi est forte et que l'énergie d'épinglage est faible, la courbure de la paroi sera faible ou moins accentuée avant de se détacher des sites.
- Le troisième facteur est extrinsèque et dépend du champ magnétique H .

Évidemment, à l'état démagnétisé, les parois des domaines magnétiques sont planes car elles ne subissent aucune force nette qui tend à les déplacer, il n'y a donc aucune raison de les courber. Sur la base de l'aimantation anhystérétique correspond à la configuration optimale des domaines magnétiques (minimum d'énergie), il s'ensuit que pour un champ magnétique H donné, si l'aimantation M_{irr} est plus grande que l'aimantation anhystérétique M_{an} , les parois des domaines subiront une force qui tend à réduire l'aimantation. Cependant, si l'aimantation M_{irr} est plus faible que l'aimantation anhystérétique M_{an} , les parois du domaine subiront une force qui tend à augmenter l'aimantation.

Comme les sites d'épinglage eux-mêmes exercent une force sur les parois du domaine qui empêche leur mouvement, l'existence de la force sur les parois du domaine lorsque celles-ci sont situées au-dessus ou au-dessous de l'anhystérétique ne peut être démontrée qu'en brisant les parois des sites et en observant le changement de l'aimantation qui en résulte. Par conséquent, l'aimantation anhystérétique représente l'état d'énergie globale minimale du matériau à un champ magnétique H donné. Il s'ensuit que la paroi se courbe de telle façon à réduire la différence entre l'aimantation dominante et l'aimantation anhystérétique.

D.C. Jiles et D.L Atherton se sont rendu compte que l'aimantation totale M est exprimée comme la somme de la composante réversible M_{rev} due à la courbure de la paroi et de la composante irréversible M_{irr} due au déplacement (*saut*) de la paroi.

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad (4.24)$$

Par conséquent si ($M < M_{an} \blacktriangleright M_{rev} > 0$) sinon si ($M > M_{an} \blacktriangleright M_{rev} < 0$). Finalement, si ($M = M_{an}$), il s'ensuit que ($M_{rev} = 0$).

4.3.4 Processus d'aimantation réversible

Le composant réversible de l'aimantation se produit lorsque la paroi du domaine est gonflée, puis revient à sa forme une fois le champ appliqué supprimé. Considérons une courbure d'une paroi entre deux sites d'épinglage, comme le montre la figure 4.5 :

- La ligne interrompue correspond à la paroi rigide.
- x représente le déplacement linéaire.
- r le rayon de la courbure.
- $2y$ est la distance entre les deux sites d'ancrages.

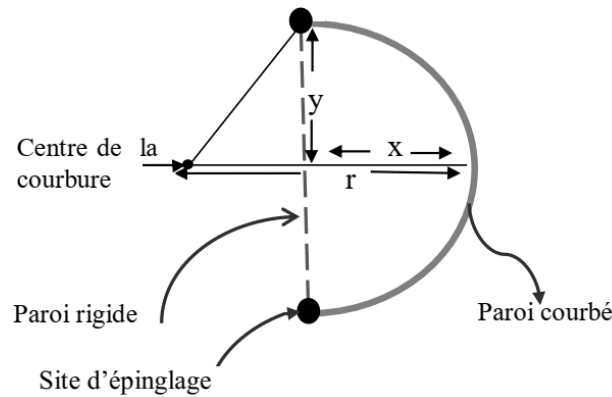


FIGURE 4.5: Courbure d'une paroi entre deux sites d'ancrage sous l'influence de champ magnétique extérieur d'après [24]

Si la géométrie de la figure 5.5 est utilisée, la coordonnée x peut être placée en fonction de rayon r et de coordonnée y .

$$x = r - \sqrt{(r^2 - y^2)} \quad (4.25)$$

E' l'énergie de la surface de la paroi et par P est la pression excessive causée par l'application du champ magnétique.

$$P = \frac{2E'}{r} \Rightarrow r = \frac{2E'}{P} \quad (4.26)$$

Une fois le rayon r de courbure remplacée, la coordonnée x prend la forme suivante :

$$x = \frac{2E'}{P} - \sqrt{\left(\left(\frac{2E'}{P}\right)^2 - y^2\right)} \quad (4.27)$$

En utilisant l'expansion binominale du terme de la racine carrée, l'expression de x vient :

$$x = \frac{2E'}{r} - \frac{2E'}{r} \left(1 - \frac{y^2}{2} \left(\frac{P}{2E'}\right)^2 + \dots\right); x \approx \frac{y^2}{2} \frac{P}{2E'} \quad (4.28)$$

Cette expression relative à x à l'excès de pression P devient exacte pour les petits déplacements. D'après [24], si on considère la forme réelle, la force subie par la paroi du domaine n'est pas uniquement due au champ magnétique appliqué, mais à la différence entre le champ magnétique appliqué et la contribution due à l'orientation aléatoire de la configuration en domaines du ferromagnétique. Il est implicite dans le modèle présenté jusqu'à présent que l'énergie magnétostatique effective E' est donnée à un coefficient de proportionnalité par :

$$E' = \frac{1}{2} (M_{irr} - M_{an})^2 \quad (4.29)$$

Et que la force exercée sur les parois du domaine est :

$$F = M_{an} - M_{irr} \quad (4.30)$$

La pression exercée sur les parois sera simplement :

$$P = C' (M_{an} - M_{irr}) \quad (4.31)$$

C' est constante. La nouvelle expression de la courbure de la paroi x est :

$$x = \left(\frac{y^2}{4E'} \right) C' (M_{an} - M_{irr}) \quad (4.32)$$

Comme il est impossible de considérer toutes les situations et géométries possibles, il existe naturellement un nombre quasi infini de configurations dans lesquelles les parois de domaine interagissent avec des défauts, les régions de contrainte non-homogènes, dislocations, inclusions non magnétiques, joins de grains. . . Il est nécessaire de mettre quelques hypothèses concernant la dépendance de M_{rev} de x . De ce fait, considérons la situation de la figure 4.5 ci-dessus et supposons qu'une paroi de domaine coupe un grain sphérique et est épinglé à la limite du grain. Sous l'action d'un champ magnétique, la paroi du domaine est déformée de manière réversible par une distance x . Le volume balayé par la paroi du domaine est :

$$\Delta V = \left(\frac{\pi}{6} \right) x (3y^2 + x^2) \quad (4.33)$$

La variation de l'aimantation sera $M_{rev} = 2\Delta V m$ si les moments dans les deux domaines sont parallèles et antiparallèles au champ magnétique. En remplaçant x par l'équation (4.32), on obtient :

$$M_{rev} = \frac{m\pi y^4}{4E'} C' (M_{an} - M_{irr}) + m \frac{\pi}{3'} \left(\left(\frac{y^2}{4E'} \right) C' (M_{an} - M_{irr}) \right)^3 \quad (4.34)$$

D.C. Jiles et D.L. Atherton suivent l'analyse de Globus et ignorent les termes d'ordre supérieur à x^2 :

$$M_{rev} = c(M_{an}(H_e) - M_{irr}); \quad c = \frac{m\pi y^4}{4E'} C' \quad (4.35)$$

La composante réversible de l'aimantation est définie comme la différence entre l'aimantation anhystérétique et l'aimantation irréversible à un coefficient c près ($c \in [0, 1]$) représentatif de la nature réversible de la paroi (élasticité des parois). Le coefficient c (le cinquième paramètre) est l'un des paramètres du modèle (J-A) qui est déterminé expérimentalement par le biais du rapport des susceptibilités : initiale et anhystérétique de la courbe (H).

4.4 Dérivation du modèle statique original de Jiles-Atherton

Pour décrire l'hystérésis dans les matériaux magnétiques, D.C. Jiles et D.L. Atherton supposent que l'aimantation totale du matériau est décomposée en deux termes : la composante réversible et la composante irréversible, avec M_{rev} défini par les expressions (4.35) et M_{irr} défini avec la variation de l'aimantation irréversible par rapport au champ effectif H_e se ramène à l'expression différentielle donnée par la relation [98] :

$$M_{an} = M_{irr} + k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad \Rightarrow \quad \frac{dM_{irr}}{dH_e} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \quad (4.36)$$

En recombinaison l'équation (4.35) dans l'expression de l'aimantation totale, on peut écrire :

$$M = M_{irr} + c(M_{an} - M_{irr}) \quad \Rightarrow \quad M = (1 - c) M_{irr} + cM_{an} \quad (4.37)$$

La différenciation de l'aimantation totale par rapport au champ magnétique donne :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{rev}}{dH} + \frac{dM_{irr}}{dH} \quad \text{avec :} \quad \begin{cases} \frac{dM_{rev}}{dH} = c \left(\frac{dM_{an}}{dH} + \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \\ \frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an}(H_e) - M_{irr}(H)}{k\delta/\mu_0 - \alpha(M_{an}(H_e) - M_{irr}(H))} \end{cases} \quad (4.38)$$

Les développements mathématiques faits dans [24] montrent que la variation de l'aimantation totale peut être représentée de la manière suivante :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{1}{(1+c)} \frac{M_{an} - M}{k\delta - \alpha(M_{an} - M)} + \frac{c}{(1+c)} \frac{dM_{an}}{dH} \quad (4.39)$$

D'après (4.37), la susceptibilité différentielle totale s'écrit :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH} + c \left(\frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) = (1-c) \frac{dM_{irr}}{dH} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (4.40)$$

Nous allons maintenant décrire les termes (dM_{an}/dH) et (dM_{irr}/dH)

- Le terme (dM_{an}/dH) :

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \cdot \frac{dH_e}{dH} \quad \text{avec} \quad \frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH}$$

Alors :

$$\frac{dM_{an}}{dH} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (4.41)$$

Le terme (dM_{irr}/dH) :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \cdot \frac{dH_e}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \quad (4.42)$$

En introduisant les équations (4.41) et (4.42) dans (4.40) on trouve :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) + c \left[\frac{dM_{an}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) - \frac{dM_{irr}}{dH_e} \left(1 + \alpha \frac{dM}{dH} \right) \right] \quad (4.43)$$

Et, en isolant (dM/dH) , nous obtenons l'équation différentielle suivante :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} + c \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 - \alpha c \frac{dM_{an}}{dH_e} - \alpha (1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (4.44)$$

Le modèle de (J-A) est exprimé par l'équation différentielle (4.44). L'expression de (dM_{irr}/dH_e) est donnée par l'équation (4.42) et la dérivée de l'aimantation anhystérétique par rapport au champ magnétique effectif est :

$$\frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left(1 - \coth^2 \left(\frac{H_e}{a} \right) + \left(\frac{H_e}{a} \right)^2 \right) \quad (4.45)$$

4.5 Le modèle quasi statique inverse (extension du modèle direct)

Dans la méthode originale de modèle (J-A), l'induction magnétique B est obtenue si le champ magnétique H est connu. Alors ce modèle peut également être adapté pour la détermination de la loi de comportement (B) connu sous le nom « *modèle inverse de Jiles-Atherton* ». Le modèle statique inverse développé par *N. Sadowski et al.* [99, 100] est caractérisé par le fait que l'aimantation M est déterminée et utilisée pour le calcul du champ magnétique H en introduisant la densité de flux B comme une entrée indépendante du modèle.

Sachant que : $B = \mu_0 (H + M)$ et $B_e = \mu_0 H_e$, alors :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{dM}{dB} \cdot \frac{dB}{dH} \implies \frac{dB}{dH} = \mu_0 \left(1 + \frac{dM}{dB} \right)$$

Avec (dM/dH) est donnée par l'équation (4.44), et en substituant dB/dH et dM/dH par leurs expressions, il en résulte :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{dM/dH}{\mu_0 (1 + dM/dB)} \quad (4.46)$$

Et, en utilisant l'équation (4.44), l'équation (4.46) devient :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\frac{(1-c)}{\mu_0} \frac{dM_{irr}}{dH_e} + \frac{c}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e}}{1 + (1-\alpha) c \frac{dM_{an}}{dH_e} + (1-c)(1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dH_e}} \quad (4.47)$$

Où, en utilisant la densité de flux magnétique effective B_e :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{(1-c) \frac{dM_{irr}}{dB_e} + c \frac{dM_{an}}{dB_e}}{1 + \mu_0 (1-\alpha) c \frac{dM_{an}}{dB_e} + \mu_0 (1-c)(1-\alpha) \frac{dM_{irr}}{dB_e}} \quad (4.48)$$

Où

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dM_{an}}{dB_e} = \frac{dM_{an}}{dH_e} \cdot \frac{dH_e}{dB_e} \quad \text{et} \quad \frac{dH_e}{dB_e} = \frac{1}{\mu_0} \quad \text{alors} \quad \frac{dM_{an}}{dB_e} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dM_{an}}{dH_e} \\ \\ \frac{dM_{irr}}{dB_e} = \frac{1}{\mu_0} \frac{dM_{irr}}{dH_e} \end{array} \right. \quad (4.49)$$

Dans lequel :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta = +1 \text{ si } \frac{dB}{dt} > 0 \quad \delta = -1 \text{ si } \frac{dB}{dt} < 0 \\ \\ M_{irr} = \frac{M - cM_{an}}{1-c} \end{array} \right. \quad (4.50)$$

Dans les deux cas, les cinq paramètres M_s , a , α , k et c doivent être déterminés à partir de mesures expérimentales. Il est important de noter que les paramètres du modèle de (J-A) sont théoriquement les mêmes quel que soit le modèle utilisé ((H) ou (B)). Les paramètres du modèle de (J-A) et leurs significations physiques ont été résumé dans le tableau (4.2) suivant :

TABLE 4.2: Les significations physiques des paramètres du modèle de (J-A)

Les paramètres	Leurs propriétés physiques
M_s [A/m]	Aimantation de saturation
a [A/m]	Facteur de forme pour l'aimantation anhystérétique
α (sans unité)	Lié au couplage entre les moments magnétiques atomiques, ou le facteur de correction de Weiss (Coefficient du champ moléculaire).
k [A/m]	Coefficient d'épinglage, représentant la densité de sites d'ancrages et aux déplacements des parois (M_{irr}). Et lié aux pertes par hystérésis donc il caractérisant la largeur du cycle.
c (sans unité)	Coefficient de réversibilité des parois (facteur de M_{rev}).

Le modèle statique inverse de (J-A) garde les mêmes caractéristiques que le modèle direct et ses cinq paramètres sont les mêmes que ceux de la méthode Jiles-Atherton originale, la procédure proposée dans [98] peut être utilisée pour les déterminer [99]. Lors de la résolution numérique du modèle direct et inverse, il s'est avérées que dans les zones des champs faibles ou bien au sommet du cycle d'hystérésis majeur lors de la diminution du champ (Figure 4.6) [5], les susceptibilités différentielles générées sont négatives et ne fournissent pas des solutions physiquement réalistes pour un matériau réel.

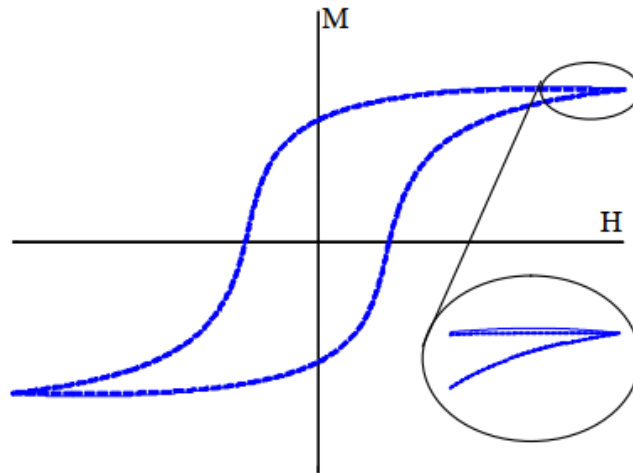


FIGURE 4.6: Comportement non physique au voisinage de la saturation d'un cycle majeur

Il est nécessaire de vérifier le sens physique de l'aimantation. Ce phénomène est envisagé sous deux points de vue :

- Il est nécessaire de vérifier le signe de $\Delta M_{irr}/\Delta H_e$ (Modèle direct : équation (4.44)) ou bien $\Delta M_{irr}/\Delta B_e$ (Modèle inverse : équation (4.48)) et annuler la valeur négative (si $dM_{irr}/dH_e < 0$ alors $dM_{irr}/dH_e = 0$).
- Exprimé le phénomène sus discuté par un nouveau paramètre δ_M , Certains chercheurs [101, 102, 103, 104] ont étendu le modèle (J-A) d'hystérésis pour éviter les

solutions non physiques et ils ont introduit ce paramètre (pente négative) de l'équation différentielle du modèle inverse, mis en place et sa définition donnée par :

$$\delta_M = \begin{cases} 0 & \text{Si } \frac{dH}{dt} < 0 \text{ et } M_{an}(H_e) - M(H_e) \geq 0 \\ 0 & \text{Si } \frac{dH}{dt} > 0 \text{ et } M_{an}(H_e) - M(H_e) \leq 0 \\ 1 & \text{Autrement} \end{cases} \quad (4.51)$$

Ce coefficient peut être donné par une forme plus générale :

$$\begin{cases} \delta_M = 0.5 \left[1 + \text{sign}(M_{an} - M) \frac{dH}{dt} \right] \\ \delta_M = 0.5 \left[1 + \text{sign}(M_{an} - M) \frac{dB}{dt} \right] \end{cases} \quad (4.52)$$

Et les équations (4.40) et (4.48) deviennent :

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \delta_M \frac{dM_{irr}}{dH} + c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (4.53)$$

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\delta_M (M_{an} - M) + ck\delta \frac{dM_{an}}{dH_e}}{\mu_0 \left[k\delta + (1 - \alpha) \left(\delta_M (M_{an} - M) + ck\delta \frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \right]} \quad (4.54)$$

Pour le traitement des solutions non physiques, il est indiqué à la figure 4.7, [102]. C'est pourquoi les équations précédentes doivent être modifiés selon qu'il convient.

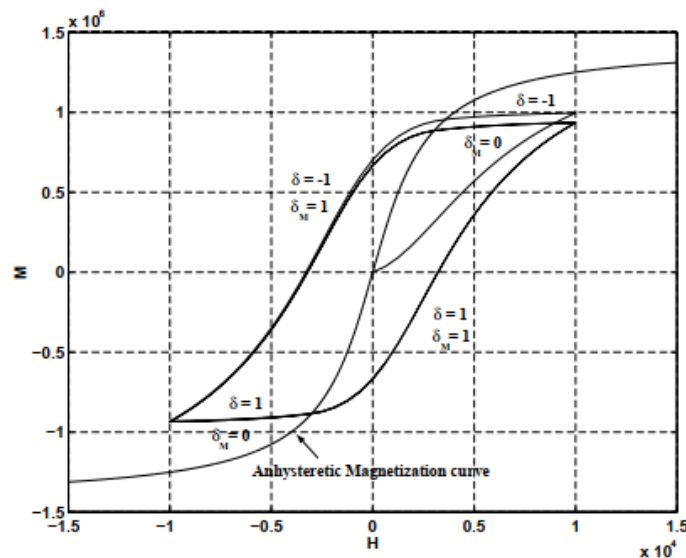


FIGURE 4.7: Courbes d'aimantation d'anhystrétique et d'hystérésis

Le modèle de (J-A) original permet de tracer la courbe de la première aimantation, les cycles majeurs mais non permet de restituer convenablement les cycles mineurs non

centrés. En effet, on observe que ceux-ci ne se referment pas correctement.

4.6 La résolution numérique pour le modèle de J-A

La résolution numérique du modèle passe d'abord par la résolution de (4.23), nous permettons au départ d'obtenir la composante irréversible de l'aimantation comme le montre la figure 4.8(a). Ensuite, à l'aide de (4.35) on peut déduire la composante réversible (Figure 4.8 (b)), de cette dernière. Enfin, pour trouver l'aimantation totale il suffit d'effectuer la somme de ces deux composantes. Il faut noter aussi que la résolution de l'équation (4.24) passe par la détermination de M_{an} donnée par 4.36, figure 4.8 (c). La figure 4.8 (d) montre le cycle majeur du phénomène d'hystérésis pour :

$M_s = 1.7 \cdot 10^6 \text{ A/m}$, $a = 1000 \text{ A/m}$, $\alpha = 0.0017$, $k = 2000 \text{ A/m}$, $c = 0.1$ [98]. L'application d'un tel algorithme pour la détermination des cycles d'hystérésis suppose la connaissance des différents paramètres. Nous avons remarqué que la programmation du modèle est simple et que le modèle a une convergence rapide, ce qui est quasi statiques.

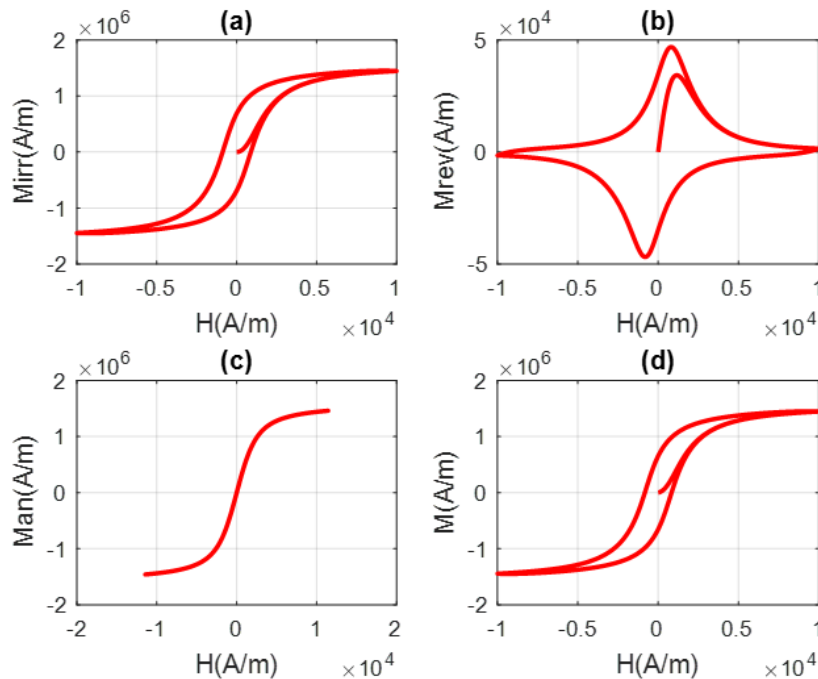


FIGURE 4.8: Courbe d'aimantation de : (a) irréversible, (b) réversible, (c) anhystérétique et (d) l'aimantation totale.

4.7 Développement un programme pour simuler le modèle de (J-A)

Dans cette section, nous allons décrire comment développer un programme pour simuler le modèle d'hystérésis J-A sous l'environnement MATLAB. La génération des cycles d'hystérésis nécessite une résolution de l'équation différentielle du premier ordre. Cette équation peut être résolue numériquement pour obtenir l'aimantation du matériau (M) en fonction du champ appliqué (H), ce qui peut être fait par la méthode *d'Euler*. Dans notre programme nous avons utilisé une version modifiée de la formulation originale présentée précédemment (4.53), qui apparaît dans [105], ou l'auteur a légèrement modifié l'équation pour donner l'aimantation sous une forme plus appropriée. La relation de la susceptibilité magnétique différentielle totale donnée par la formule suivante :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{\delta_M (1 - c) (M_{an}(H_e) - M(H))}{k\delta (1 - c) - \alpha (M_{an}(H_e) - M(H))} + c \left(\frac{\partial M_{an}(H_e)}{\partial H} \right)_M \quad (4.55)$$

Nous avons utilisé :

$$\left\{ \begin{array}{l} (1 - c) (M_{an} - M_{irr}) = M_{an} - M \\ \frac{dM_{an}}{dH_e} = \frac{M_s}{a} \left(1 - \coth^2 \left(\frac{H_e}{a} \right) + \left(\frac{a}{H_e} \right)^2 \right) \end{array} \right. \quad (4.56)$$

Afin de vérifier cet programme pour simuler le modèle de Jiles-Atherton, nous avons utilisé une des cycles théoriques dont les paramètres [98] :

$$M_s = 1.7 \cdot 10^6 \text{ A/m}, \quad a = 1000 \text{ A/m}, \quad \alpha = 0.001, \quad k = 2000 \text{ A/m}, \quad c = 0.1.$$

Avec un champ d'excitation sinusoïdal d'amplitude maximale $H_{max} = 10^4 \text{ A/m}$ et de fréquence $f = 10 \text{ Hz}$ (Régime statique). La validation du programme nous fournit un cycle d'hystérésis, comme le montre la figure (4.9), qui contient quelques points de référence, tels que les valeurs :

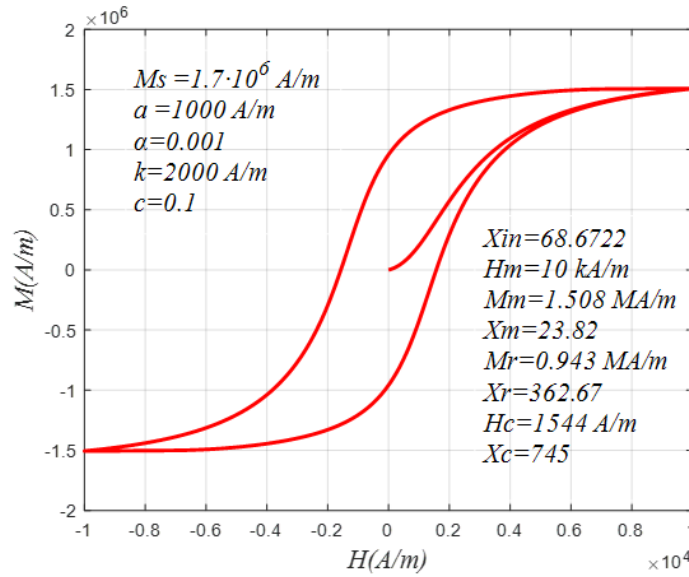


FIGURE 4.9: Cycle d'hystérésis théorique résultant

À partir du tableau (4.3), nous présenterons les points de références sur les deux cycles hystérésis : du programme développé et de référence avec l'erreur entre ceux pointes.

TABLE 4.3: Les points de références de cycle du programme et de cycle de référence

Cycle de référence	Cycle du programme	Erreur (%)
$\chi_{in} = 57.7$	$\chi_{in} = 68.6722$	19.01
$H_m = 10 \text{ kA/m}$	$H_m = 10 \text{ kA/m}$	00
$M_m = 1.507 \text{ MA/m}$	$M_m = 1.508 \text{ MA/m}$	0.066
$\chi_m = 25.1$	$\chi_m = 23.82$	5.1
$M_r = 0.978 \text{ MA/m}$	$M_r = 0.943 \text{ MA/m}$	3.5
$\chi_r = 337$	$\chi_r = 362.67$	7.61
$H_c = 1644 \text{ A/m}$	$H_c = 1544 \text{ A/m}$	6.08
$\chi_c = 745$	$\chi_c = 745$	00

On peut remarquer que les résultats obtenues par les deux cycles sont presque les mêmes en certains points tels que la valeur maximale de champ magnétique (H_m) et la susceptibilité différentielle au point coercitif (χ_c), et quelque peu similaires en d'autres points. Cela signifie que le programme que nous avons développé a été validé.

4.7.1 Effet des paramètres du modèle de (J-A) sur la forme du cycle d'hystérésis

Chaque matériau magnétique a son propre comportement magnétique (cycle d'hystérésis). D'après le modèle de Jiles-Atherton proposé pour décrire le phénomène de magnétisation, chaque matériau possède également cinq paramètres différents des autres

matériaux. Afin d'illustrer l'effet de chaque paramètre sur la forme du cycle d'hystérésis, le paramètre concerné doit être modifié et les autres paramètres du modèle restent fixes.

4.7.1.1 Effet du paramètre $\{a\}$

Ce paramètre est attaché fortement à la température. En effet, l'influence de la température sur le cycle d'hystérésis est introduite par l'intermédiaire du paramètre a dans l'aimantation anhystérétique. La figure 4.10 montre l'effet de ce paramètre, l'augmentation de a diminue :

- L'induction maximale.
- L'induction rémanente.

Cela signifie que ce paramètre détermine le degré d'inclinaison du cycle et par conséquent le degré de saturation.

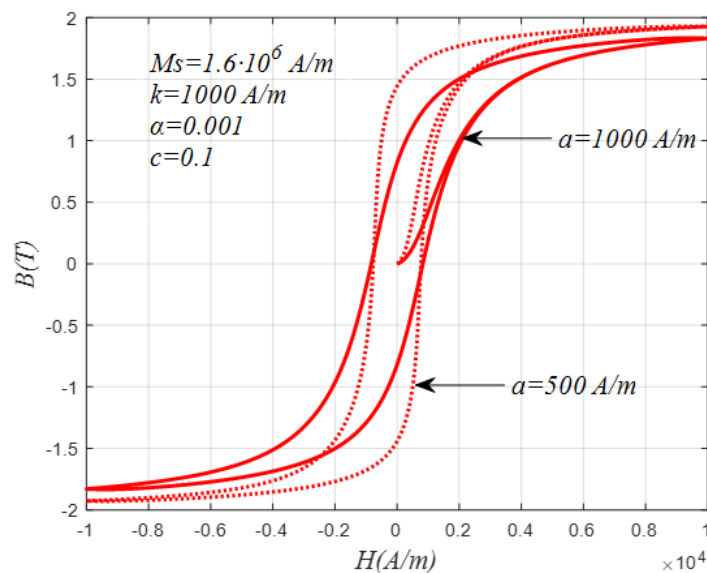


FIGURE 4.10: Effet du paramètre a sur l'allure du cycle d'hystérésis

4.7.1.2 Effet du paramètre $\{\alpha\}$

Ce paramètre agit, figure 4.11 :

- Fortement sur l'induction rémanente.
- Sur le champ coercitif et sur l'induction maximale de façon moins importante.

La sensibilité du cycle d'hystérésis aux variations de ce paramètre doit être prise en compte lors de l'identification des paramètres du modèle à partir de l'expérimentale.

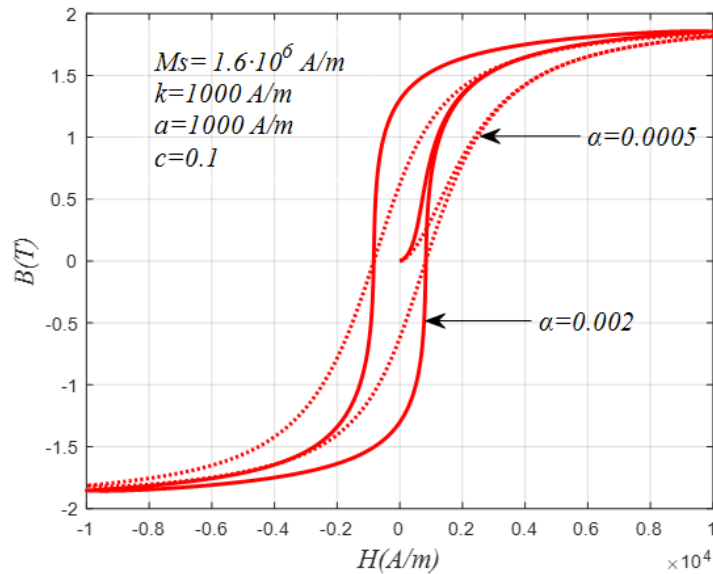


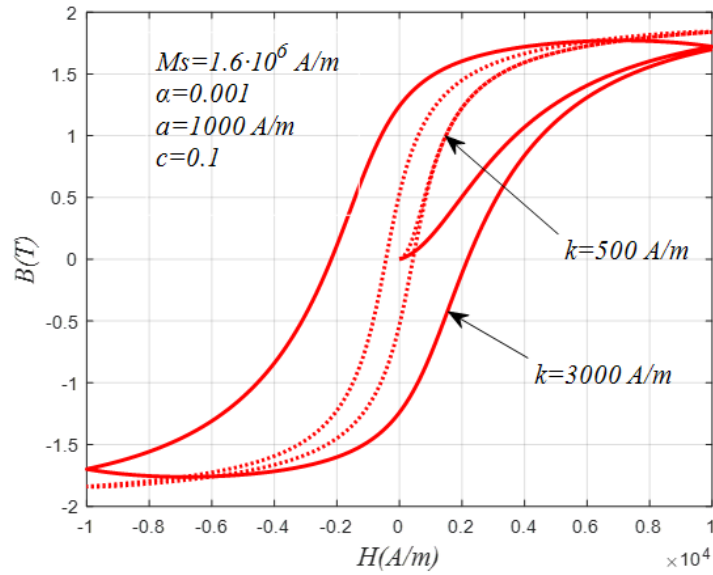
FIGURE 4.11: Effet du paramètre α sur l'allure du cycle d'hystérésis

4.7.1.3 Effet du paramètre $\{k\}$

La figure 4.12 montre l'effet du paramètre k sur le cycle d'hystérésis. En effet, ce paramètre influe directement sur la largeur du cycle. Ce paramètre agit :

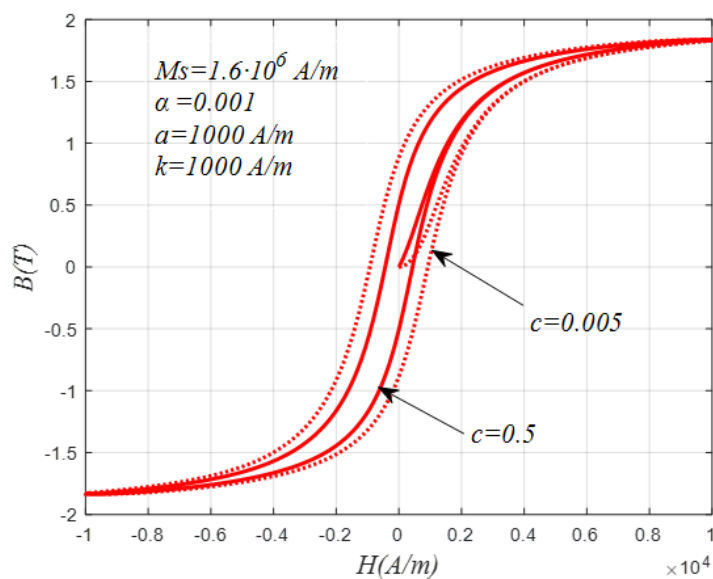
- Fortement sur le champ coercitif magnétique et l'induction rémanente
- Moins important sur l'induction maximale (une diminution de celle-ci lors de l'augmentation de k).

Cette remarque doit être prise en compte lors de la procédure d'identification des paramètres. Alors le paramètre k est fortement attaché au champ coercitif, cela conduit à un résultat important : la coercivité des matériaux ferromagnétiques doux dépend principalement du mouvement des parois du domaine. En fait, $k \approx H_c$ pour les matériaux magnétiques doux [13].


 FIGURE 4.12: Effet du paramètre k sur l'allure du cycle d'hystérésis

4.7.1.4 Effet du paramètre $\{c\}$

Ce paramètre est lié à l'aimantation réversible, il caractérise le degré de la réversibilité de l'aimantation. Pour une augmentation du paramètre c , on remarque une légère augmentation de l'aimantation maximale et une légère diminution de l'aimantation rémanente et du champ coercitif. Cela peut s'expliquer par le taux faible que représente l'aimantation réversible par rapport à l'aimantation irréversible. Son effet sur le cycle d'hystérésis est présenté sur la figure 4.13.


 FIGURE 4.13: Effet du paramètre c sur l'allure du cycle d'hystérésis

À partir de ces résultats, on observe que :

- Variations du paramètre a modifient la forme du cycle d'hystérésis.
- Les modifications du paramètre α modifient la rectangularité du cycle et modifient l'induction ou l'aimantation rémanente.
- Les variations du paramètre k dilatent le cycle et modifient le champ coercitif.
- La modification du paramètre c modifie l'aimantation initiale qui est liée à l'aimantation réversible.

4.8 Identification et optimisation paramétrique du modèle (J-A)

Le modèle de (J-A) est entièrement défini par 5 paramètres, et la génération d'un cycle d'hystérésis par ce modèle nécessite la connaissance précise de ces paramètres. Il faut donc les déterminer à partir de données expérimentales obtenues par mesures ou bien fournies par le constructeur du matériau. Il convient de préciser qu'ils sont interdépendants, autrement dit, la variation de l'un entraîne la variation des autres, ils et sont liés à la nature physique du matériau. Ceci rend le cycle calculé par le modèle de (J-A) très sensible à la variation de ses paramètres. Le domaine de l'identification et de l'optimisation des paramètres du modèle de (J-A), reste un domaine riche et d'actualité, attirant l'attention de plus en plus de chercheurs et de scientifiques, il se renouvelle avec l'implantation des nouvelles méthodes d'optimisation. La procédure d'identification est d'autant plus difficile que le nombre de paramètres à identifier est important, par ailleurs, ils ont une relation implicite, ce qui rend cette procédure encore plus compliquée en termes d'exigences de précision. Il est nécessaire de disposer des méthodes d'identification et d'optimisation robustes, qui permettent de revenir avec précision à un ensemble de paramètres pouvant générer un cycle d'hystérésis qui à proche de celui que a obtenu à partir de l'expérimentale. Il existe de nombreuses méthodes d'identification, cependant, on peut les diviser en deux catégories :

- **Les méthodes déterministes** : Comme leur nom l'indique, ne laissant aucune marge de manœuvre, ces méthodes conduisent pour un contexte initial donné à une même solution finale, elles sont généralement efficaces, mais nécessitent de connaître les paramètres initiaux proches de la solution totale.
- **Les méthodes stochastiques** : Cette approche explore une gamme complète de solutions, en partie à cause du mécanisme de conversion aléatoire. Par conséquent,

pour la même solution initiale, plusieurs exécutions consécutives conduiront à des résultats différents. L'intérêt de cette approche est leur capacité à trouver l'optimum global du problème, mais elle nécessite un nombre important d'évaluations avant d'atteindre la solution optimale.

D.C. Jiles a proposé dans [98] une méthode expérimentale pour la détermination et l'identification des paramètres du modèle à partir de quelques points de mesures (*méthodes déterministes itératives*). Depuis que l'auteur (*D.C. Jiles*) de ce modèle a développé une méthode itérative. Il existe plusieurs techniques d'identification basées sur des méthodes numériques itératives pour déterminer les paramètres du modèle (J-A). On peut notamment citer les travaux de [4, 106], et [107]. En particulier, dans les méthodes stochastiques les plus abouties, une méthode basée sur des Algorithmes Génétiques adaptés à l'identification des paramètres du modèle (J-A) [108, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115], la méthode d'optimisation par essaims particulaires (*Particle Swarm Optimization*) [116, 117, 118], l'algorithme de *Nelder-Mead* est une méthode d'optimisation numérique, également connue sous le nom de méthode du *simplexe*, [119, 120, 121, 84]. Et l'identification des paramètres du modèle de (J-A) par des méthodes de l'intelligence artificielle telles que la technique de réseau de neurones artificiels [122, 123, 124]. La détermination des paramètres de notre modèle d'hystérésis doit utiliser différentes méthodes d'identification et d'optimisation, qui seront expliquées en détail dans les paragraphes suivants.

4.9 Détermination des paramètres du modèle (J-A)

À partir d'un cycle expérimental d'hystérésis $B(H)$, les cinq paramètres du modèle (J-A) peuvent être obtenus. Comme nous l'avons vu à la fin de la section précédente, chaque paramètre a une influence sur certains points de cycle d'hystérésis. Nous utiliserons ces particularités pour les déterminer. La première étape consiste à transformer le cycle $B(H)$ en $M(H)$, en utilisant l'équation 1.1.

L'étape suivante consiste à identifier sur le cycle d'hystérésis les points particuliers et les différentes variables qui sont énumérées dans la figure 4.14. Dans cette figure, les variables χ sont les susceptibilités différentielles où : $\chi = dM/dH$.

La susceptibilités différentielles requise pour l'identification, puis formuler la relation entre les paramètres eux-mêmes. La procédure originale de l'identification des paramètres du modèle de (J-A) (M_s, a, α, k, c) a été proposée par *D.L. Jiles* lui-même [98].

L'extraction des susceptibilités différentielles ainsi que les aimantations et les champs correspondants nécessaires pour l'identification, sont déterminées à partir des mesures pratiques des courbes de première aimantation, la courbe de l'aimantation anhystérétique

et enfin le cycle majeur d'hystérésis.

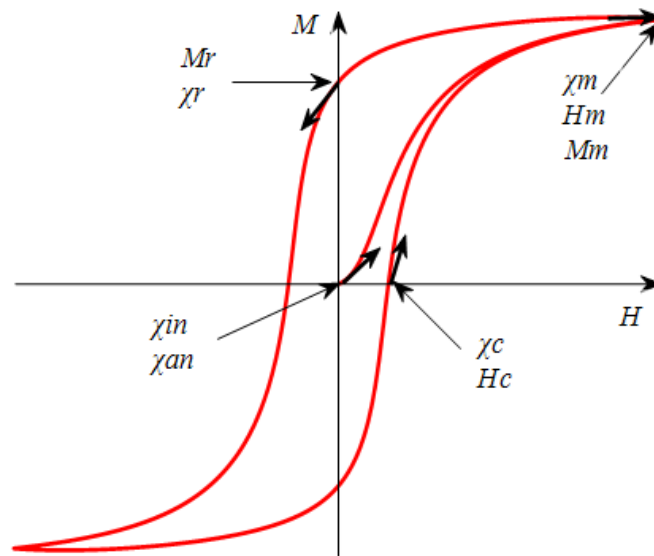


FIGURE 4.14: La courbe d'interprétation montre divers paramètres expérimentaux nécessaires à l'identification

La détermination des paramètres du modèle dans les références [95, 98] s'est expliquée en détails les développements algébriques effectués aux voisinages de quelques points caractéristiques (mentionnés sur la courbe) en vue de l'obtention des expressions implicites des paramètres qui dépendent de :

- Les susceptibilités différentielles : initiale χ_{in} et anhystérétique χ_{an} , on détermine le premier point correspondant à $(H = 0, M = 0)$ et au voisinage de l'origine :

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_{in} = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0, M=0} \\ \chi_{an} = \left. \frac{dM_{an}}{dH} \right|_{H=0, M=0} \approx \frac{M_s}{3a} \quad , \chi_{in} = c \left. \frac{dM_{an}}{dH} \right|_{H=0, M=0} \\ M_{irr} = 0, \frac{dM_{irr}}{dH} = 0 \end{array} \right. \quad (4.57)$$

- La susceptibilité différentielle au point maximal χ_m aux coordonnées du point de saturation (M_m, H_m) et la pente de la courbe d'aimantation initiale en ce même point :

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_m = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=H_m, M=M_m} = \left. \frac{dM_{an}}{dH} \right|_{H=H_m, \delta=+1} \\ \chi_m = \frac{(1-c)[M_{an}(H_m) - \frac{M_m - cM_{an}(H_m)}{(1-c)}]}{k - \alpha[M_{an}(H_m) - \frac{M_m - cM_{an}(H_m)}{(1-c)}]} \\ M_{irr} = \frac{M_m - cM_{an}(H_m)}{1-c} \end{array} \right. \quad (4.58)$$

- La susceptibilité différentielle χ_r et l'aimantation M_r au point rémanent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_r = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=0, M=M_r, \delta=-1} = (1-c) \frac{M_{an}(\alpha M_r) - M_{irr}}{-k - \alpha(M_{an}(\alpha M_r) - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}(\alpha M_r)}{dH} \\ M_{irr} = \frac{M_r - cM_{an}(\alpha M_r)}{1-c} \end{array} \right. \quad (4.59)$$

- La susceptibilité différentielle χ_c et le champ H_c au point coercitif correspond à la pente maximale de la courbe :

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_c = \left. \frac{dM}{dH} \right|_{H=H_c, M=0} = (1-c) \frac{M_{an}(H_c) - M_{irr}}{k - \alpha(M_{an}(H_c) - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH} \\ M_{irr} = -\frac{c}{(1-c)} M_{an}(H_c) \end{array} \right. \quad (4.60)$$

Le paramètre M_s peut être le paramètre le plus facile à déterminer par mesure directe d'un cycle d'hystérésis majeur, dans la plupart des cas, il est donné par le constructeur des tôles. Applique un champ très fort et mesuré l'induction B correspondante et par la suite déduire M_s . Pour les 4 autres paramètres, ils sont définis par les relations suivantes :

$$a = \frac{M_s}{3} \left(\frac{1}{\chi_{an}} + \alpha \right) \quad (4.61)$$

$$c = \frac{\chi_{in}}{\chi_{an}} = \left(\frac{3a}{M_s} \right) \chi_{in} \quad (4.62)$$

$$k = \frac{M_{an}(H_c)}{(1-c)} \left(\alpha + \frac{(1-c)}{\chi_c - c \frac{dM_{an}(H_c)}{dH}} \right) \quad (4.63)$$

$$M_r = M_{an}(\alpha M_r) + \frac{k}{\left(\frac{\alpha}{1-c} \right) + \frac{1}{\left(\chi_r - c \frac{dM_{an}(\alpha M_r)}{dH} \right)}} \quad (4.64)$$

$$M_m = M_{an}(H_m) - \frac{(1-c)k\chi_m}{\alpha\chi_m + 1} \quad (4.65)$$

4.9.1 Techniques d'identification des paramètres de (J-A) par la méthode itérative

Le processus original d'identification des paramètres du modèle (J-A) proposé dans [98] nécessite un algorithme itératif. Comme mentionné précédemment, le paramètre M_s est facile à obtenir. Grâce à la mesure de χ_{in} , le paramètre c peut être obtenu en utilisant l'équation (4.62). Puisque les équations (4.61), (4.63), (4.64) et (4.65) sont couplés par des relations non linéaire, il est impossible de calculer directement les paramètres restants. La méthode proposée dans [98] est décomposée comme suit :

0. Choisir les valeurs initiale α et a .
0. Calculer c par (4.62).
0. Calculer a par (4.61).
0. Calculer k par (4.63).
0. Le calcul de α par (4.64).
0. Revenir à (2) jusqu'à ce que le processus converge.

On a développé un programme sous environnement MATLAB pour permettre de déterminer les paramètres du modèle (J-A). L'algorithme de la méthode itérative ne converge pas, cela peut être dû à la sensibilité de l'algorithme qui utilise des équations non linéaires. Après de nombreuses tentatives pour modifier les valeurs initiales de a et α , nous avons obtenu des paramètres qui ne nous permettent pas de reconstruire le cycle d'hystérésis. Bien que ces paramètres soient proches des valeurs de référence comme indiqué dans le tableau (4.4). Toutefois, cette méthode peut se révéler très instable numériquement et conduire à des solutions non physiques, en particulier pour le paramètres α .

TABLE 4.4: Paramètres identifiés par la méthode itérative

Paramètres de référence	Paramètres identifiés
$M_s = 1.7 \cdot 10^6 A/m$	$M_s = 1.7 \cdot 10^6 A/m$
$a = 1000 A/m$	$a = 1000.2 A/m$
$\alpha = 0.001$	$\alpha = 0.0041$
$k = 2000 A/m$	$k = 2055.7 A/m$
$c = 0.1$	$c = 0.1008$

Cela ne signifie pas que nous n'avons pas d'autres valeurs qui peuvent construire le cycle d'hystérique, mais ces valeurs sont très éloignées des valeurs de référence.

4.9.2 Techniques d'identification par la méthode de la sécante modifiée

La première tentative de détermination des paramètres du modèle (J-A) a été de tester les méthodes déterministes, qui sont basées sur des méthodes numériques itératives. Ces résultats peuvent être utilisés dans d'autres méthodes d'identification comme paramètres initiaux. Dans notre cas, on utilise un algorithme itératif couplé avec la méthode de la sécante modifiée (Cette méthode est détaillée dans l'annexe A). Afin d'obtenir de meilleurs résultats, nous avons utilisé le modèle d'hystérésis Jiles-Atherton modifié, qui proposé par *M. Hamimid* [107] (ce modèle sera décrit en détail dans le chapitre suivant). Les paramètres k , c , a et α sont couplés d'une façon non linéaire, pour les déterminer l'auteur a utilisé une autre technique d'identification, tel que ces paramètres ont des expressions différentes de celles du modèle original (J-A).

Les paramètres du modèle modifié sont déterminés à partir de données expérimentales en utilisant la nouvelle expression (4.66) pour la susceptibilité différentielle en différents points, ils sont regroupés en trois équations non linéaires.

$$\chi = \frac{\eta}{k\delta - \alpha\eta}, \quad \eta = (M_{an} - M) + kc\delta \frac{dM_{an}}{dH_e} \quad (4.66)$$

- Au point initial ($H = 0, M = 0$) où $\delta = +1$

$$c = \frac{3a\chi_{in}}{M_s(1 + \alpha\chi_{in})} \quad (4.67)$$

- Au point coercitif ($H = H_c, M = 0$) sur la branche ascendante du cycle ($\delta = +1$)

$$\begin{cases} f_c(k) = \eta_c(1 + \alpha\chi_c) - k\chi_c = 0 \\ \eta_c = M_{an}(H_c) + kc \frac{dM_{an}(H_c)}{dH_e} \end{cases} \quad (4.68)$$

- Au point rémanence ($H = 0, M = M_r$) où ($\delta = -1$)

$$\begin{cases} f_r(\alpha) = \eta_r(1 + \alpha\chi_r) + k\chi_r = 0 \\ \eta_r = (M_{an}(M_r) - M_r) + kc\delta \frac{dM_{an}(M_r)}{dH_e} \end{cases} \quad (4.69)$$

- Au point maximum ($H = H_m, M = M_m$) avec $\delta = +1$

$$\begin{cases} f_m(a) = \eta_m(1 + \alpha\chi_m) - k\chi_m = 0 \\ \eta_m = (M_{an}(H_m, M_m) - M_m) + kc \frac{dM_{an}(H_m, M_m)}{dH_e} \end{cases} \quad (4.70)$$

Le couplage entre un algorithme itératif et la méthode de la sécante modifiée est structuré selon l'organigramme de la figure (4.15). Le paramètre c est déterminé en utilisant l'équation (4.67) avec les valeurs initiales données aux paramètres α et a . Les paramètres a , k et α sont calculés à partir des équations (4.70), (4.68) et (4.69) en utilisant la technique de la sécante modifiée respectivement. Les valeurs actuelles de a et α sont utilisées pour déterminer la nouvelle valeur du paramètre c . Le processus de calcul est répété jusqu'à la satisfaction du critère suivant :

$$|c^{Nouveau} - c^{Ancien}| \leq \varepsilon_c \quad (4.71)$$

Avec ε_c est la précision désirée pour le paramètre c .

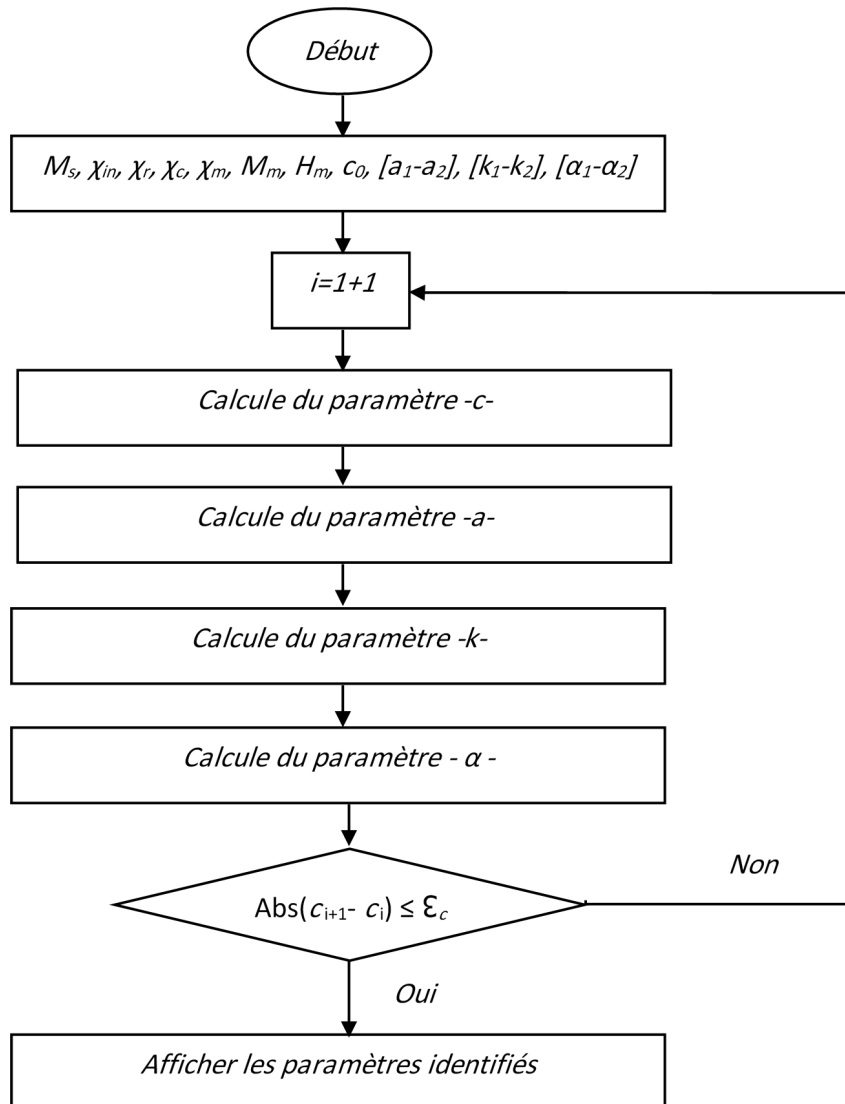


FIGURE 4.15: Organigramme de procédure d'identification des paramètres du modèle de (J-A)

Note ; Nous n'avons appliqué la méthode de la sécante modifiée qu'au paramètre α , et les autres paramètres sont identifiés par la méthode de la sécante.

4.9.3 Validation de l'algorithme itératif

Pour vérifier l'algorithme itératif qui a couplé avec la méthode de la sécante et sa modifiée, nous avons utilisé des cycles théoriques [98]. On a choisis deux types de matériaux doux et durs, pour valider cet algorithme. Dans les tableaux (4.5) et (4.6), nous donnons les paramètres identifiés et les erreurs entre ces paramètres et les paramètres des paramètres connus à l'avance [5]. Les figures suivantes (4.16) et (4.17) montrent les cycles d'hystérésis des matériaux doux et des matériaux durs, respectivement.

TABLE 4.5: Paramètres d'un matériau doux

Les pointes de référence théorique [98]	Paramètres originaux [107]	Paramètres identifiés	Erreur (%)
$\chi_{in} = 61.6$	$M_s = 1.7 \cdot 10^6 A/m$	$M_s = 1.7 \cdot 10^6 A/m$	-
$H_m = 10 kA/m$	$a = 1003.4 A/m$	$a = 1011.4 A/m$	0.79
$M_m = 1.545 MA/m$	$\alpha = 0.00103$	$\alpha = 0.0010$	2.9
$\chi_m = 14.4$	$k = 539.48 A/m$	$k = 536.5492 A/m$	0.54
$M_r = 0.503 M A/m$	$c = 0.1029$	$c = 0.1033$	0.38
$\chi_r = 852.4$			
$H_c = 467 A/m$			
$\chi_c = 1207.9$			

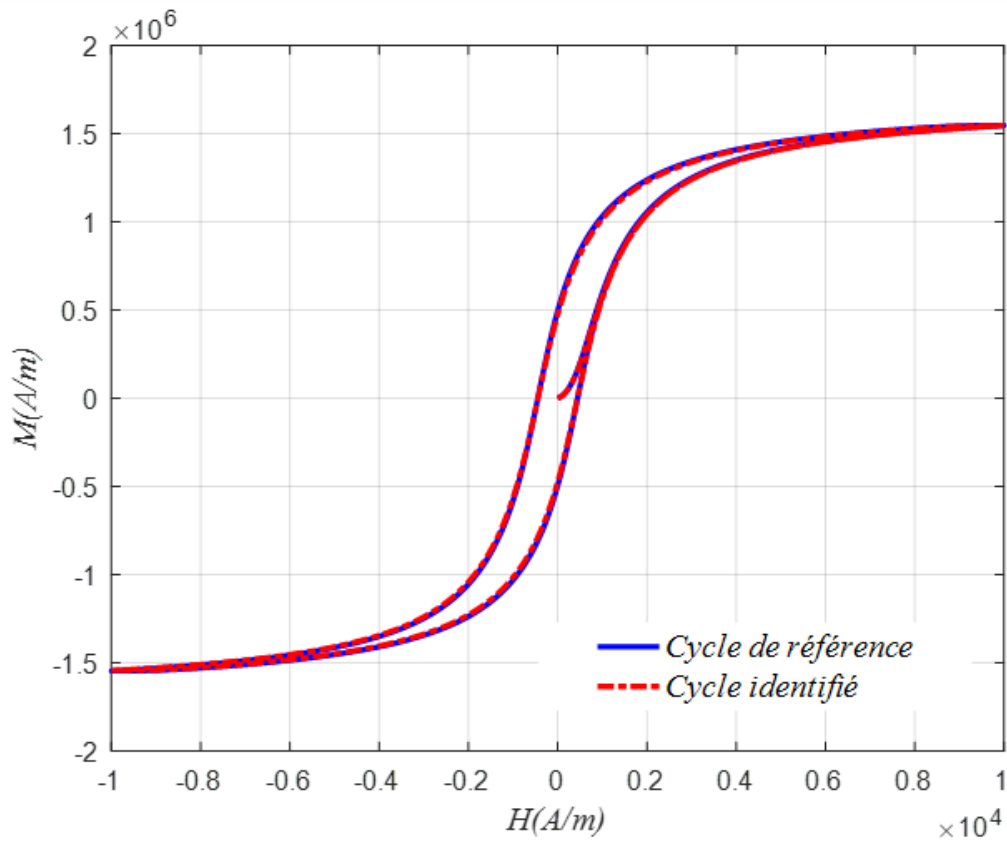


FIGURE 4.16: Cycle d'hystérésis d'un matériau doux

TABLE 4.6: Paramètres d'un matériau durs

Les pointes de référence théorique [98]	Paramètres originaux [107]	Paramètres identifiés	Erreur (%)
$\chi_{in} = 0.1$	$M_s = 1.2 \cdot 10^6 A/m$	$M_s = 1.2 \cdot 10^6 A/m$	-
$H_m = 1500 kA/m$	$a = 154.65 kA/m$	$a = 151.42 kA/m$	2.08
$M_m = 1.067 MA/m$	$\alpha = 0.6016$	$\alpha = 0.6423$	6.7
$\chi_m = 0.1$	$k = 499.27 kA/m$	$k = 578.27 kA/m$	15.82
$M_r = 1.015 M A/m$	$c = 0.0365$	$c = 0.0378$	3.56
$\chi_r = 0.2$			
$H_c = 412.178 kA/m$			
$\chi_c = 25.2$			

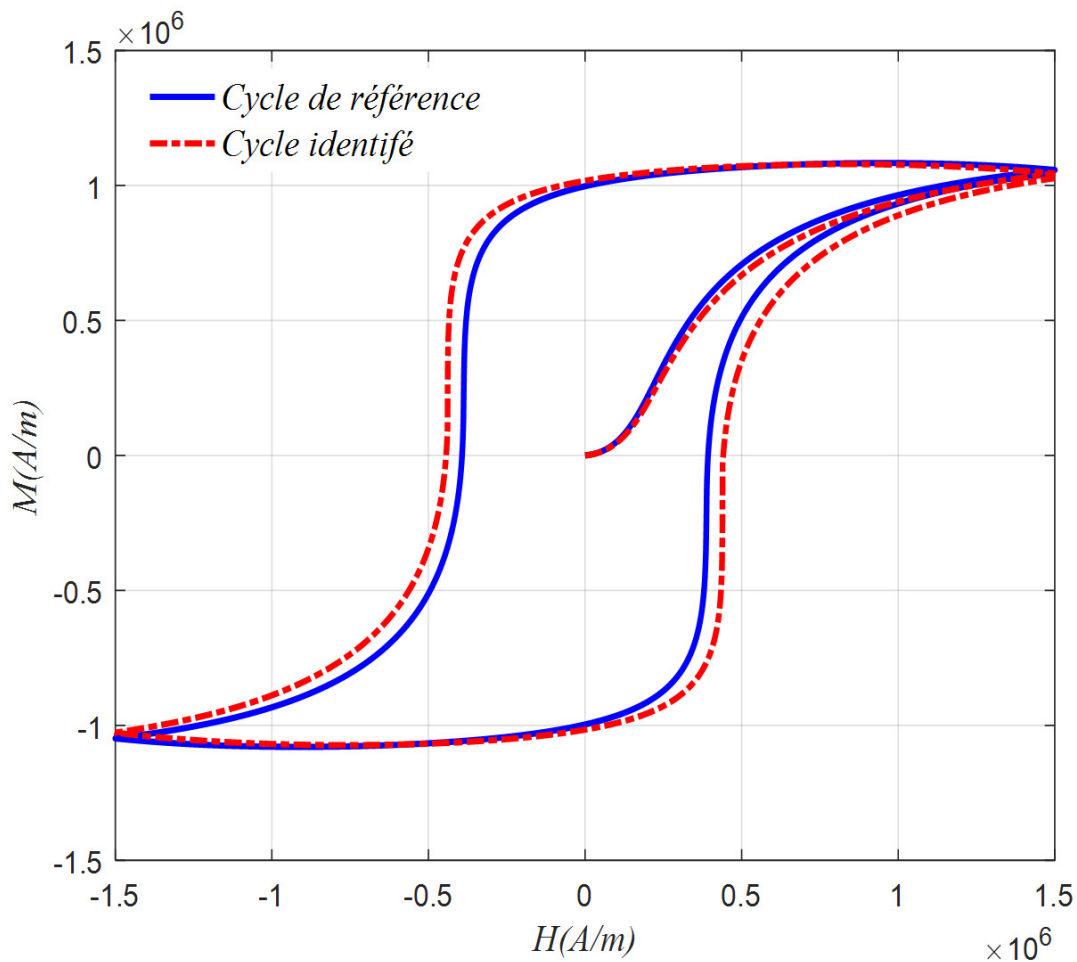


FIGURE 4.17: Cycle d'hystérésis d'un matériau dur

Les résultats obtenus sont utilisés pour générer les cycles d'hystérésis. Sur la figure (4.16), on peut remarquer que ces deux cycles sont bien superposés, c'est dans le cas des

matériaux doux. D'après le tableau (4.6), on remarque que l'erreur de paramètre k est la plus grande, ce qui explique pourquoi il y a un écart près du point coercitif sur les cycles d'hystérésis identifiés, comme le montre la figure (4.17).

4.10 Conclusion

Dans l'étude approfondie que nous avons faite dans ce chapitre sur le modèle d'hystérésis (J-A), nous pouvons conclure que ce modèle est le plus approprié et le plus pratique pour les applications d'ingénierie et dans les programmes de simulation dans le domaine temporel. Le modèle de (J-A) est un modèle basé sur des considérations physiques, l'une des hypothèses fondamentales de la théorie (J-A) est le concept de l'aimantation réversible et irréversible basé sur les mouvements des parois du domaine magnétique. Dans un matériau parfait sans imperfection, une courbe d'aimantation idéale à valeur unique appelée aimantation anhystérétique se produirait et décrirait une relation $(M - H)$ complètement réversible à un équilibre global de l'état de plus basse énergie. Cette théorie, dans le modèle d'hystérésis (J-A), est décrite par l'équation de Langevin modifiée pour l'aimantation anhystérétique. Une série d'équations différentielles ordinaires qui constituent la susceptibilité magnétique différentielle, et une fonction d'aimantation anhystérétique arbitraire ont été dérivées pour caractériser les cycles d'hystérésis. Cette susceptibilité décrit le comportement de l'aimantation totale, et une propriété physique intrinsèque qui spécifie le degré de réaction de l'aimantation à un champ magnétique appliqué. Ainsi, le modèle est défini par cinq paramètres, chacun d'entre eux a une signification physique. Ils sont interdépendants, et par conséquent la variation de l'un d'eux entraîne la variation des autres. L'analyse de l'influence des paramètres sur le cycle d'hystérésis du modèle de (J-A) montre que le cycle d'hystérésis est très sensible aux changements de ces paramètres. Cette sensibilité doit être prise en compte lors de l'identification des paramètres du modèle de sorte que des modifications peuvent être ajoutées pour améliorer le modèle. L'identification paramétrique nécessite le relevé des cycles expérimental. Ensuite, nous montrerons le développement et l'extension du modèle d'hystérésis (J-A) dans le régime statique. Nous expliquerons également notre contribution aux systèmes dynamiques sous l'influence de la fréquence dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Extension dynamique du modèle de Jiles-Atherton

5.1 Introduction

L'extension du modèle d'hystérésis quasi-statique de Jiles-Atherton (J-A), pour représenter la dépendance en fréquence de l'hystérésis dans les milieux conducteurs a été proposée par *D.C. Jiles* [125]. Dans ce chapitre, nous présenterons l'effet de l'augmentation de la fréquence sur le comportement des matériaux ferromagnétiques. Les deux modèles dynamiques direct et inverse de (J-A) seront développés selon le même principe du bilan énergétique.

5.2 Le modèle d'hystérésis de Jiles-Atherton en régime dynamique

Le modèle quasi-statique de Jiles-Atherton examiné dans la section précédente ne représente que la perte par hystérésis indépendante de la fréquence d'un matériau ferromagnétique. Les effets de l'hystérésis dans les milieux électriquement conducteurs à différentes fréquences se manifestent par des pertes dynamiques. On sait que les systèmes du domaine de l'électrotechnique fonctionnent généralement à 50 Hz (moteurs synchrones ou asynchrones, etc ...) ou à haute fréquence, de l'ordre de plusieurs $k\text{Hz}$ (systèmes de chauffage par induction, etc ...). Pour cette raison, *D.C. Jiles* a développé un modèle dans [26, 125] qui tient compte l'influence de la fréquence sur le comportement magnétique des matériaux ferromagnétiques. Il a introduit les pertes par courants de Foucault et les pertes par excès (les pertes d'anomalie), pour compléter le bilan énergétique du modèle [26], qui sera discuté ci-dessous.

5.2.1 Modèle dynamique (J-A) pour les matériaux magnétiques non-conducteurs

D'après la théorie de Langevin, le cycle d'hystérésis en continu ou à très faible fréquence présente les aimantations des dipôles élémentaires en équilibre. Donc, tous les dipôles magnétiques se stabilisent sous l'effet du champ magnétique dans l'une des deux positions possibles nous permettant de mesurer une valeur moyenne de l'aimantation. On considère cette aimantation $M_\infty(H)$ à un instant t donné comme étant la limite de l'aimantation du matériau $M(t)$ quand t tend vers l'infini [3]. Cette aimantation est donnée comme :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} M(t) = M_\infty(H) \quad (5.1)$$

Sous l'effet du champ magnétique H , l'aimantation à l'instant t varie comme suit :

$$\Delta M(t, H) = M(t) - M_\infty(H) \quad (5.2)$$

Cette aimantation est déterminée en résolvant l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2}{dt^2} (\Delta M(t, H)) + 2\lambda \frac{d}{dt} (\Delta M(t, H)) + w_n^2 \Delta M(t, H) = 0 \quad (5.3)$$

Sachant que la dérivée est nulle par rapport au temps de $M_\infty(H)$, on a :

$$\frac{d^2}{dt^2} (M(t, H)) + 2\lambda \frac{d}{dt} (M(t, H)) + w_n^2 M(t, H) = w_n^2 M_\infty(H) \quad (5.4)$$

Avec :

w_n : est la pulsation naturelle à laquelle les moments magnétiques dans le matériau peuvent osciller en absence de toute excitation extérieure.

λ : est une fréquence de relaxation.

D'après [126], ce phénomène de résonance relie les mouvements des parois à la perméabilité initiale du phénomène d'hystérésis par :

$$r = \gamma \frac{M_s}{\mu_i - 1} \left(\frac{8\pi (\mu_i - 1)}{d} \delta \right) \quad (5.5)$$

γ : un facteur gyromagnétique.

μ_i : la perméabilité relative initiale.

M_s : l'aimantation de saturation.

δ : l'épaisseur des parois.

d : la largeur moyenne des domaines étudiés.

La pulsation de résonance r et la pulsation naturelle w_n de l'échantillon sont reliées par :

$$r = w_n \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{cr}} \right)} \quad (5.6)$$

λ_{cr} : est la fréquence de résonance.

Ce type de modèle a été validé par *D.C. Jiles* avec des échantillons de *Manganèse Zinc Ferrite*. Il a déduit que pour une fréquence de 1 kHz, la perméabilité initiale est quasiment identique à celle du cas quasi statique, et pour une plage de fréquence variant entre 1 et 100 kHz, le champ coercitif, l'aimantation rémanente ainsi que les pertes par cycle augmentent. Il a aussi noté que la perméabilité initiale qui a tendance à augmenter sur la plage de faible fréquence décroît rapidement à haute fréquence. Une comparaison entre des valeurs théoriques déduites du modèle et des valeurs expérimentales de deux échantillons de ferrite a montré qu'il y a une concordance des valeurs de la perméabilité initiale [3].

5.2.2 Modèle (J-A) en régime dynamique pour les matériaux magnétiques conducteurs

Le modèle statique (J-A) a été étendu aux matériaux conducteurs pour décrire leurs comportements magnétiques sous l'influence de la fréquence et des différentes pertes (les pertes dynamiques), cependant, la formulation théorique du modèle a été conservée. En réécrivant l'équation du bilan énergétique avec les contributions des pertes supplémentaires qui apparaissent en régime dynamique. Pour des raisons de simplicité, on suppose que le champ magnétique pénètre entièrement dans la section du matériau et d'une façon uniforme (cas d'une tôle mince) [26]. Il est à noter que ce modèle ne prend pas en compte l'effet peau [125].

5.2.2.1 Modèle dynamique direct (J-A)

Ce modèle nécessite le champ magnétique H comme variable d'entrée. Basé sur le principe de la théorie de séparation des pertes proposée par *G. Bertotti* [81] qui annonce que les pertes totales dans un matériaux magnétiques ne sont que la somme des pertes par hystérésis ajouté aux pertes dynamiques (classiques dues aux courants induits macroscopique et les pertes excédentaires causés par les courants de Foucault microscopiques).

La première contribution est celle des pertes statiques, pour des faibles fréquences, l'irréversibilité de l'aimantation des matériaux magnétiques est essentiellement liée à l'accrochage des parois des domaines magnétiques dans les sites d'ancrages (pertes statiques dues aux forces de friction lors des déplacements de parois). Ces pertes peuvent être calculées à partir du modèle de Jiles-Atherton statique.

La deuxième contribution aux pertes totales est due à la variation des champs magnétiques, pour des fréquences plus élevées des champs d'excitation, induit des courants

de Foucault qui forment une source de pertes supplémentaires en plus. Et les pertes associées dépendent de la forme de l'échantillon, pour des géométries simples et pour une pénétration uniforme du champ magnétique dans le matériau. Les pertes par courants de Foucault peuvent être définies à partir des équations de Maxwell $\left[\vec{\nabla} \wedge \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \right]$ Si on ignore l'effet de peau et que le champ magnétique traverse uniformément l'échantillon ferromagnétique, la densité des pertes par courants de Foucault est alors proportionnelle au carré de la variation de l'aimantation par rapport au temps[12] :

$$\frac{dW_{edd}}{dt} = \frac{d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^2 = \frac{\mu_0^2 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM(t)}{dt} \right)^2 \quad (5.7)$$

Avec :

ρ : est la résistivité du matériau en Ωm .

d : est la dimension de section en m (épaisseur pour les tôles et diamètre pour les formes cylindriques ou bien sphériques).

β : est un facteur géométrique qui est égal à : ($\beta = 6$) pour les tôles, ($\beta = 16$) pour les cylindres et ($\beta = 20$) pour les sphères [127]

Sous l'effet d'une induction magnétique sinusoïdale B à des fréquences f faibles ou moyennes (ce qui permet de supposer que le flux magnétique pénètre complètement dans la section), les pertes par courants induits et par unité de volume sont exprimées par :

$$\frac{dW_{edd}}{dt} = \frac{\pi^2 B_{max}^2 d^2 f^2}{\rho\beta} \quad (5.8)$$

Enfin, la troisième contribution représente les pertes supplémentaires (par excès) ou dites aussi d'anomalie, résultent de la variation de la configuration en domaines magnétiques durant le processus d'aimantation. Cette composante de pertes est exprimée d'après G. Bertotti, par :

$$\frac{dW_{exc}}{dt} = \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dB(t)}{dt} \right)^{3/2} = \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{\mu_0 dM(t)}{dt} \right)^{3/2} \quad (5.9)$$

Où G une constante sans dimension qui vaut 0.1356.

w : est la largeur de la tôle en m .

H_0 est un paramètre en $[A/m]$, représentant le potentiel interne supporté par les parois des domaines [125].

L'incorporation des mécanismes de les deux composantes des pertes (courant de Foucault et supplémentaires) dans la théorie de l'hystérésis permet de modéliser les perturbations de la courbe d'hystérésis dues à ces pertes. À partir des équations d'hystérésis quasi-statiques (4.35) et (4.23) données précédemment au quatrième chapitre :

$$\begin{cases} M_{irr} = M_{an} - k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} \\ M_{rev} = c(M_{an} - M_{irr}) \end{cases} \quad (5.10)$$

Puisque $(M = M_{rev} + M_{irr})$, il en résulte que :

$$M = M_{an} - k\delta(1-c) \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad (5.11)$$

Par conséquent, l'équation de bilan énergétique du modèle statique s'écrit :

$$\mu_0 \int M_{an} dH_e = \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k\delta(1-c) \int M_{irr} \quad (5.12)$$

Le côté gauche présente l'énergie d'entrée, et les termes de droite représentent la variation de l'énergie magnétostatique et celle perdue au niveau de l'encrage des parois (pertes par hystérésis).

Sachant que $M_{irr} = \left(\frac{1}{1-c}\right)(M - cM_{an})$, cette équation d'énergie peut être remplacée par :

$$\mu_0 \int M_{an} dH_e = \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k\delta \int \left(\frac{dM}{dH_e}\right) dH_e - \mu_0 k\delta c \int \left(\frac{dM_{an}}{dH_e}\right) dH_e \quad (5.13)$$

En introduisant les expressions des pertes par les courants induits et les pertes excédentaires (5.8) et (5.9) dans (5.13) on obtient l'équation d'énergie suivante :

$$\begin{aligned} \mu_0 \int M_{an} dH_e &= \mu_0 \int M dH_e + \mu_0 k\delta \int \left(\frac{dM}{dH_e}\right) dH_e - \\ &\mu_0 k\delta c \int \left(\frac{dM_{an}}{dH_e}\right) dH_e + \int \frac{\mu_0^2 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM(t)}{dt}\right)^2 dt + \\ &\int \left(\frac{GdwH_0}{\rho}\right)^{1/2} \left(\frac{\mu_0 dM(t)}{dt}\right)^{3/2} dt \end{aligned} \quad (5.14)$$

Dans l'équation préalable, on remplace :

$$\left(\frac{dM(t)}{dt}\right)^2 dt \quad \text{Par : } \left(\frac{dM(t)}{dt}\right) \left(\frac{dM}{dH_e}\right) dH_e$$

Et :

$$\left(\frac{dM(t)}{dt}\right)^{3/2} dt \quad \text{Par : } \left(\frac{dM(t)}{dt}\right)^{1/2} \left(\frac{dM}{dH_e}\right) dH_e$$

Ainsi, en divisant par μ_0 et en intégrant par rapport à H_e , il en résulte :

$$\begin{aligned}
 M_{an} = & M + k\delta \left(\frac{dM}{dH_e} \right) - k\delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right) + \\
 & \frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \left(\frac{dM(t)}{dt} \right) \left(\frac{dM}{dH_e} \right) + \\
 & \left(\frac{\mu_0 GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dM(t)}{dt} \right)^{1/2} \left(\frac{dM}{dH_e} \right)
 \end{aligned} \tag{5.15}$$

Exprimons cette équation en termes de susceptibilité magnétique dM/dH :

Puisque $H_e = H + \alpha M \Rightarrow \frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH}$, l'équation précédente est multipliée par dH_e/dH :

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{\mu_0 d^2}{2\rho\beta} \right) \left(\frac{dH}{dt} \right) \left(\frac{dM}{dH} \right)^2 + \left(\frac{\mu_0 GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \left(\frac{dH}{dt} \right)^{1/2} \left(\frac{dM}{dH} \right)^{3/2} + \\
 & \left[k\delta - \alpha \left(M_{an} - M + k\delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \right) \right] \left(\frac{dM}{dH} \right) - \left(M_{an} - M + k\delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e} \right) \right) = 0
 \end{aligned} \tag{5.16}$$

L'équation résultante représente le modèle direct de Jiles-Atherton en régime dynamique.

5.2.2.2 Modèle dynamique inverse (J-A)

Certains auteurs ont développé ce modèle en détails [99, 4, 128, 129, 130], le principe de manipulation reste le même que pour le développement du modèle direct sauf que au lieu d'utiliser les équations des pertes (5.7) et (5.9) en fonction de dM/dt , on les utilise en fonction de dB/dt pour calculer les pertes classiques et les pertes par excès qui sont ajoutées dans l'équation du bilan énergétique (5.13).

Afin d'extraire l'équation différentielle du modèle dynamique inverse de Jiles-Atherton, une autre expression est nécessaire :

Sachant :

$$\left| \begin{array}{l} B = \mu_0 (H + M) \\ H_e = H + \alpha M \end{array} \right.$$

Donc $B = \mu_0 ([H_e - \alpha M] + M)$ et par conséquent :

$$\frac{dH_e}{dB} = \frac{1}{\mu_0} - (\alpha - 1) \frac{dM}{dB} \tag{5.17}$$

En constituant :

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)^2 dt = \left(\frac{dB}{dt}\right) \left(\frac{dB}{dH_e}\right) dH_e$$

$$\left(\frac{dB}{dt}\right)^{3/2} dt = \left(\frac{dB}{dt}\right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dH_e}\right) dH_e$$

En dérive par rapport à H_e puis en multiple par dH_e/dB nous obtenons l'expression suivante :

$$\begin{aligned} \mu_0 M_{an} \left(\frac{dH_e}{dB}\right) &= \mu_0 M \left(\frac{dH_e}{dB}\right) + \mu_0 k \delta \left(\frac{dM}{dB}\right) - \mu_0 k \delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e}\right) \left(\frac{dH_e}{dB}\right) + \\ &\left(\frac{d^2}{2\rho\beta}\right) \left(\frac{dB}{dt}\right) + \left(\frac{GdwH_0}{\rho}\right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dt}\right)^{1/2} \end{aligned} \quad (5.18)$$

L'équation ci-dessous représente le modèle inverse dynamique de (J-A) devient comme :

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dB} &= \left[\mu_0 (\alpha - 1) \left(M - k \delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e}\right) - M_{an} \right) + \mu_0 k \delta \right] + \\ &\left(M - \left(M - k \delta c \left(\frac{dM_{an}}{dH_e}\right) - M_{an} \right) + \mu_0 k \delta \right) + \\ &\left(\frac{d^2}{2\rho\beta}\right) \left(\frac{dB}{dt}\right) + \left(\frac{GdwH_0}{\rho}\right)^{1/2} \left(\frac{dB}{dt}\right)^{1/2} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Les cinq paramètres dans ce modèle sont les mêmes que ceux pour le modèle direct.

5.3 Modèle hybride dynamique

M. Hamimid a proposé le modèle hybride dynamique de Jiles-Atherton dans la référence [128]. Ce modèle dynamique est inspiré de la théorie statistique de la séparation des pertes fer. Les principales idées du modèle sont résumées comme suit :

- L'application de la théorie de séparation des pertes développée par G. Bertotti pour améliorer le modèle dynamique inverse de (J-A) (afin d'élargir l'utilisation du modèle).
- La théorie susmentionnée est appliquée pour reformuler l'expression du champ effectif donné par l'expression originale.
- L'identification des nouveaux paramètres est effectuée à partir des mesures de la densité d'énergie dissipée par cycle et par unité de volume, et ce pour trois différentes valeurs de fréquences.

Le concept associé à cette séparation est basé sur la modélisation physique des mécanismes microscopiques du processus d'aimantation. La perte spécifique d'énergie par cycle et par unité de volume est divisée en trois composantes [81] comme l'indique l'équation suivante :

$$W^T = W^{hys} + W^{edd} + W^{exc} \quad (5.20)$$

La composante W^{hys} [J/m^3] est égale à l'aire du cycle d'hystérésis, totalement indépendante de la fréquence. La deuxième composante W^{edd} [J/m^3] est appelée la densité des pertes classiques due par les courants de Foucault induits dans le matériau, et la troisième contribution W^{exc} [J/m^3] est appelée la densité des pertes en excès. La raison physique de cette décomposition est que W^{hys} [J/m^3] proviennent de la nature discontinue du processus d'aimantation à une échelle microscopique.

D'autre part la quantité $(W^{edd} + W^{exc})$ est associée au comportement macroscopique. De ce raisonnement, chaque composante de la densité totale d'énergie peut être exprimée à partir du champ qui lui est associé, est donnée dans un intervalle de temps Δt par la forme suivante :

$$W = \int_{\Delta t} H(t) dB \quad (5.21)$$

En l'absence de l'effet de peau, W^{edd} est donnée par l'équation suivante [99] :

$$W^{edd} = C_{edd} \int_{\Delta t} \left(\frac{dB}{dt} \right)^2 dt = C_{edd} \int_{\Delta t} \frac{\Delta B}{\Delta t} dB \quad (5.22)$$

C_{edd} est un coefficient lié aux paramètres physiques et géométriques du matériau, est donné par cette formule [26] :

$$C_{edd} = \frac{d^2}{2\rho\beta} \quad (5.23)$$

ρ est la résistivité du matériau, (d, β) sont des paramètres liés à la géométrie du matériau. Dans le cas d'une tôle magnétique, d correspond à l'épaisseur de la tôle et β est le facteur de forme.

La comparaison entre l'équation (5.21) et (5.22) donne l'expression du champ associé aux courants de Foucault H_{edd} :

$$H_{edd} = C_{edd} \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad (5.24)$$

En outre, la densité d'énergie dissipée dans l'intervalle de temps Δt due aux pertes par excès est donnée par l'équation suivante [131] :

$$W^{exc} = C_{exc} \int_{\Delta t} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|^{3/2} dt \cong C_{exc} \int_{\Delta t} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|^{-1/2} \frac{\Delta B}{\Delta t} dt \quad (5.25)$$

Le coefficient C_{exc} lié aux pertes due par excès regroupe les paramètres physiques et géométriques du matériau est donné par :

$$C_{exc} = \left(\frac{GdwH_0}{\rho} \right)^{1/2} \quad (5.26)$$

La formule (5.25) peut être utilisée pour donner l'expression du champ lié aux pertes par excès H_{exc} sous la forme suivante :

$$H_{exc} = C_{exc} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|^{-1/2} \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad (5.27)$$

L'expression de la densité totale d'énergie dissipée à l'intervalle du temps Δt , en utilisant (5.22) et (5.25), donné par (5.20) devient de la forme suivante :

$$W^T = C_{hys} + C_{edd} \int_{\Delta t} \frac{\Delta B}{\Delta t} dB + C_{exc} \int_{\Delta t} \left| \frac{\Delta B}{\Delta t} \right|^{-1/2} \frac{\Delta B}{\Delta t} dt \quad (5.28)$$

Le terme W^{hys} est remplacé dans (5.28) par C_{hys} , juste pour une représentation homogène de cette équation. Le paramètre H_0 n'est pas connu pour tous les matériaux, en plus la résistivité peut être inconnue pour certains matériaux. Dans tels cas, les paramètres C_{edd} et C_{exc} ne peut pas être déterminés à partir des relations (5.23) et (5.26), et doivent être identifiés à partir des mesures. Pour déterminer les paramètres C_{edd} , C_{exc} et C_{hys} on est besoin de la connaissance de trois points expérimentaux. Notez que le coefficient C_{hys} représente la perte par hystérésis dans le cas statique. Pour décrire l'influence des pertes par courants de Foucault et les pertes due par excès sur le cycle d'hystérésis en régime dynamique, les deux contre-champs H_{edd} et H_{exc} sont ajoutés au champ effectif, donné par ($H_e = H + \alpha M$) du modèle statique.

$$H_e = H + \alpha M + H_{edd} + H_{exc} \quad (5.29)$$

5.4 Nouvelle formulation du modèle dynamique inverse

Comme nous l'avons souligné au deuxième chapitre, la cause de la déformation du cycle d'hystérésis dépend de la nature des matériaux, des processus d'aimantation, de l'induction et de la géométrie de l'échantillon. De plus il se déforme en fonction des conditions de flux et de fréquences. L'hystérésis observée en régime quasi-statique (fréquence très faible) dépend du type de matériau et surtout de son histoire magnétique. Les déformations caractéristiques des cycles, observées en régime dynamique, sont regroupées dans un terme générique : l'hystérésis dynamique. L'augmentation de la fréquence des tensions d'alimentations provoque l'écoulement de courants de Foucault induits dans le matériau du noyau ferromagnétique. Ces courants induits produisent un champ magnétique supplémentaire, en opposition au champ interne [71]. Le champ magnétique interne, c'est-à-dire

le champ effectif [132], joue un rôle important dans la description du comportement hystérétique des matériaux ferromagnétiques. En outre ; la source des pertes excédentaires peut être interprétée comme le résultat d'un autre champ également en opposition au champ interne.

Dans ce travail, des tentatives ont été faites pour améliorer la forme des cycles d'hystérésis, afin de déterminer avec précision les pertes fer sous l'effet de l'augmentation de la fréquence. Le modèle inverse modifié de Jiles-Atherton proposé par l'auteur dans [107] a été étendu pour décrire les cycles d'hystérésis des matériaux magnétiques doux en régime dynamique, y compris une modification du champ effectif. Dans lequel les contre-champs produits par les courants de Foucault et les pertes par excès, sont donnés par des nouvelles expressions.

5.4.1 Le modèle de Jiles-Atherton modifié

M. Hamimid a clarifié [107] que *D.C. Jiles* et *D.L. Atherton* utilisent l'aimantation irréversible au lieu de l'aimantation totale pour évaluer le champ magnétique effectif H_e , pour décrire une formulation simplifiée de la susceptibilité totale. Dans leur modèle ils ont supposé que l'aimantation M équivalente à l'aimantation irréversible M_{irr} dans la relation qui lie le champ effectif H_e et le champ magnétique appliqué H :

$$H_e = H + \alpha M_{irr} \quad (5.30)$$

Dans cette équation ils ont supposé que l'aimantation réversible M_{rev} est négligée devant l'aimantation irréversible M_{irr} et ils ont obtenu la susceptibilité irréversible sous la forme de l'équation (4.40). L'hypothèse de négliger M_{rev} dans l'équation (5.30) n'a pas un sens physique et peut influencer sur la précision des résultats dans le cas général. Pour cette raison, *M. Hamimid* a suggéré d'utiliser la relation physique reliant le champ magnétique effectif H_e avec le champ magnétique appliqué H ($H_e = H + \alpha M$).

Rappelons-nous les équations différentielles suivantes :

- L'aimantation magnétique irréversible par rapport le champ magnétique effectif ;
- L'aimantation magnétique irréversible par rapport le champ magnétique total.

Et l'aimantation totale, respectivement numérotées dans ce chapitre (5.31), (5.32) et (5.33) :

$$M_{an}(H_e) = M_{irr} + k\delta \frac{dM_{irr}}{dH_e} \quad (5.31)$$

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{dM_{irr}}{dH_e} \frac{dH_e}{dH} \quad (5.32)$$

$$M = (1 - c) M_{irr} + cM_{an}(H_e) \quad (5.33)$$

Le deuxième terme de la partie droite de l'équation (5.32) devient, en utilisant l'équation (5.30) :

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha \frac{dM}{dH} \quad (5.34)$$

Nous pouvons récrire cette équation (5.34) avec l'utilisation de l'équation (5.33) de la forme suivante :

$$\frac{dH_e}{dH} = 1 + \alpha(1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH} + \alpha c \frac{dM_{an}}{dH} \quad (5.35)$$

Nous pouvons réécrire l'équation (5.32) sous la forme suivante :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta} \left[1 + \alpha(1 - c) \frac{dM_{irr}}{dH} + \alpha c \frac{dM_{an}}{dH} \right] \quad (5.36)$$

En utilisant cette équation et à partir de quelques manipulations mathématiques la nouvelle forme de la susceptibilité différentielle irréversible est donnée par :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{(M_{an} - M_{irr}) \left(1 + \alpha c \frac{dM_{an}}{dH} \right)}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})(1 - c)} \quad (5.37)$$

Nous pouvons clairement voir que si $c = 0$ la relation (5.37) devient la même que celle donnée par D.C. Jiles et D.L. Atherton, équation (4.23), car l'aimantation réversible M_{rev} est liée directement à ce paramètre par l'équation (4.35). Après quelques manipulations mathématiques, nous arrivons à la relation de la susceptibilité magnétique différentielle totale suivante :

$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1 - c)(M_{an} - M_{irr}) + kc\delta \frac{dM_{an}}{dH_e}}{k\delta - \alpha(1 - c)(M_{an} - M_{irr}) - k\alpha c\delta \frac{dM_{an}}{dH_e}} \quad (5.38)$$

La susceptibilité différentielle totale donnée par l'expression (5.38), peut être écrite en utilisant $\{(1 - c)(M_{an} - M_{irr}) = M_{an} - M\}$ comme :

$$\chi = \frac{dM}{dH} = \frac{(M_{an} - M) + kc\delta \frac{dM_{an}}{dH_e}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M) - k\alpha c\delta \frac{dM_{an}}{dH_e}} \quad (5.39)$$

$$\chi = \frac{\xi}{k\delta - \alpha\xi}; \quad \xi = (M_{an} - M) + kc\delta \frac{dM_{an}}{dH_e} \quad (5.40)$$

5.4.2 Le modèle inverse modifié de Jiles-Atherton

Dans le modèle direct de Jiles-Atherton l'aimantation M est calculée en utilisant le champ magnétique H comme variable indépendant. Ce modèle représente le comportement magnétique non linéaire $M(H)$. Une autre possibilité d'exprimer le comportement non linéaire des matériaux ferromagnétiques, par l'utilisation de l'induction magnétique B comme variable indépendant, dans ce cas l'aimantation M est calculée en fonction de B . Le modèle utilisant l'induction magnétique B comme variable d'entrée est appelé le modèle inverse de Jiles-Atherton comme indiqué au chapitre précédent.

Lors de la modélisation des dispositifs électromagnétiques, en utilisant la formulation en potentiel vecteur magnétique, l'induction magnétique B est calculée directement en utilisant la loi de la conservation du flux magnétique connaissant le potentiel vecteur magnétique, donc, il est plus commode d'utiliser ce modèle dans un code de calcul du champ. Ce dernier est basé sur le modèle direct modifié [107].

En multipliant l'équation (5.40) par dB/dB on obtient :

$$\frac{dM}{dB} \frac{dB}{dH} = \frac{\xi}{k\delta - \alpha\xi} \quad (5.41)$$

Avec :

$$\frac{dB}{dH} = \mu_0 \left(1 + \frac{\xi}{k\delta - \alpha\xi} \right) \quad (5.42)$$

En remplaçant (5.41) dans (5.42), nous obtenons :

$$\frac{dM}{dB} = \frac{\xi}{\mu_0 (k\delta + (1 - \alpha)\xi)} \quad (5.43)$$

Cette expression donne le modèle inverse de Jiles-Atherton modifié. La dernière équation représentant le modèle d'hystérésis en mode dynamique dépend également des paramètres de(J-A) et de l'aimantation anhystérétique calculés pour le cycle quasi-statique.

5.5 Modèle des paramètres (J-A) modifiés

Comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent, le modèle d'hystérésis (J-A) dépend entièrement de ses paramètres, et le modèle est très sensible à tout changement de paramètres. Le modèle classique (J-A) comprend cinq paramètres avec des interprétations physiques, dans la plupart des études précédentes liées au modèle (J-A), il n'y a aucune raison fondamentale de définir l'un de ses paramètres en tant que constantes ou fonctions.

Les pertes par hystérésis correspondent à la surface délimitée par le cycle d'hystérésis. Leur source est les forces de friction qui s'opposent au mouvement des parois du domaine et l'impédance au mouvement représentée par le paramètre d'ancrage (pinning) k . Le paramètre de pinning reflète les impuretés d'un matériau, par conséquent, la largeur du

cycle d'hystérésis est principalement déterminée par ce paramètre, qui est défini dans le modèle (J-A) comme [23] :

$$k = \mu_0 \frac{dE_{loss}}{dM} \quad (5.44)$$

Avec E_{loss} est l'énergie perdue pour surmonter les sites d'épinglage.

La formule précédente prouve que le coefficient k est modifiable car il désigne une fonction énergétique associée au comportement du matériau. Nous proposons une modification du modèle inverse (J-A) pour contrôler la forme du cycle d'hystérésis, où la variation de fréquence n'est pas associée à des pertes par hystérésis (régime quasi-statique), en donnant au paramètre de pinning une formulation basée sur les recherches précédentes. La variation du paramètre est basée sur deux équations : la première est une fonction non linéaire une aimantation relative, quelques modifications sont apportées pour plus de contrôle dans la zone de l'épaule, cette zone est la pente du cycle et la largeur. La seconde est une fonction exponentielle ou une fonction gaussienne [108, 135].

Ces deux équations sont données respectivement : non linéaire en termes de l'aimantation (M) et exponentielle basée sur la fonction gaussienne de l'induction magnétique (B).

$$k(M) = k_1 \left[1 + k_2 \left(\frac{M(t)}{M_s} \right)^{k_3} \right] \quad (5.45)$$

$$k(B) = G e^{-\left(\frac{B(t)}{\sigma\sqrt{2}}\right)^2} \quad (5.46)$$

À l'aimantation zéro dans (5.45), k_1 est un paramètre statique identifier dans le régime quasi-statique (10Hz), et le même pour G , k_2 et k_3 déterminer la quantité d'ajustement de l'aimantation. Dans (5.46), G est la valeur par défaut du paramètre de pinning et σ est l'écart-type de la fonction gaussienne. La détermination des paramètres de notre modèle modifié d'hystérésis doit impérativement définir une fonction objective, en d'autre terme la fonction à minimiser. Dans notre cas, on utilisera la fonction suivante :

$$err = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (B_{mes}^i - B_{sim}^i)^2}}{N} \quad (5.47)$$

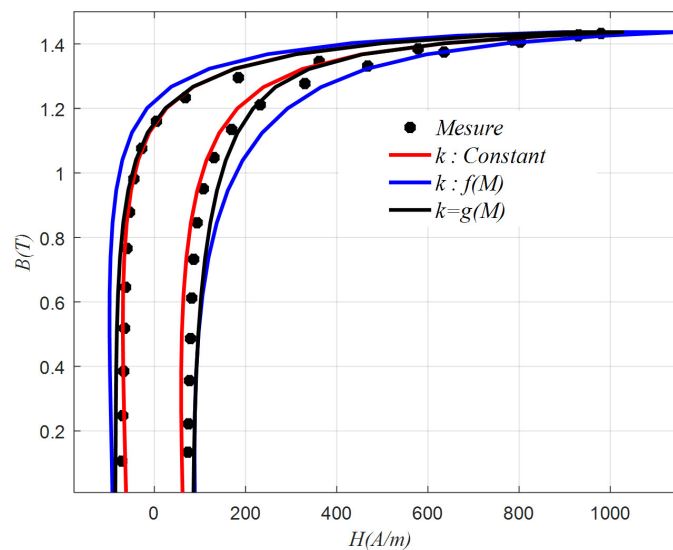
Où B_{mes} et B_{sim} représentent dans l'ordre l'induction mesurée et l'induction simulée, et N est le nombre de points mesurés.

Afin de valider notre proposition, nous allons travailler sur un matériau connu, à savoir des tôles (Fe – Si3%) à grains non orientés [107]. Pour ce faire, nous avons utilisé les algorithmes génétiques (GA) dans la *Toolbox* du MATLAB. Les résultats de l'optimisation sont représentés dans le tableau (5.1) :

TABLE 5.1: Résultats des paramètres identifiés

Paramètres	Résultats
$k_1(A/m)$	98.21
$k_2(A/m)$	0.68
$k_3(A/m)$	1.7
$G(A/m)$	116.21
$\sigma (/)$	2.8

L'utilisation de deux équations du paramètre de pinning (5.45) et (5.46) donne les cycles $(B - H)$ simulées, qui sont représentées sur la figure (5.1). La comparaison entre les cycles d'hystérésis mesurées à 50 Hz et les cycles d'hystérésis simulés montre qu'un meilleur accord est obtenu lorsque le paramètre de pinning est considéré comme une fonction gaussienne de l'induction magnétique. Mais le résultat selon lequel k est une fonction non linéaire de l'aimantation est inacceptable car il n'y a pas de correspondance avec le cycle mesuré dans la région supérieure de l'épaule, et l'intensité maximale du champ magnétique H_m est considérablement augmentée. La figure (5.2) représente k comme une constante et variable avec la fonction non linéaire et la fonction gaussienne à 100 Hz.


 FIGURE 5.1: Cycles $(B-H)$ simulées et mesurées à 50Hz

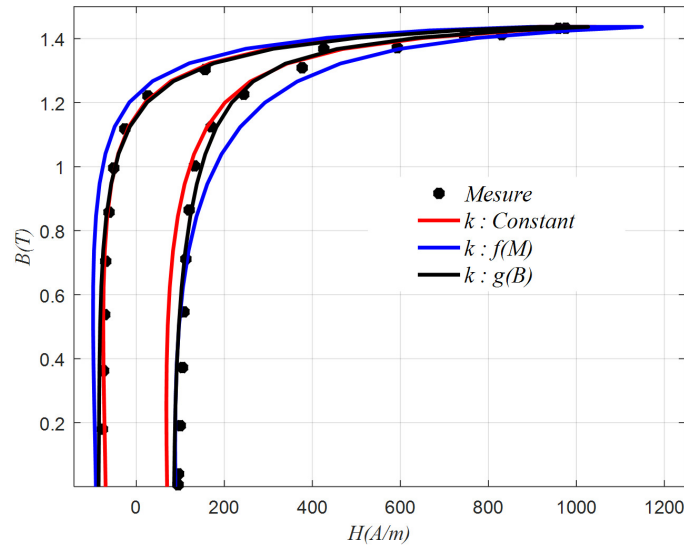


FIGURE 5.2: Cycles (B-H) simulées et mesurées à 100Hz

On peut noter que lorsque le paramètre d'épinglage k est une fonction gaussienne, le champ magnétique représenté sur la figure (5.3) donne une meilleure concordance avec le cycle de mesure, lorsqu'il s'agit une fonction gaussienne que lorsqu'il s'agit une valeur constante ou une fonction non linéaire.

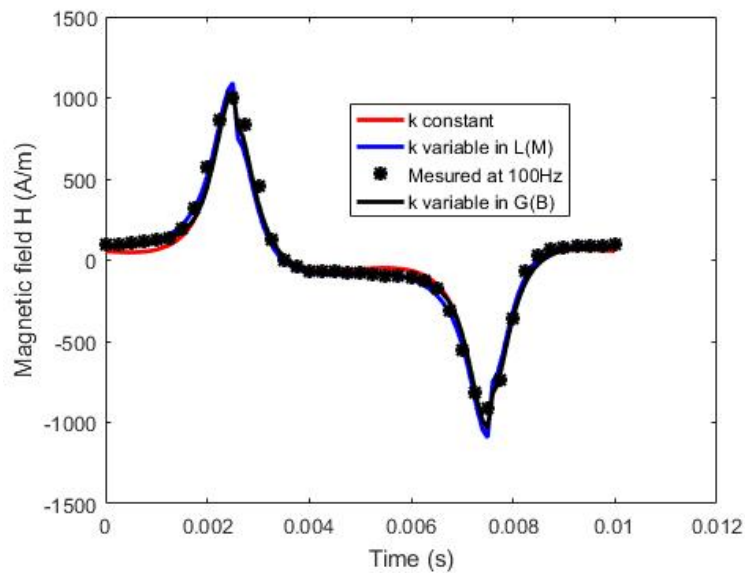
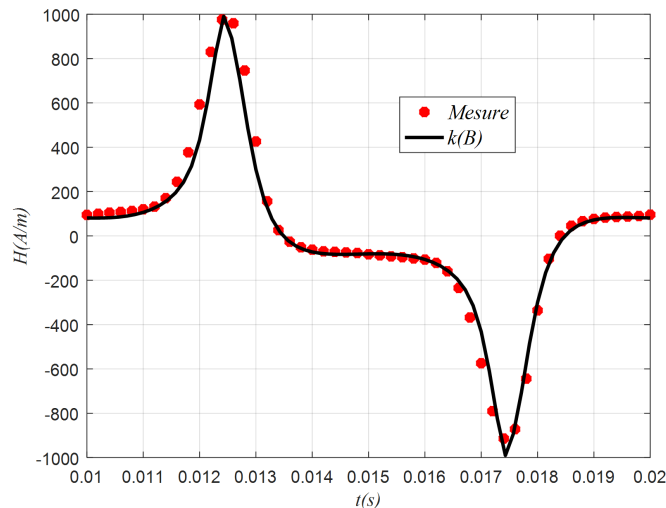


FIGURE 5.3: Champ magnétique simulé et mesuré à 100 Hz


 FIGURE 5.4: La variation de champ magnétique, pour k une fonction gaussienne

La figure 5.4 montre la variation du champ magnétique, pour k une fonction gaussienne. Il y a donc un bon accord avec la mesure.

5.6 Extension dynamique du modèle inverse modifié de Jiles-Atherton

Dans ce qui suit nous présentons les résultats de simulation en comparaison avec ceux expérimentaux. Nous avons besoin de quelques points de mesure, on dispose des résultats expérimentaux de échantillon des tôles ferromagnétiques *fer-silicium 3%* à grains non orientés à l'aide du cadre d'Epstein, chaque côté du cadre est composé de quatre tôles ayant les caractéristiques présentées au tableau (5.2), réalisé par *M. Hamimid* à laboratoire de IREENA-CRTT en **Saint Nazaire, France** (cycle expérimental inverse).

TABLE 5.2: Caractéristiques physiques des tôles

Epaisseur des tôles	0.35 mm
Largeur des tôles	15 mm
Longueur des tôles	160 mm
Masse volumique du matériau	7650 kg/m ³
Conductivité électrique	2.074 · 10 ⁶ Ω ⁻¹ m ⁻¹

Nous utilisons la méthode *d'Euler* pour l'intégration directe de l'équation (5.40) pour obtenir les résultats de simulation du modèle quasi-statique inverse de (J-A). Le tableau (5.3) donne le modèle, qui a des paramètres identifiés dans un régime quasi-statique 10 Hz, qui est la limite inférieure de stabilité de notre générateur), en utilisant la même

procédure que celle citée dans [107] puis amélioré dans [136]. La figure 5.5 montre les cycles d'hystérésis mesurés et simulés obtenu par le modèle de Jiles-Atherton modifié (MJA).

TABLE 5.3: Paramètres identifiés dans le cas quasi- statique

Paramètres du modèle de (J-A)	Les valeurs
$M_s(A/m)$	$1.19 \cdot 10^6$
$a(A/m)$	56.14
$k(A/m)$	60.10
α	$1.95 \cdot 10^{-4}$
c	$1.33 \cdot 10^{-2}$

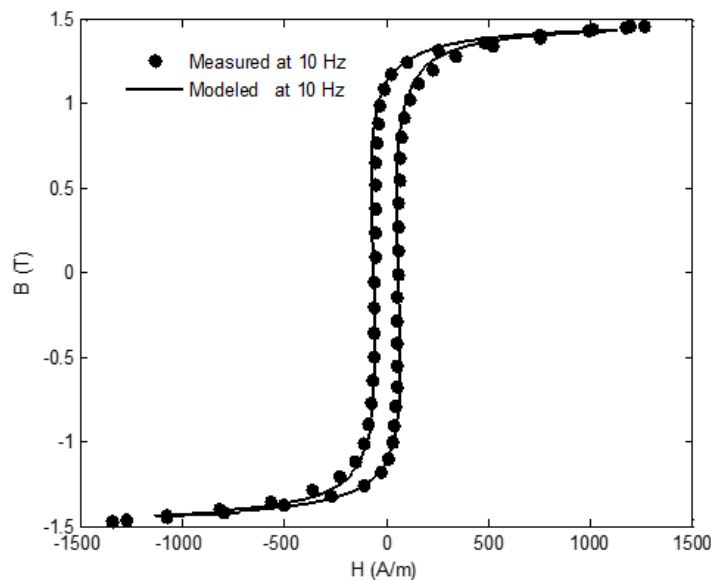


FIGURE 5.5: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 10Hz

Le modèle d'hystérésis Jiles-Atherton inverse modifié présenté ci-dessus décrit avec précision le processus d'aimantation quasi-statique de la structure du domaine. Où les résultats de simulation de ce modèle représentent une preuve concrète de la fidélité des résultats expérimentaux, spécialement en ce qui concerne le cycle majeur qui reflète l'image des pertes par hystérésis.

Dans l'étude précédente [107, 128], une tentative a été faite pour modifier l'expression du champ effectif dans le modèle dynamique inverse de Jiles-Atherton en introduisant deux contre-champs associés aux courants de Foucault et aux pertes par excès, ce qui permet d'obtenir une formulation dynamique, qui peut déterminer les boucles d'hystérésis pour n'importe quelle fréquence arbitraire. Ces deux contre-champs sont évalués à l'aide de deux paramètres identifiés par les mesures de la densité d'énergie volumique pour

trois fréquences différentes. Cette formulation dynamique maintient inchangés les cinq paramètres du modèle quasi-statique et donne des résultats acceptables par rapport aux expériences, mais la forme des cycles d'hystérésis ne sont pas bien représentées.

5.6.1 Le modèle dynamique de J-A basé sur la viscosité magnétique

S.E. Zirka propose une approche différente qui semble être au moins aussi précise que les approches existantes, et qui est considérée comme plus polyvalente et conceptuellement plus simple[137]. Lors de la résolution du problème de la valeur limite pour un milieu hystérétique, les caractéristiques dynamiques du matériau sont prises en compte en introduisant le concept de la viscosité magnétique du matériau. La précision du modèle dépend de l'ajustement des paramètres de la viscosité magnétique en utilisant les pertes totales obtenues expérimentalement. Il a souligné que les approches citées dans [76, 138] peuvent présenter des lacunes, à savoir la dépendance en fréquence fixe des pertes excédentaires et l'incapacité d'utiliser un modèle d'hystérésis différent de Preisach pour simuler ces pertes. *S.E. Zirka* rapporte dans la référence [139] une approche différente, en particulier, il est capable de reproduire toute dépendance de fréquence des pertes excédentaires sous une forme d'onde d'induction magnétique sinusoïdale. Les pertes excédentaires sont simulées en utilisant la notion de viscosité magnétique du matériau .

Dans [139, 140, 141], l'auteur a introduit la notion de la viscosité magnétique rapide du matériau, qui est le décalage dans l'induction B derrière le champ appliqué H , et *S.E. Zirka* a développé un modèle d'hystérésis dynamique de type visqueux magnétique. Ce modèle est compatible avec tout type de modèle statique de base (Preisach ou non-Preisach, selon que cela dépend de l'historique magnétique). Les caractéristiques distinctives du modèle d'hystérésis dynamique sont sa dépendance arbitraire à la fréquence et la possibilité de contrôler la forme du cycle d'hystérésis dynamique.

5.6.2 Modèle de type visqueux magnétique

Le décalage temporel de l'induction magnétique B derrière le champ appliqué H (non provoqué par les courants de Foucault) a été observé au cours du siècle dernier et il a été enregistré à tout moment et à toutes les fréquences [142]. L'une des façons possibles de décrire le décalage entre B et H est l'utilisation d'une expression similaire à celle dérivée dans [143] à partir de l'équation de *Landau-Lifshitz-Gilbert* (LLG) pour la rotation du vecteur de magnétisation :

$$\frac{dM}{dt} = \frac{\gamma M_s \alpha}{1 + \alpha^2} \left(1 - \frac{M^2}{M_s^2} \right) H \quad (5.48)$$

Où M_s est l'aimantation de saturation, γ est le rapport gyromagnétique, et α est une constante d'amortissement (sans dimension).

Pour les applications techniques impliquant des matériaux magnétiques doux, l'expression (5.48) peut être réécrite en fonction de l'intensité d'induction magnétique B et du champ magnétique efficace H_e , qui est déterminé comme l'excès du champ appliqué $H(t)$ sur un champ de seuil H_0 . On suppose naturellement que le champ de seuil dépend de la bande de sa valeur trouvée sur la courbe d'aimantation statique $H_{stat}(B)$. Ainsi, nous pouvons atteindre [144, 139] :

$$\frac{dB}{dt} = \frac{\gamma B_s \alpha}{1 + \alpha^2} \left(1 - \frac{B^2}{B_s^2}\right) (H - H_{stat}) \quad (5.49)$$

Le décalage temporel a été établi par des expériences et expliqué à l'aide d'un certain nombre de modèles physiques et semi-empiriques développés dans les années 1950 (leur classification peut être trouvée dans les références) que les effets dynamiques de type visqueux observés dans le milieu magnétique peuvent être décrits par l'équation [137] :

$$\frac{dB}{dt} = r(B) (H - H_0) \quad (5.50)$$

Le facteur $r(B)$ dans l'équation (5.50), parfois appelée résistivité magnétique (*magnétorésistance*) dynamique [146], est soit une fonction de B , soit une constante. Bien que cette l'équation soit habituellement employée dans la plage de microsecondes, il n'y a aucune raison de ne pas l'appliquer, après quelques généralisations, à des temps indéfiniment plus longs et, par conséquent, à des fréquences de magnétisation plus faibles.

Ce faisant, nous essayons de conserver les propriétés du modèle original (l'expression (5.50)). Un certain nombre d'expériences indépendantes ont permis de découvrir que la résistivité $r(B)$ est généralement maximale près de $B = 0$ et qu'elle diminue à l'approche de la saturation (positive ou négative). La forme la plus courante de la fonction $r(B)$ est la suivante :

$$r(B) = R_m \left(1 - \frac{B^2}{B_s^2}\right) \quad (5.51)$$

Où sa valeur maximale R_m est constante pour un matériau donné, selon l'équation (5.49) :

$$R_m = \frac{\gamma B_s \alpha}{1 + \alpha^2} \quad (5.52)$$

Et B_s est l'induction de saturation. Afin de maintenir la linéarité de l'équation (5.50) par rapport au champ d'excès $(H - H_0)$, on a supposé que le champ de seuil H_0 à des valeurs différentes dans la région de saturation et dans la plage des petits B . Comme cela conduit à différents modèles pour différentes étapes du processus d'aimantation et n'est pas pratique pour construire un modèle unique, il est raisonnable de supposer que H_0 dépend de B , et $H_0(B)$ est une fonction continue. La généralisation suivante de l'équation (5.50) est l'exponentiation du champ excédentaire, qui conduit à l'équation suivante [145, 141] :

$$\frac{dB(t)}{dt} = r(B) [H(t) - H_{stat}(B)]^\nu \quad (5.53)$$

Une approche plus générale, simple et flexible de la simulation de perte par excès est le modèle d'hystérésis dynamique décrit par l'expression (5.49), cette expression devient [73] :

$$\frac{dB(t)}{dt} = \frac{\delta}{g(B)} |H(t) - H_{stat}(B)|^\nu \quad (5.54)$$

Évidemment, lorsque $dB/dt = 0$, l'équation dynamique doit être simplifiée à la relation statique $H(t) = H_0$. Cela signifie que H_0 dans cette expression ne peut être que $H_{stat}(B)$. Le remplacement de H_0 par $H_{stat}(B)$ tel qu'il est effectué dans l'expression (5.54) nécessite une nouvelle modification de l'équation dynamique. Un changement approprié est l'introduction de l'exposant ν dans l'expression (5.54). Ici, $H_{stat}(B)$ est calculé à l'aide du modèle quasi-statique inverse Jiles-Atherton, δ est un paramètre directionnel :

- $\delta = +1$, le long de toute courbe d'aimantation ascendante où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dB}{dt} > 0 \\ H(t) > H_{stat}(B) \end{array} \right. \quad (5.55)$$

- $\delta = -1$, le long de tout courbes descendantes où :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dB}{dt} < 0 \\ H(t) < H_{stat}(B) \end{array} \right. \quad (5.56)$$

Le facteur $g(B)$ dans (5.54) est soit une constante, ou généralement une fonction de B (*magnétorésistance dynamique*). Dans ce dernier cas, il est possible de contrôler la forme du cycle dynamique. La constante de matériau ν contrôle la dynamique du modèle, c'est-à-dire ses propriétés temporelles et fréquentielles. Cet exposant peut également s'expliquer en termes de parois de domaine en mouvement, chacune d'entre elles ayant son propre champ de seuil. Les propriétés temporelles et fréquentielles de l'équation (5.54) sont évidentes lorsqu'elle est résolue pour le champ total (appliqué) $H(t)$:

$$H(t) = H_{stat}(B) + \delta \left| g(B) \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1/\nu} \quad (5.57)$$

Le deuxième terme de l'équation (5.57) est le champ magnétique excédentaire H_{exc} dont la valeur est proportionnelle à $\left[(dB/dt)^{1/\nu} \right]$. Il peut être démontré [137] que la même

loi de puissance ($f^{1/\nu}$) est valable pour la dépendance de fréquence de perte par excès, déterminée comme la dissipation d'énergie par cycle et par unité de volume [$W_{exc} \sim f^{1/\nu}$].

La forme la plus répandue de la fonction $g(B) = \frac{1}{r(B)}$ est la suivante [145] :

$$g(B) = \frac{C_2}{\left[1 - \left(\frac{B(t)}{B_m}\right)^2\right]} \quad (5.58)$$

C_2 est constant pour un matériau donné et B_m est l'intensité d'induction maximale qui peut être atteinte dans les calculs et les expériences.

En utilisant l'expression (5.57) du champ excédentaire H_{exc} , la densité d'énergie volumétrique dissipée par cycle et par unité de volume dans l'intervalle de temps Δt en raison des pertes excédentaires est donnée comme suit :

$$W_{exc} = \int_{\Delta t} \left| g(B) \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1/\nu} \frac{dB(t)}{dt} dt \quad (5.59)$$

D'autre part, cette densité d'énergie volumétrique est donnée dans [99, 128] par l'expression suivante :

$$W_{exc} = \int_{\Delta t} C_{exc} \left| \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1/2} \frac{dB(t)}{dt} dt \quad (5.60)$$

La comparaison entre (5.59) et (5.60) donne un aperçu de la valeur de ν . Il est clairement visible lorsque $g(B)$ est constant et que l'exposant $\nu = 2$, les deux expressions qui donnent les pertes excédentaires coïncident parfaitement. Le champ magnétique effectif donné par ($H_e = H + \alpha M$) est modifié par l'introduction de l'effet des courants de Foucault et des pertes excédentaires et est donné par la formule suivante :

$$H_e = \{H + \alpha M\} - \left\{ C_1 \frac{dB(t)}{dt} + \delta \left| g(B) \frac{dB(t)}{dt} \right|^{1/\nu} \right\} \quad (5.61)$$

Dans cette expression, le premier terme est le champ magnétique effectif dans le modèle quasi-statique, le second terme présente la contribution des courants induits et des pertes excédentaires dont le second terme, $\left(C_1 \frac{dB(t)}{dt} \right)$ représente le champ causé par la réaction des courants de Foucault. Où C_1 est un coefficient lié aux paramètres physiques et géométriques du matériau. Les coefficients C_1 et C_2 dans la plupart des cas ne sont pas connus pour tous les matériaux, dans de tels cas, cette difficulté est surmontée par l'identification de ces coefficients en régime dynamique.

Il faut noter que la théorie de la séparation statistique des pertes proposée par G. Bertotti, [81] ne tient pas si l'effet de peau n'est pas négligeable.

5.6.3 Validation du modèle

Dans la première étape, les cinq paramètres du modèle Jiles-Atherton en régime quasi statique ($10Hz$) sont identifiés et ils sont présentés dans le tableau (5.3). Pour obtenir les coefficients C_1 et C_2 en régime dynamique, nous utilisons les résultats expérimentaux de $100Hz$ en minimisant l'erreur entre le champ magnétique mesuré et celui modélisé. La méthode stochastique basée sur les algorithmes génétiques est utilisée. Cette technique est implémentée dans le logiciel MATLAB en utilisant la boîte à outils algorithme génétique (*GA Toolbox*). La fonction objective à minimiser est donnée par :

$$err = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (H_{mes}^i - H_{sim}^i)^2}}{N} \quad (5.62)$$

Où : H_{mes} et H_{mod} sont respectivement le champ magnétique mesuré et le champ magnétique modélisé, N est le nombre de points mesurés. Le tableau II indique les valeurs des nouveaux paramètres C_1 et C_2 .

TABLE 5.4: Les nouveaux paramètres dynamiques

Les nouveaux paramètres dynamiques	Les valeurs
$C_1(m/\Omega)$	$29 \cdot 10^{-3}$
$C_2(A/\Omega)^{1/2}$	$66 \cdot 10^{-3}$

Ces nouveaux paramètres dynamiques sont obtenus en utilisant l'expression de champ effectif modifiée donnée par l'expression (5.61) et en choisissant l'exposant $\nu = 2$.

La figure 5.6 montre l'erreur quadratique entre le champ magnétique mesuré et modélisé, et montre également la meilleure valeur obtenue des deux coefficients C_1 et C_2 .

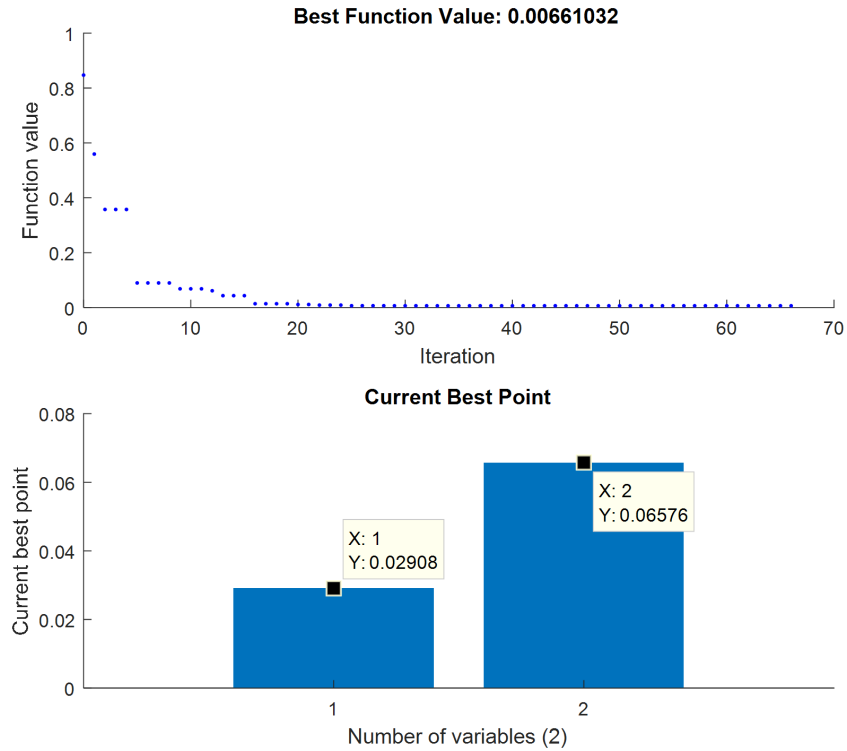


FIGURE 5.6: Erreur quadratique et les meilleurs coefficients obtenus à ($B_{max} = 1.4$ T)

Les cycles dynamiques calculés pour les fréquences 50 Hz et 100 Hz sont présentées dans les figures (5.7) et (5.8). Un bon accord est obtenu par rapport à la mesure.

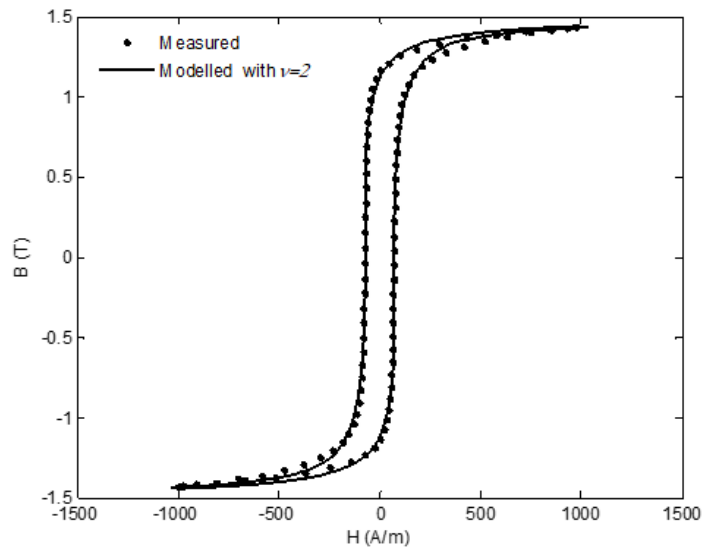


FIGURE 5.7: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 50Hz

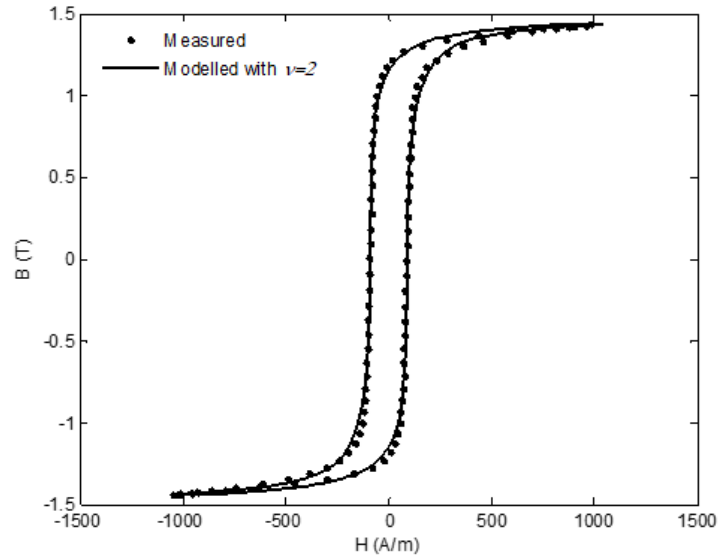
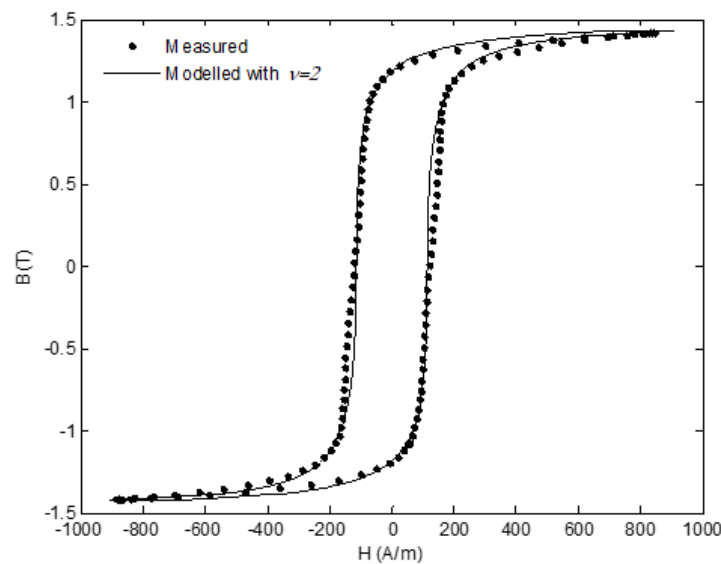


FIGURE 5.8: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 100Hz

Lorsque la fréquence est augmentée de plus de 100 Hz, un *gonflement* apparaît sur la forme des cycles d'hystérésis mesurées. Ce gonflement devient de plus en plus visible pour les fréquences plus élevées, comme le montrent les figures (5.9) à (5.11). Ces figures montrent que lorsque nous utilisons $\nu = 2$, les cycles d'hystérésis dynamiques modélisées pour une fréquence accrue ne correspondent pas à celles mesurées.


 FIGURE 5.9: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 200Hz avec $\nu = 2$

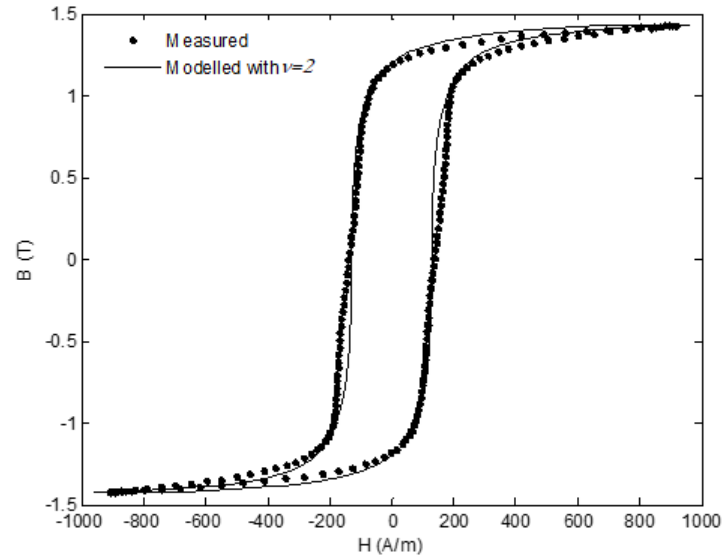


FIGURE 5.10: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 250Hz avec $\nu = 2$

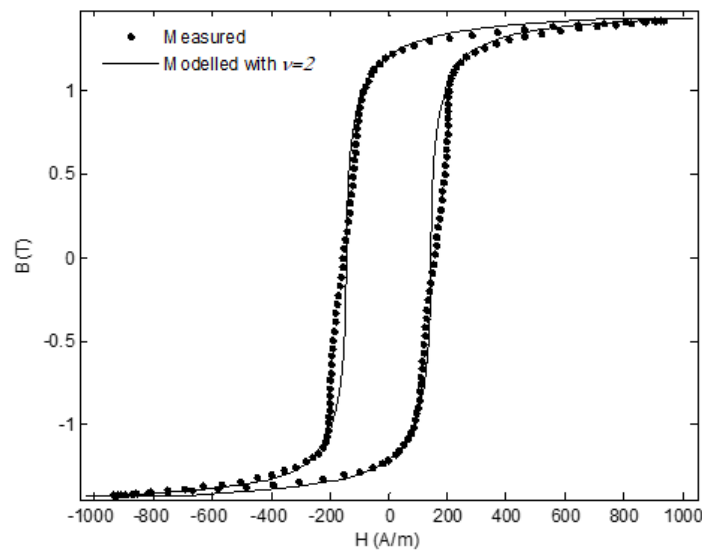


FIGURE 5.11: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 300Hz avec $\nu = 2$

Pour améliorer la forme des cycles d'hystérésis modélisées, nous devons modifier la valeur de ν le long des parties où le gonflement apparaît. La valeur optimale de l'exposant ν est donnée selon la condition suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Si } (\delta.B(t) > 0) \text{ et } (\delta.B(t) < 0.5) \\ \quad \text{Alors } \nu = 1.3 \\ \quad \text{Autrement } \nu = 2 \end{array} \right. \quad (5.63)$$

La valeur optimale lorsque le gonflement apparaît est obtenue en utilisant la méthode *Pattern Search* (PS Toolbox) dans la boîte à outils optimisation de MATLAB. En utilisant cette condition pour ν , les cycles d'hystérésis dynamiques modélisées et mesurées sont assez semblables à celles illustrées dans les figures (5.12) à (5.14).

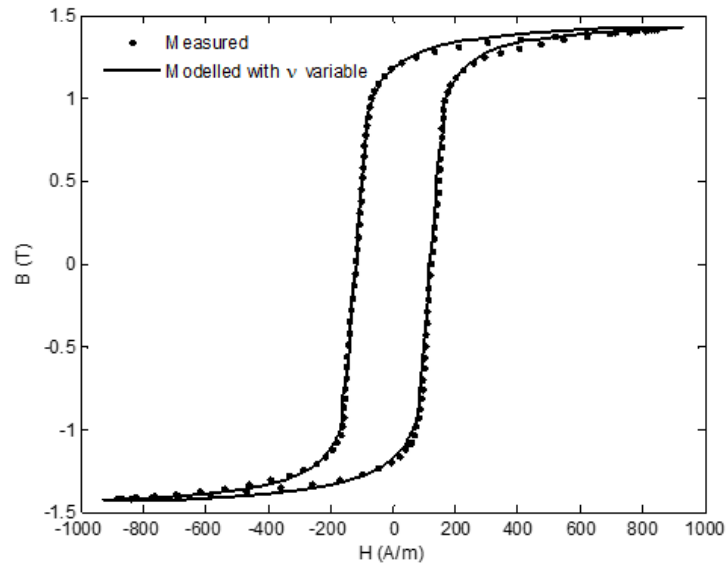


FIGURE 5.12: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 200Hz avec ν variable

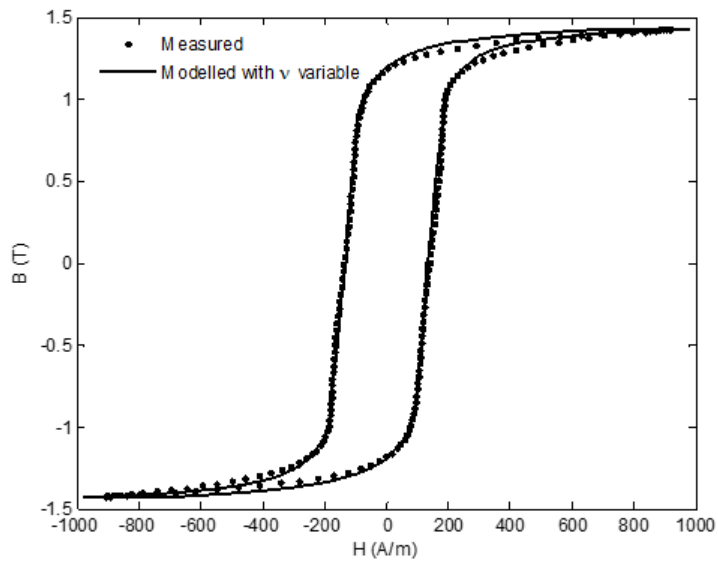


FIGURE 5.13: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 250Hz avec ν variable

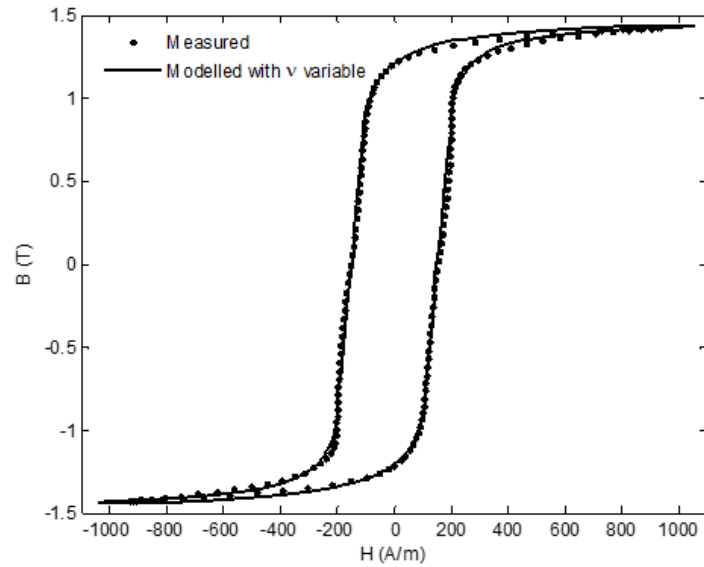


FIGURE 5.14: Cycles d'hystérésis mesurés et simulés à 300Hz avec ν variable

La figure 5.15 montre les pertes de puissance modélisées et mesurées pour diverses fréquences, et la figure 5.16 montre la différence entre les valeurs modélisées et mesurées. Il est clair que les pertes de puissance calculées avec ν variable par rapport à l'expérience donnent des résultats précis que ceux évalués en utilisant $\nu = 2$.

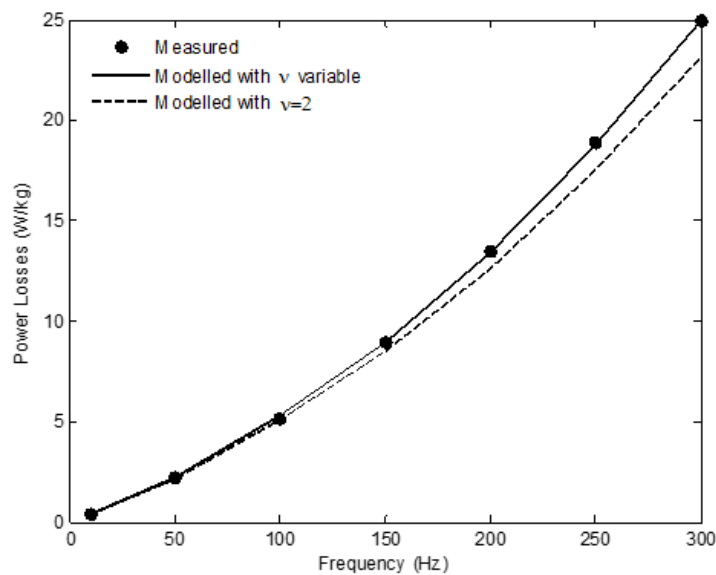


FIGURE 5.15: Évolution des pertes de puissance modélisées et mesurées à différentes fréquences

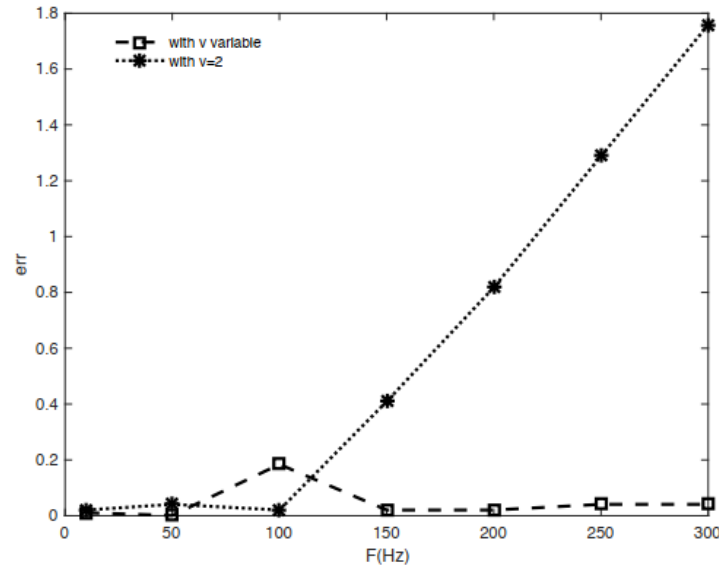


FIGURE 5.16: Évolution des erreurs entre les pertes de puissance modélisées et mesurées à différentes fréquences

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons essayé de souligner l'influence des paramètres du modèle (J-A) sur le cycle d'hystérésis, et nous nous sommes concentrés sur l'un d'entre eux, à savoir le paramètre d'ancrage (pinning) k . Cela ne signifie pas que les autres paramètres n'affectent pas le cycle d'hystérésis du modèle, chacun d'eux a sa propre influence, mais nous nous intéressons à ce paramètre car il est lié à la forme du cycle d'hystérésis dans le point coercitif du champ magnétique.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons utilisé le modèle inverse modifié (MIJA) pour améliorer notre proposition concernant le champ effectif. Où notre suggestion était d'inclure l'effet du régime dynamique dans (MIJA) en ajoutant deux champs de réaction résultant des courants de Foucault et des pertes excessives dans l'expression du champ effectif. Nous avons introduit une nouvelle expression des pertes excédentaires basée sur l'équation de type visqueux décrivant le décalage temporel entre la densité de flux $B(t)$ et le champ appliqué $H(t)$. La validité de la nouvelle expression proposée du champ effectif permet une bonne représentation du comportement de l'hystérésis magnétique en fonction de l'augmentation de la fréquence.

Conclusion Générale

Ce travail de thèse a porté sur l'étude des modèles hystérésis dans les matériaux ferromagnétiques fer-silicium (Fe – Si)3% à grain non orienté. Actuellement, les tôles ferromagnétiques de type alliage fer-silicium laminées non-orientés constituent une très grande partie de la production sur le marché mondial. Notamment en raison de leur capacité à guider le flux magnétique ou à mémoriser des informations. Ils sont commercialisés avec des caractéristiques spécifiques à haute précision, dont les plus importantes sont : induction magnétique à saturation, perméabilité magnétique et les pertes magnétiques (pertes de fer).

L'utilisation prédominante de ces matériaux réside dans le fait qu'elles présentent une induction magnétique à saturation la plus élevée, et un faible champ magnétique coercitif ce qui entraîne une réduction des pertes de fer. Toutes ces caractéristiques font de ces tôles le matériau le plus adapté pour les circuits excités par des courants alternatifs avec des fréquences variant de quelques centaines à des milliers de Hertz. Afin d'exploiter pleinement leurs caractéristiques, il est nécessaire de comprendre leur structure interne puis de mathématiser et modéliser leur comportement magnétique.

Nous avons généralement décrit les matériaux magnétiques et les matériaux ferromagnétiques qui nous intéressent particulièrement, les notions physiques de base à différentes échelles permettant la compréhension du comportement magnétique, et leurs différentes caractéristiques intrinsèques. Une analyse théorique a été également faite, sur leurs processus dynamiques d'aimantation, de l'origine physique des pertes.

Nous avons examiné les différents modèles d'hystérésis proposés dans la littérature. Cette étude nous a permis de mettre en évidence les principales difficultés qui existent quant au choix d'un modèle hystérésis à la fois précis et rapide pour générer des cycles d'hystérésis et de conclure qu'une modélisation dynamique précise et appropriée commence d'une modélisation statique adéquate.

Ainsi, le choix du modèle dépend fortement du comportement des matériaux ferromagnétiques, de la précision requise et de l'application envisagée. Après une présentation de quelques modèles d'hystérésis existants, le modèle de Jiles-Atherton sélectionné, pour décrire le comportement d'hystérésis de ces matériaux dans les régimes statiques et dynamiques. Nous pouvons en déduire que le modèle de Jiles-Atherton est largement utilisé pour simuler et modéliser l'hystérésis à cause de :

- Ce modèle est basé sur des considérations physiques.
- Implémentation de la formulation directe ou inverse du modèle de Jiles-Atherton se fait via des méthodes numériques qui disposent de paramètres d'entrée et de sortie.
- Meilleure précision au niveau de la reconstruction des cycles centrés.
- Le modèle Jiles-Atherton peut être formulé pour améliorer la qualité de pointe de la boucle d'hystérésis.
- Le modèle n'est pas limité aux matériaux magnétiques isotropes.
- Le modèle inverse de Jiles-Atherton est étendu à l'état dynamique et quelques modifications lui sont apportées en ce régime pour améliorer le modèle en général.
- Modifier les paramètres du modèle ou le remplacer par d'autres formulations pour contrôler la forme des cycles d'hystérésis générés.

Nous avons réalisé un code de programmation sur MATLAB du modèle de Jiles-Atherton en régime statique comme première étape, pour avoir le cycle hystérésis, et nous avons proposé une technique d'identification des paramètres de ce modèle dans le régime statique. Ainsi comparer ce dernier avec un cycle hystérésis déjà mesuré (les cycles d'hystérésis obtenues par le modèle originale de Jiles-Atherton). La comparaison montre que les cycles obtenus par le modèle identifié sont mieux adaptés aux mesures de références. Le modèle origine de (J-A) est basé sur cinq paramètres, un grand travail a été réalisé sur ces paramètres de façon à avoir plusieurs cycles et comprendre l'effet de chaque paramètre pour plus de manipulation et contrôle. Nous avons introduit une nouvelle formulation du paramètre d'épinglage, et nous sommes en mesure de mieux contrôler ce qui est généré par ce modèle modifié.

Nous avons étudié l'effet de variation de la fréquence sur le modèle de (J-A), en déduisant la valeur de la fréquence qui pousse le modèle vers le régime dynamique afin de valider ce modèle en ce régime. La méthode utilisée pour cette dernière validation dépend directement sur le principe de G. Bertotti de la séparation des pertes hystérésis et les pertes dynamiques (courants de Foucault & excédent).

Lors de l'étude de l'effet de variation de la fréquence, il a été remarqué que dans les hautes fréquences y avait un gonflement symétrique sur le cycle hystérésis mesuré, dont le modèle de (J-A) ne supporte pas. Une nouvelle formulation du champ effectif magnétique est utilisée qui consiste à modifier l'expression du champ excédentaire pour prendre correctement en compte l'effet de mouvement des parois de domaine. La nouvelle expression proposée du champ effectif permet une bonne représentation du comportement de l'hystérésis magnétique en ce qui concerne l'augmentation de la fréquence. Les pertes de fer totales sont déterminées avec précision et pour valider les approches proposées, des cycles d'hystérésis mesurés et modélisés pour différentes fréquences sont comparés.

Les perspectives qui peuvent se dégager à partir de ce travail :

- Etude de l'effet de peau dans les systèmes à haute fréquence, et l'intégrer dans le modèle Jiles-Atherton.
- Généraliser la modélisation et la simulation du modèle de (J-A) pour inclure les matériaux anisotropes, l'effet de BARKAUSEN, et les phénomènes de couplage magnéto-élastique des matériaux ferromagnétique.
- Introduction les cycles mineurs dans la modélisation de l'hystérésis pour la représentation des différentes conditions d'excitations.
- Application des autres techniques d'identification et d'optimisation, notamment les plus récentes, au développement paramétrique du modèle de (J-A).
- Avoir un banc d'essais bien adapté à la caractérisation des tôles magnétique, et menu d'un système d'acquisition de données informatisé.
- Modélisation de comportement hystérétique avec d'autres modèles à savoir le modèle de Preisach et le modèle énergétique.

Annexe -A-

La Méthode de la sécante

La technique de la méthode sécante est similaire à la technique de Newton-Raphson dans le sens où une estimation de la racine est prévue en extrapolant une tangente de la fonction à l'axe des x . Cependant, la méthode sécante utilise une différence plutôt qu'une dérivée pour estimer la pente.

$$f'(x_i) \cong \frac{f(x_{i-1}) - f(x_i)}{x_{i-1} - x_i} \quad (5.64)$$

Un problème potentiel dans la mise en œuvre de la méthode *Newton-Raphson* est l'évaluation de la dérivée. Bien que cela ne soit pas gênant pour les polynômes et de nombreuses autres fonctions, il existe certaines fonctions dont les dérivées peuvent être extrêmement difficiles ou gênantes à évaluer. Pour ces cas, la dérivée peut être approximée par une différence finie divisée en arrière, comme dans (Figure 5.17).

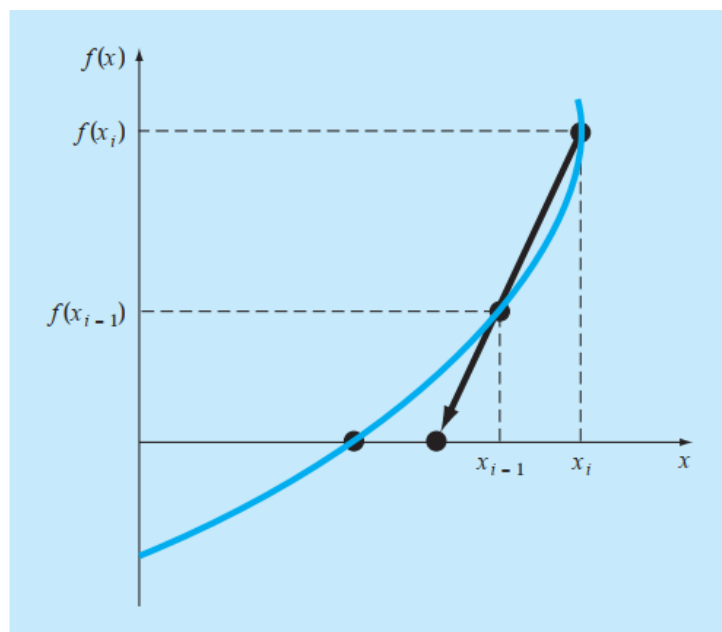


FIGURE 5.17: Représentation graphique de la méthode de la sécante

L'équation itérative suivante est la formule de la méthode sécante :

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_{i-1} - x_i)}{f(x_i) - f(x_{i-1})} \quad (5.65)$$

Dans cette méthode, l'approche nécessite deux estimations initiales de x , par exemple : x_0, x_1 .

La méthode de la sécante modifiée

La méthode sécante approxime la fonction non linéaire f par une ligne sécante à travers les deux itérations précédentes. A partir de la sécante originale, utiliser une petite fraction perturbée δ pour calculer la fonction de dérivation f . Ainsi la valeur de x_{i+1} avec la sécante modifié est donnée par :

$$x_{i+1} = x_i - f(x_i) \frac{\delta x_i}{f(x_i + \delta x_i) - f(x_i)} \quad (5.66)$$

Bibliographie

- [1] É. Trémolet de LACHEISSERIE, « Magnétisme : Matériaux et applications, tome ii de collection grenoble sciences », *EDP Sciences*, 2000.
- [2] B. D. CULLITY et C. D. GRAHAM, *Introduction to magnetic materials*. John Wiley & Sons, 2011.
- [3] Y. OULED AMOR, *Contribution à la modélisation de l'hystérésis magnétique en vue de l'analyse par éléments finis des systèmes de chauffage par induction*. Thèse doctorat, Université de Nantes, 2000.
- [4] A. BENABOU, *Contribution à la caractérisation et à la modélisation de matériaux magnétiques en vue d'une implantation dans un code de calcul de champ*. Thèse doctorat, Université de Lille 1, 2002.
- [5] M. HAMIMID, *Modeles De L'hysteresis Magnetique Et Leurs Implementations Par La Methode Des Volumes Finis Dans Les Dispositifs Electromagnetiques*. Thèse doctorat, Université de Mohamed Khider Biskra, 2011.
- [6] A. HUBERT et R. SCHÄFER, *Magnetic Domains : The Analysis of Magnetic Microstructures*. Springer Science & Business Media, 1998.
- [7] A. VISINTIN, *Differential models of hysteresis*, vol. 111. Springer Science & Business Media, 2013.
- [8] R. MARION, *Contribution à la modélisation du magnétisme statique et dynamique pour le génie électrique*. Thèse doctorat, Université de Claude Bernard-Lyon I, 2010.
- [9] D. C. MATTIS, *The theory of magnetism I : Statics and Dynamics*, vol. 17. Springer Science & Business Media, 2012.
- [10] P. CURIE, *Propriétés magnétiques des corps à diverses températures*. Gauthier-Villars et fils, 1895.
- [11] A. IVANYI, *Hysteresis models in electromagnetic computation*. Akadémiai Kiadó Budapest, 1997.
- [12] S. CHIKAZUMI, S. CHIKAZUMI et C. D. GRAHAM, *Physics of Ferromagnetism*. No. 94, Oxford University Press, 1997.
- [13] D. C. JILES, *Introduction to Magnetism and Magnetic Materials*. Springer- Business Media B.V. First edition, Originally published by Chapman and Hall, jan. 1991.
- [14] A. R. WEST, *Solid state chemistry and its applications*. John Wiley & Sons, 2014.
- [15] J. M. COEY, *Magnetism and magnetic materials*. Cambridge university press, 2010.
- [16] A. GOLDMAN, *Handbook of modern ferromagnetic materials*, vol. 505. Springer Science & Business Media, 2012.
- [17] B. DUCHARNE, *Caractérisation et modélisation de circuits magnétiques : du global vers le local*. Thèse doctorat, Université de Lyon 1, 2003.

- [18] L.-L. ROUVE, *Prise en compte du comportement magnétique fréquentiel des tôles FeSi en modélisation électrotechnique*. Thèse doctorat, Institut National Polytechnique De Grenoble, 1996.
- [19] L. RAYLEIGH, « Xxv. notes on electricity and magnetism. iii. on the behaviour of iron and steel under the operation of feeble magnetic forces », *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 23, no. 142, p. 225–245, 1887.
- [20] O. FRÖHLICH, « Investigations of dynamoelectric machines and electric power transmission and theoretical conclusions therefrom », *Elektrotech. Z*, vol. 2, p. 134–141, 1881.
- [21] P. PAPON, « Physique des transitions de phases », 1999.
- [22] F. PREISACH, « Über die magnetische nachwirkung », *Zeitschrift für physik*, vol. 94, no. 5-6, p. 277–302, 1935.
- [23] D. JILES et D. ATHERTON, « Theory of ferromagnetic hysteresis. journal of applied physics », 1984.
- [24] D. C. JILES et D. L. ATHERTON, « Theory of ferromagnetic hysteresis », *Journal of magnetism and magnetic materials*, vol. 61, no. 1-2, p. 48–60, 1986.
- [25] G. BERTOTTI, « Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materials. i. theoretical considerations », *Journal of applied Physics*, vol. 57, no. 6, p. 2110–2117, 1985.
- [26] D. C. JILES, « Modelling the effects of eddy current losses on frequency dependent hysteresis in electrically conducting media », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 6, p. 4326–4328, 1994.
- [27] M. AKBABA, « A modified froelich's type equation for accurate modeling of magnetising characteristic of magnetic cores », *Electric machines and power systems*, vol. 19, no. 3, p. 303–311, 1991.
- [28] M. JUFER et A. APOSTOLIDES, « An analysis of eddy current and hysteresis losses in solid iron based upon simulation of saturation and hysteresis characteristics », *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. 95, no. 6, p. 1786–1794, 1976.
- [29] C.-C. WONG, « A dynamic hysteresis model », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 2, p. 1966–1968, 1988.
- [30] R. POTTER et R. SCHMULIAN, « Self-consistently computed magnetization patterns in thin magnetic recording media », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 7, no. 4, p. 873–880, 1971.
- [31] F. C. TRUTT, E. A. ERDELYI et R. E. HOPKINS, « Representation of the magnetization characteristic of dc machines for computer use », *IEEE transactions on Power Apparatus and Systems*, no. 3, p. 665–669, 1968.
- [32] M. EL-SHERBINY, « Representation of the magnetization characteristic by a sum of exponentials », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 9, no. 1, p. 60–61, 1973.
- [33] R. NOYAU, B. MIDDLETON, J. MILES et N. MACKINTOSH, « Modelling digital recording in thin film media », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 6, p. 2494–2496, 1988.

- [34] J. RIVAS, J. ZAMARRO, E. MARTIN et C. PEREIRA, « Simple approximation for magnetization curves and hysteresis loops », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 17, no. 4, p. 1498–1502, 1981.
- [35] A. NOURDINE, *Modélisation de l'hystérésis dans les matériaux magnétiques et introduction de modèles dans le logiciel de simulation aux éléments finis Flux3D*. Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2002.
- [36] E. C. STONER et E. WOHLFARTH, « A mechanism of magnetic hysteresis in heterogeneous alloys », *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, vol. 240, no. 826, p. 599–642, 1948.
- [37] D. L. ATHERTON et J. BEATTIE, « A mean field stoner-wohlfarth hysteresis model », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 26, no. 6, p. 3059–3063, 1990.
- [38] M. MORDJAOUI, *Modelisation Des Effets Electromagnetiques «Apport De La Logique Floue Et Neuro-floue»*. Thèse doctorat, Université de Batna 2, 2008.
- [39] O. MALOBERTI, *Contribution à la modélisation de la dynamique d'aimantation dans les matériaux magnétiques doux : caractérisation et simulation*. Thèse doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2006.
- [40] W. F. BROWN JR, « Theory of the approach to magnetic saturation », *Physical Review*, vol. 58, no. 8, p. 736, 1940.
- [41] W. F. BROWN JR, « The effect of dislocations on magnetization near saturation », *Physical Review*, vol. 60, no. 2, p. 139, 1941.
- [42] A. BELKEBIR, *Modélisation-identification paramétrique de l'hystérésis magnétique modèle de LO CHUA*. Thèse doctorat, Université El Hadj Lakhdar de Batna, 2006.
- [43] J. EWING, « Xxv. contributions to the molecular theory of induced magnetism », *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 30, no. 184, p. 205–222, 1890.
- [44] J. A. EWING, *Magnetic induction in iron and other metals*. D. Van Nostrand Company, 1900.
- [45] L. NÉEL, « Bases d'une nouvelle théorie générale du champ coercitif », in *Annales de l'Université de Grenoble*, vol. 22, p. 299–343, 1946.
- [46] L. NÉEL, « Sur les effets d'un couplage entre grains ferromagnétiques doués d'hystérésis », *Comptes Rendus Hebdomadaires Des Seances De L Academie Des Sciences*, vol. 246, no. 16, p. 2313–2319, 1958.
- [47] D. H. EVERETT et W. I. WHITTON, « A general approach to hysteresis », *Transactions of the Faraday Society*, vol. 48, p. 749–757, 1952.
- [48] D. H. EVERETT, « A general approach to hysteresis. part 4. an alternative formulation of the domain model », *Transactions of the Faraday Society*, vol. 51, p. 1551–1557, 1955.
- [49] J. WOODWARD et E. DELLA TORRE, « Particle interaction in magnetic recording tapes », *Journal of Applied Physics*, vol. 31, no. 1, p. 56–62, 1960.
- [50] G. RADO et V. FOLEN, « Determination of molecular field coefficients in ferrimagnets », *Journal of Applied Physics*, vol. 31, no. 1, p. 62–68, 1960.
- [51] E. TORRE, « Effect of interaction on the magnetization of single-domain particles », *IEEE Transactions on audio and electroacoustics*, vol. 14, no. 2, p. 86–92, 1966.

- [52] M. KRASNOSELSKII et A. POKROVSKII, « Systems with hysteresis (russian) nauka », 1983.
- [53] I. MAYERGOYZ, « Mathematical models of hysteresis », *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 22, no. 5, p. 603–608, 1986.
- [54] I. D. MAYERGOYZ et G. FRIEDMAN, « Generalized preisach model of hysteresis », *IEEE transactions on Magnetics*, vol. 24, no. 1, p. 212–217, 1988.
- [55] I. MAYERGOYZ, « The classical preisach model of hysteresis », in *Mathematical models of hysteresis*, p. 1–63, Springer, 1991.
- [56] J. C. MAXWELL, *A treatise on electricity and magnetism*, vol. 1. Clarendon press, 1873.
- [57] P. LANGEVIN, « Magnétisme et théorie des électrons », *Ann. chim. et phys.*, no. 8, p. 203, 1905.
- [58] P. WEISS, « L'hypothèse du champ moléculaire et la propriété ferromagnétique », *J. Phys. Theor. Appl.*, vol. 6, no. 1, p. 661–690, 1907.
- [59] W. WEBER, « On the relationship of the science of the diamagnetism with the sciences of magnetism and electricity », *Ann. Phys*, vol. 87, p. 145–189, 1852.
- [60] G. WIEDEMANN, « Vii. magnetic researches », *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 22, no. 134, p. 50–70, 1886.
- [61] M. KERSTEN, « Zur deutung der koerzitivkraft », in *Probleme der Technischen Magnetisierungskurve*, p. 42–72, Springer, 1938.
- [62] M. KERSTEN, « Zur theorie der ferromagnetischen hysteresis und der anfangspermeabilität », *Z. Phys*, vol. 44, p. 63–77, 1943.
- [63] R. BECKER et W. DORING, *Ferromagnetismus*. Berlin Heidelberg : Springer-Verlag, 1939. ZSCC : NoCitationData[s0].
- [64] D. JILES et D. ATHERTON, « Ferromagnetic hysteresis », *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 19, no. 5, p. 2183–2185, 1983.
- [65] G. BERTOTTI, *Hysteresis in magnetism : for physicists, materials scientists, and engineers*. Gulf Professional Publishing, 1998.
- [66] G.-S. PARK, S.-Y. HAHN, K.-S. LEE et H.-K. JUNG, « Implementation of hysteresis characteristics using the preisach model with mb variables », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 29, no. 2, p. 1542–1545, 1993.
- [67] I. ELFIMOV, S. YUNOKI et G. SAWATZKY, « Possible path to a new class of ferromagnetic and half-metallic ferromagnetic materials », *Physical review letters*, vol. 89, no. 21, p. 216403, 2002.
- [68] D. LIN, P. ZHOU et A. BERGQVIST, « Improved vector play model and parameter identification for magnetic hysteresis materials », *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 50, no. 2, p. 357–360, 2014.
- [69] T. CHEVALIER, A. KEDOUS-LEBOUC, B. CORNUT et C. CESTER, « A new dynamic hysteresis model for electrical steel sheet », *Physica B : Condensed Matter*, vol. 275, no. 1-3, p. 197–201, 2000.
- [70] O. MESSAL, F. DUBAS, A. KEDOUS-LEBOUC, C. CHILLET et C. ESPANET, « Pertes magnétiques des systèmes électromagnétiques : Circuit magnétique équivalent & modèle ls », in *Symposium de Genie Electrique*, 2016.

- [71] J. SZCZYGLÓWSKI, « Influence of eddy currents on magnetic hysteresis loops in soft magnetic materials », *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 223, no. 1, p. 97–102, 2001.
- [72] A. GIRAUD, *Caractérisation des matériaux magnétiques et modélisation des pertes fer dans le stator des machines électriques fonctionnant à haute fréquence*. Thèse doctorat, 2017.
- [73] S. E. ZIRKA, Y. I. MOROZ, P. MARKETOS et A. J. MOSES, « Viscosity-based magnetodynamic model of soft magnetic materials », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 42, no. 9, p. 2121–2132, 2006.
- [74] A. BERGQVIST, « Magnetic vector hysteresis model with dry friction-like pinning », *Physica B : Condensed Matter*, vol. 233, no. 4, p. 342–347, 1997.
- [75] A. BERGQVIST, A. LUNDGREN et G. ENGD AHL, « Experimental testing of an anisotropic vector hysteresis model », *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 33, no. 5, p. 4152–4154, 1997.
- [76] G. BERTOTTI, « Dynamic generalization of the scalar preisach model of hysteresis », *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 28, no. 5, p. 2599–2601, 1992.
- [77] M. FRĂȚILĂ, *Contribution à la prise en compte des pertes fer dans la modélisation des machines électriques par éléments finis*. Thèse doctorat, Université de Lille 1, 2012.
- [78] F. FIORILLO et A. NOVIKOV, « An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 26, no. 5, p. 2904–2910, 1990.
- [79] C. P. STEINMETZ, « On the law of hysteresis », *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 9, no. 1, p. 1–64, 1892.
- [80] H. JORDAN, « Die ferromagnetischen konstanten für schwache wechselfelder », *Elektr. Nach. Techn.*, vol. 1, no. 8, 1924.
- [81] G. BERTOTTI, « General properties of power losses in soft ferromagnetic materials », *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 24, no. 1, p. 621–630, 1988.
- [82] L. SEDKAOUI, *Contribution à l'étude expérimentale et la prédiction théorique des pertes magnétiques dans les tôles des machines électriques*. Thèse doctorat, Université de Mouloud Mammeri, Tizi Ouzou, 2018.
- [83] G. BERTOTTI, « Space-time correlation properties of the magnetization process and eddy current losses : Theory », *Journal of applied physics*, vol. 54, no. 9, p. 5293–5305, 1983.
- [84] O. MESSAL, *Caractérisation et modélisation du comportement thermomagnétique d'alliages FeNi pour le prototypage virtuel*. Thèse doctorat, Université de Claude Bernard-Lyon I, 2013.
- [85] A. MANSRI, *Processus d'aimantation dans les matériaux doux à base de fer- Représentation des Pertes en régime dynamique*. Thèse doctorat, Université de Badji Mokhtar, Anaba, 2013.
- [86] L. ARBENZ, *Caractérisation des propriétés électromagnétiques des matériaux magnétiquement doux : application aux roues polaires de machine à griffes*. Thèse doctorat, ENSAM, Paris, 2016.
- [87] « IEEE Standard for Test Procedures for Magnetic Cores 393-1991 ».

- [88] S. BURGWIN, « A method of magnetic testing for sheet material », *Review of Scientific instruments*, vol. 7, no. 7, p. 272–277, 1936.
- [89] J. SIEVERT, « The measurement of magnetic properties of electrical sheet steel—survey on methods and situation of standards », *Journal of magnetism and magnetic materials*, vol. 215, p. 647–651, 2000.
- [90] J. SIEVERT, « Determination of ac magnetic power loss of electrical steel sheet : Present status and trends », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 20, no. 5, p. 1702–1707, 1984.
- [91] P. BRISSONNEAU, *Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique*. Hermes, 1997.
- [92] E. KOKORNACZYK et M. W. GUTOWSKI, « Anhysteretic functions for the jiles–atherton model », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 2, p. 1–5, 2014.
- [93] A. RAMESH, D. JILES et J. RODERICK, « A model of anisotropic anhysteretic magnetization », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 32, no. 5, p. 4234–4236, 1996.
- [94] J. M. WALKER, « Measurement and modeling of the anhysteretic magnetization of magnetic cores for temperature and frequency dependent effects », 2007.
- [95] D. C. JILES et J. THOELKE, « Theory of ferromagnetic hysteresis : determination of model parameters from experimental hysteresis loops », *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 25, no. 5, p. 3928–3930, 1989.
- [96] M. KERSTEN, « Grundlagen einer theorie der ferromagnetischen hysteresis und der koerzitivkraft, s. hirzel, leipzig ; reprinted jw edwards », *Ann Arbor*, 1943.
- [97] E. KONDORSKY, « On the nature of coercive force and irreversible changes in magnetisation », *Phys. Z. Sowjetunion*, vol. 11, no. 597, p. 68, 1937.
- [98] D. C. JILES, J. THOELKE et M. DEVINE, « Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis », *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 28, no. 1, p. 27–35, 1992.
- [99] N. SADOWSKI, N. BATISTELA, J. BASTOS et M. LAJOIE-MAZENC, « An inverse jiles-atherton model to take into account hysteresis in time-stepping finite-element calculations », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 38, no. 2, p. 797–800, 2002.
- [100] J. P. A. BASTOS et N. SADOWSKI, *Electromagnetic modeling by finite element methods*. CRC press, 2003.
- [101] J. H. DEANE, « Modeling the dynamics of nonlinear inductor circuits », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 5, p. 2795–2801, 1994.
- [102] R. VENKATARAMAN, *Modeling and adaptive control of magnetostrictive actuators*. University of Maryland, College Park, 1999.
- [103] R. ARANEO et S. CELOZZI, « Analysis of the shielding performance of ferromagnetic screens », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 39, no. 2, p. 1046–1052, 2003.
- [104] P. KIS, « Jiles-atherton model implementation to edge finite element method », 2006.
- [105] J. DEANE, « Modelling of a chaotic circuit containing a saturating/hysteretic inductor », *Electronics Letters*, vol. 29, no. 11, p. 957–958, 1993.
- [106] M. HAMIMID, *Identification des paramètres du modèle de Jiles-Atherton En utilisant un algorithme itératif couple avec la méthode de Newton-Raphson*. avril 2008.

- [107] M. HAMIMID, M. FELIACHI et S. MIMOUNE, « Modified jiles–atherton model and parameters identification using false position method », *Physica B : Condensed Matter*, vol. 405, no. 8, p. 1947–1950, 2010.
- [108] P. R. WILSON, J. N. ROSS et A. D. BROWN, « Optimizing the jiles-atherton model of hysteresis by a genetic algorithm », *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 37, no. 2, p. 989–993, 2001.
- [109] A. SALVINI et F. R. FULGINEI, « Genetic algorithms and neural networks generalizing the jiles-atherton model of static hysteresis for dynamic loops », *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 38, no. 2, p. 873–876, 2002.
- [110] S. CAO, B. WANG, R. YAN, W. HUANG et Q. YANG, « Optimization of hysteresis parameters for the jiles-atherton model using a genetic algorithm », *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 14, no. 2, p. 1157–1160, 2004.
- [111] J. LEITE, S. AVILA, N. BATISTELA, W. CARPES, N. SADOWSKI, P. KUO-PENG et J. BASTOS, « Real coded genetic algorithm for jiles-atherton model parameters identification », *IEEE Transactions on magnetism*, vol. 40, no. 2, p. 888–891, 2004.
- [112] F. R. FULGINEI et A. SALVINI, « Softcomputing for the identification of the jiles-atherton model parameters », *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 41, no. 3, p. 1100–1108, 2005.
- [113] K. CHWASTEK et J. SZCZYGLOWSKI, « Identification of a hysteresis model parameters with genetic algorithms », *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 71, no. 3, p. 206–211, 2006.
- [114] O. ZEGHBA, S. CHAKROUNE, D. KHODJA et S. BELHAMDI, « Design optimization of induction motor using on-line improved genetic algorithms », *Journal homepage : http://iicta.org/journals/mmc_a*, vol. 93, no. 1-4, p. 19–25, 2020.
- [115] Z. OUSSAMA, *Conception Optimisée d’une Machine Asynchrone à Cage Utilisant les Algorithmes Génétiques Modifiés*. Thèse doctorat, université de M’sila, 2021.
- [116] R. MARION, R. SCORRETTI, N. SIAUVE, M.-A. RAULET et L. KRAHENBUHL, « Identification of jiles–atherton model parameters using particle swarm optimization », *IEEE transactions on magnetism*, vol. 44, no. 6, p. 894–897, 2008.
- [117] Ł. KNYPÍŃSKI, L. NOWAK, P. SUJKA et K. RADZIUK, « Application of a pso algorithm for identification of the parameters of jiles-atherton hysteresis model », *Archives of Electrical Engineering*, vol. 61, no. 2, p. 139–148, 2012.
- [118] S. CHEKROUN, B. ABDELHADI et A. BENOUDJIT, « A new approach design optimizer of induction motor using particle swarm algorithm », *Modelling, Measurement and Control A*, vol. 87, no. 2, p. 89–108, 2014.
- [119] J. A. NELDER et R. MEAD, « A simplex method for function minimization », *The computer journal*, vol. 7, no. 4, p. 308–313, 1965.
- [120] J. C. LAGARIAS, J. A. REEDS, M. H. WRIGHT et P. E. WRIGHT, « Convergence properties of the nelder–mead simplex method in low dimensions », *SIAM Journal on optimization*, vol. 9, no. 1, p. 112–147, 1998.
- [121] A. MORAGLIO et J. TOGELIUS, « Geometric nelder-meade algorithm for the permutation representation », in *IEEE Congress on Evolutionary Computation*, p. 1–8, IEEE, 2010.
- [122] M. TRAPANESE, « Identification of parameters of the jiles–atherton model by neural networks », *Journal of Applied Physics*, vol. 109, no. 7, p. 07D355, 2011.

- [123] I. CHOUIDIRA, D. KHODJA et S. CHAKROUNE, « Induction machine faults detection and localization by neural networks methods. », *Rev. d'Intelligence Artif.*, vol. 33, no. 6, p. 427–434, 2019.
- [124] B. M. SAID, K. D. EDDINE et C. SALIM, « Artificial neuron network based faults detection and localization in the high voltage transmission lines with mho distance relay », *Journal Européen des Systèmes Automatisés*, vol. 53, no. 1, p. 137–147, 2020.
- [125] D. C. JILES, « Frequency dependence of hysteresis curves in conducting magnetic materials », *Journal of Applied Physics*, vol. 76, no. 10, p. 5849–5855, 1994.
- [126] G. T. RADO, « Magnetic spectra of ferrites », *Reviews of Modern Physics*, vol. 25, no. 1, p. 81, 1953.
- [127] M. YAKHLEF, *Développement d'un Code de Calcul des Phénomènes Electromagnétiques par la Méthode des Eléments Finis dans les Structures Electrotechniques-L'hystérésis Magnétique Sous l'Effet des Contraintes Magnétique et Mécanique*. Thèse doctorat, Université de Batna 2, 2016.
- [128] M. HAMIMID, S. MIMOUNE et M. FELIACHI, « Hybrid magnetic field formulation based on the losses separation method for modified dynamic inverse jiles–atherton model », *Physica B : Condensed Matter*, vol. 406, no. 14, p. 2755–2757, 2011.
- [129] S. E. ZIRKA, Y. I. MOROZ, R. G. HARRISON et K. CHWASTEK, « On physical aspects of the jiles-atherton hysteresis models », *Journal of Applied Physics*, vol. 112, no. 4, p. 043916, 2012.
- [130] A. BAGHEL, S. SHEKHAWAT, S. KULKARNI et I. SAMAJDAR, « Modeling of dynamic hysteresis for grain-oriented laminations using a viscosity-based modified dynamic jiles–atherton model », *Physica B : Condensed Matter*, vol. 448, p. 349–353, 2014.
- [131] L. RIGHI, N. SADOWSKI, R. CARLSON, J. BASTOS et N. BATISLSLA, « A new approach for iron losses calculation in voltage fed time stepping finite elements », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 37, no. 5, p. 3353–3356, 2001.
- [132] H. NAUS, « Ferromagnetic hysteresis and the effective field », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 38, no. 5, p. 3417–3419, 2002.
- [133] U. ANNAKAGE, P. MCLAREN, E. DIRKS, R. JAYASINGHE et A. PARKER, « A current transformer model based on the jiles-atherton theory of ferromagnetic hysteresis », *IEEE transactions on power delivery*, vol. 15, no. 1, p. 57–61, 2000.
- [134] Z. WLODARSKI, « The jiles-atherton model with variable pinning parameter », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 39, no. 4, p. 1990–1992, 2003.
- [135] M. TOMAN, G. STUMBERGER et D. DOLINAR, « Parameter identification of the jiles–atherton hysteresis model using differential evolution », *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 44, no. 6, p. 1098–1101, 2008.
- [136] I. BELGASMI et M. HAMIMID, « Accurate hysteresis loops calculation under the frequency effect using the inverse jiles-atherton model », *Advanced Electromagnetics*, vol. 9, no. 2, p. 93–98, 2020.
- [137] S. E. ZIRKA, Y. I. MOROZ, P. MARKETOS et A. J. MOSES, « A viscous-type dynamic hysteresis model as a tool for loss separation in conducting ferromagnetic laminations », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 41, no. 3, p. 1109–1111, 2005.
- [138] I. MAYERGOYZ et C. SERPICO, « Frequency scaling of excess hysteresis losses », *IEEE transactions on magnetics*, vol. 36, no. 5, p. 3192–3194, 2000.

- [139] S. ZIRKA, Y. I. MOROZ, P. MARKETOS et A. J. MOSES, « Modelling losses in electrical steel laminations », *IEE Proceedings-Science, Measurement and Technology*, vol. 149, no. 5, p. 218–221, 2002.
- [140] S. ZIRKA, Y. MOROZ, P. MARKETOS et A. MOSES, « Novel approach to modelling losses in electrical steel laminations », in *The Fourth International Conference on Computation in Electromagnetics, 2002. CEM 2002 (Ref. No. 2002/063)*, p. 2–pp, IET, 2002.
- [141] S. ZIRKA, Y. MOROZ, P. MARKETOS et A. J. MOSES, « Dynamic hysteresis modelling », *Physica B : Condensed Matter*, vol. 343, no. 1-4, p. 90–95, 2004.
- [142] R. M. BOZORTH, *Ferromagnetism*. IEEE Magnetics Society, 1993.
- [143] E. GYORGY, « Rotational model of flux reversal in square loop soft ferromagnets », *Journal of Applied Physics*, vol. 29, no. 3, p. 283–283, 1958.
- [144] A. PIROGOV et Y. SHAMAEV, « Magnetic cores for devices of automatics and computer engineering », *Moscow, Russia : Energy*, 1973.
- [145] D. NITZAN, « Computation of flux switching in magnetic circuits », *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 1, no. 3, p. 222–234, 1965.
- [146] M. ROZENBLAT, « Magnetic elements of automatic devices and computers », *Moskva : Nauka*, 1974.
- [147] S. C. CHAPRA et R. P. CANALE, *Numerical methods for engineers*, vol. 1221. McGraw-hill New York, 2011.