

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHESCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME DE
MASTER EN EN GENIE ELECTRIQUE

SPECIALITE: AUTOMATIQUE

THEME

**Commande Robuste H_{∞} : Application aux Machines
Electriques**

Proposé et dirigé par :
Mr. OUBABAS Hocine

Présenté par
BACHIRI Sara

Année Universitaire : 2015/2016

N° d'ordre : AUT_197

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au département génie électrique M'sila.

Mes remerciements vont tout d'abord à Dieu tout puissant pour la volonté, la santé et la patience, qu'il nous a donnée durant toutes ces longues années.

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance et nos chaleureux remerciements à notre promoteur Monsieur **OUBABAS Hocine**

Qui nous a guidé et orienté tout au long de la réalisation de ce travail en prodiguant ses précieux conseils et ses vifs encouragements et surtout sa gentillesse.

Nos sincères remerciements aux messieurs les membres du jury pour l'honneur qu'ils me font en participant au jugement de ce travail.

Nous tenons à remercier vivement toutes personnes qui nous ont aidé à élaborer et réaliser ce mémoire, ainsi à tous ceux qui nous ont aidés de près ou de loin à accomplir ce travail.

Nos remerciements vont aussi à tous les enseignants du département de génie électrique qui ont contribué à notre formation.

Enfin nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amis et collègues pour le soutien tout moral et matériel...

Dédicaces

Je dédie ce modeste travail

A ma très chère mère source de tendresse

qui m'encourage dans les instants délicats

A mes chères sœurs

(Imen, Basma, Nouha)

A mon cher frère

(Mohamed)

A toute ma famille

A tous mes amis

Table des matières

Table des matières	I
Liste des figures	IV
Nomenclatures	V
Introduction générale	1

Chapitre I

Etat de l'art sur la commande robuste

I.1. Introduction	3
I.2. Définitions et concepts	3
I.2.1. Robustesse d'un système	3
I.2.2. Robustesse en stabilité	3
I.2.3. BIBO stabilité	3
I.2.4. Stabilité interne	3
I.2.5. Robustesse en performance	4
I.3. Valeurs et valeurs singulières	4
I.3.1 Valeur propre d'une matrice	4
I.3.2. Valeur singulière d'une matrice	4
I.4. Normes H ₂ et H _∞	5
I.4.1. Norme d'un vecteur	5
I.4.2 .Norme d'un système	5
I.4.3. Norme H ₂ d'un système	5
I.4.4. Norme H _∞ d'un système	6
I.5. Théorème du petit gain	6
I.6. Fonction de sensibilité	6
I.7.1. Les Insertitude non structurer	7
I.7.2. Les Insertitudes structure	8
I.8. Les différents types de commande robuste	9
I.8.1. Commande H ₂	9
I.8.2. Commande H _∞	9
I.8.3. La commande LQ	10
I.8.4. La commande LQG	11
I.8.5. La commande prédictive	12
I.8.6. Backstepping	13
I.8.7 Logique Flou	14
I.8.7.1. Principe de la logique floue	14
I.8.8 Commande par mode de glissant	16
I.8.8.1 Objectif de la commande par mode glissant	16
I.8.8.2 Théorie de la commande par mode de glissement	16

I.6. Conclusion	18
-----------------------	----

Chapitre II

Synthèse H^∞

II.1. Introduction	19
II.2. Quelques rappels	19
II.2.1. La forme standard	19
II.2.2. Définition de la norme H^∞	20
II.2.3. Le problème H^∞ standard.	21
II.2.3.1. Problème H^∞ optimal	21
II.2.3.2. Problème H^∞ sous optimal	21
II.2.4. Méthodes de résolution	21
II.2.4.1. Représentation d'état du système.....	21
II.2.4.2. Résolution du problème H^∞ standard par équation de Riccati	22
II.2.4.3. Solution générale du problème H^∞ standard.	23
II.2.4.4. Normalisation	24
II.2.4.5. Résolution du problème H^∞ par LMI	25
II.2.5. Synthèse H^∞ pondérée	26
II.3. Conclusion.....	27

Chapitre III

Application aux Machines Electriques : MSAP

III.1. Introduction.....	33
III.2. Modélisation de la MSAP	33
III.2.1. Structure générale de la MSAP	33
III.2.2. Hypothèse simplification	34
III.2.3. Mise en équation de la machine.	34
III.2.3.1. Equation électrique	34
III.2.3.2. Modèle de la MSAP dans le repère de Park	35
III.2.3.3. Equation des tensions	36
III.2.3.4. Equation de flux	37
III.2.4. Expression du couple électromagnétique	37
III.2.5. L'équation mécanique	37
III.3. Bloc de simulation de la MSAP	37
III.4. Résultats de simulation	38
III.5. Interprétation des Résultats de simulation	39
III.6. Commande Vectorielle de la MSAP	40
III.6.1. Principe de la commande Vectorielle	40
III.6.2. Mise en œuvre des stratégies de commande Vectorielle de la MSAP	41
III.6.3. Calcul des régulateurs	41
III.6.3.1. Régulation du courant	41
III.6.3.2. Calcul des paramètres du régulateur PI	42

III.6.3.3.Régulation du courant I_q	43
III.6.3.4.Régulation de vitesse	43
III.6.4.Bloc de simulation de la command Vectorielle de la MSAP _.....	45
III.6.5.Résultat de simulation _.....	47
III.6.6.Interprétation.....	47
III.7.Commande Robuste par controleur H_∞ de la vitesse de la MSAP	48
III.7.1.Schéma bloc globale d'une régulation de vitesse de la MSAP par un régulateur de type H_∞	48
III.7.2.Résultats de simulation.....	49
III.7.3.Interprétation.....	50
III.8.Etude comparative	50
III.9. Conclusion	51
Conclusion Générale	53
Annexe	55
Référencesbibliographique	57
Résumé	

Liste des figures

FigureI.1. Système linéaire représenté par la fonction de transfert $G(s)$	5
FigureI.2. Schéma bloc d'un système asservi multi variable	6
FigureI.3. Représentation additive des incertitudes non structurées	7
FigureI.4. Représentation multiplicative des incertitudes non structurées	8
FigureI.5. Représentation des incertitudes structurées par blocs.....	8
FigureI.6. Représentation des Incertitudes structurées	8
FigureI.7. Forme standard d'un système.....	10
FigureI.8. Commandes prédictives	13
FigureI.9.a. Représentation les 2 variables (Grand et petit) par la logique booléenne	15
FigureI.9.b. Représentation les 2 variables (grand et petit) par la logique floue	15
FigureI.10. Modes de fonctionnement dans le plan de phase.....	16
FigureI.11. Glissement idéal.....	17
FigureI.12. Glissement réel	17
Figure.II.1. Problème sous forme standard	21
Figure.II.2. La forme standard normalisée.....	28
Figure.II.3. Filtre de pondération sur le système augmenté	31
Figure.III.1. Représentation d'une machine synchrone bipolaire à aimants permanents	33
Figure III.2. Schéma de simulation de la MSAP alimentée en	38
Figure.III.3. Résultat de simulation de la MSAP en boucle ouvert de couple électromagnétique	38
Figure.III.4. Résultat de simulation de la MSAP en boucle ouvert de la vitesse.....	39
Figure.III.5. Résultat de simulation de la MSAP en boucle ouvert du courant I_d et I_q	39
Figure.III.6. Machine à courant continu.....	40
Figure.III.7. Machine Synchrone à Aimants Permanents.....	40
Figure.III.8. Boucle de régulation du courant I_d	41
Figure. III.9. Boucle de régulation du courant I_q	43
Figure .III.10. Boucle de régulation du la vitesse.....	43
Figure .III.11. Bloque de Simulation de la commande vectorielle de la MSAP.....	44
Figure .III.12. Résultat de simulation de la commande vectorielle du courant I_d	45
Figure .III.13. Résultat de simulation de la commande vectorielle du courant I_q	45
Figure .III.14. Résultat de simulation de la commande vectorielle de couple électromagnétique.....	45
Figure .III.15. Résultat de simulation de la commande vectorielle de la vitesse.....	46
Figure .III.16. Résultat de simulation de la commande vectorielle de la vitesse avec la référence.....	46
Figure .III.18. Résultat de simulation de la commande H_∞ du courant I_d	48
Figure .III.19. Résultat de simulation de la commande H_∞ du courant I_q	48
Figure .III.20. Résultat de simulation de la commande H_∞ de couple.....	49
Figure .III.21. Résultat de simulation de la commande H_∞ de la vitesse.....	49
Figure .III.22. Résultat de simulation de la commande H_∞ de la vitesse avec la référence.....	50

Nomenclatures

$h(t)$: réponse impulsionnelle.

r : Signal de consigne ou de référence.

σ : L'erreur réelle de suivi de référence.

u : Signal de commande.

y : La sortie à asservir.

σu : Perturbation sur la commande.

σy : Perturbation sur la sortie.

b : Bruit de mesure.

w : les entrées extérieures.

u : le vecteur de commande.

z : les sorties à optimiser.

v : les mesures disponibles utilisées par le contrôleur.

$f_l(p, k)$: Transformation Fractionnaire Linéaire inférieure (LFT).

R : Résistance d'un enroulement statorique.

I_{abc} : Les courants des phases statorique a, b, c.

λ_{abc} : Les flux produits par les phases statorique respectivement a, b, c.

V_{abc} : Les tensions des phases statoriques.

λ_{aa} : Flux propre de la phase (a) sur (a).

λ_{ba} : Flux mutuel de la phase (b) sur (a).

λ_{ca} : Flux mutuel de la phase (c) sur (a).

λ_{fa} : Flux mutuel de l'aimant sur la phase (a).

L_{sc} : L'inductance cyclique d'un enroulement statorique.

L_s : L'inductance propre d'une phase statorique.

M_s : Mutuelle inductance entre phases du stator.

L_d : Inductances d'axes directe.

L_q : Inductances d'axes quadrature.

J : moment d'inertie du rotor.

f : coefficient de frottement visqueux.

C_r : couple résistant de la charge.

p : Nombre de paires de pôles.

Introduction Générale

Introduction Générale

La théorie de la commande robuste des systèmes linéaires a connu un essor remarquable durant ces dernières années. La plupart des techniques de commande des systèmes linéaires sont basées sur la connaissance précise du modèle mathématique. Cependant, ceci n'est pas toujours possible car on est confronté à des imprécisions dues à la structure de modèle est toujours une simplification de la réalité, les paramètres du modèle sont entachés d'erreurs de mesure ou d'estimation, [1][2] Les paramètres peuvent varier avec le temps et le changement des conditions de fonctionnement modifie les valeurs des paramètres. Donc, puisqu'il est impossible de décrire précisément le comportement d'un procédé, l'idée de base est qu'il serait plus fructueux de considérer son modèle comme l'association d'un modèle nominal auquel on attache des incertitudes (structurées ou non structurées). Dans ce cas, la problématique de commande doit être abordée de façon à assurer la robustesse vis-à-vis de ces incertitudes [3]. Les méthodes classiques comme PI, PID ont prouvé leur efficacité dans de nombreux problèmes de régulation ou de poursuite pour les systèmes linéaires mais lorsque le système entaché à : des incertitudes, des perturbation ou des exigences sur les performances, dans ce cas, la commande classique devient insuffisante pour répondre aux performances exigées, et pour surmonter ces obstacles, l'utilisation des méthodes de commande avancées comme (la commande prédictive, commande linéaire quadratique, commande fréquentielle H_∞) est nécessaire [3, 4].

Le travail présenté dans ce mémoire porte sur la technique de commande robuste H_∞ .

La commande H_∞ (appelée encore commande fréquentielle avancée ou commande robuste multi variable) est une nouvelle approche de l'Automatique Fréquentielle, elle a été initiée par Zames au début des années 80 et développée, en particulier par Doyle, Glover, Khargonekar et Francis. Elle est devenue ces dernières années des méthodes phares de la « commande robuste » [1], [3], elle est utilisée pour la mise au point rapide de lois de commande robustes des systèmes linéaires stationnaires et multi variables. Elle prend une place de plus en plus importante parmi les méthodes de synthèse de contrôleurs. Dans cette approche, l'un des points intéressants est qu'elle permet de prendre en compte, à priori et explicitement, des spécifications fréquentielles et temporelles du cahier des charges, qui est ainsi traduit directement sous forme d'un critère mathématique à vérifier. Celui-ci est formulé en utilisant la norme H_∞ , d'où le nom qu'on donne à cette méthode de synthèse. La synthèse du contrôleur qui satisfasse ce critère se fait algorithmiquement par résolution du problème d'optimisation en exploitant la puissance de calcul des ordinateurs actuels [3].

La synthèse d'une loi de commande doit assurer de bonnes performances pour le modèle mais surtout pour le procédé qu'il représente. Cette philosophie conduit naturellement à l'introduction de la notion de robustesse, qui a donné naissance à toute l'automatique moderne. Dans les années 40, Bode et Nyquist ont proposé des méthodes fréquentielles capables de quantifier la robustesse d'un système linéaire à travers les notions de marge de gain et marge de phase. Dans les années 60, et par l'utilisation de représentation d'état et des techniques d'optimisation, des propriétés de robustesse intéressantes ont été montrées sur le régulateur LQG (Linéaires Quadratiques Gaussiens), malheureusement, ces correcteurs ont montré des faibles qualités de robustesse. Dans les années 80,

Doyle et Safonov ont proposé l'utilisation de la norme H_∞ , pour la synthèse d'une loi de commande H_∞ , cette dernière est un outil très intéressant pour analyser la robustesse en stabilité des systèmes vis-à-vis des variations paramétriques et le rejet des perturbations. [3]

La commande H_∞ possède plusieurs avantages parmi eux :

- La commande H_∞ prend en compte des spécifications temporelles et fréquentielle du cahier de charge.
- Le critère H_∞ est construit directement du cahier de charge (la traduction des spécifications en termes de gabarits fréquentielle correspond aux pondérations).
- Elle permet de synthétiser des correcteurs qui prennent en compte à la fois les spécifications robuste et les spécifications de performance.
- Elle permet de traiter simplement la commande des systèmes MIMO [1, 3].

Ce mémoire est donc organisé en trois parties de la façon suivante :

Dans le premier chapitre, Une introduction aux notions de base et à la commande robuste est présentée , en rappelant les principales techniques de commandes robustes telles que les commandes H_∞ , commande LQ, LQG, commande floue et commande par Backstepping.

Dans la deuxième chapitre nous avons présenté, l'approche de la commande H_∞ standard. Le problème à traiter a été mis sous forme standard. Cette formulation permet d'une part de représenter à la fois le système à contrôler et si nécessaire, les informations sur les objectifs de synthèse (sous forme des filtres de pondérations) et d'autre part, de régler le compromis entre les objectifs de stabilité et les objectifs de performances par le biais de ces filtres.

Le troisième et dernier chapitre comporte trois parties. La première partie, sera consacré à la modélisation détaillée de la machine synchrone à aimant permanent dans le repère (a b c) puis à l'aide de la transformation de Park on obtient le modèle dans le repère(d q) , cette étape est primordiale car, elle permet non seulement une meilleure connaissance de la machine mais aussi prépare efficacement le terrain à l'application des lois de commande que nous souhaitons mettre en place et elle permet l'observation et l'analyse des différentes évolutions de ses grandeurs électriques. Cette partie est terminée par la simulation et l'interprétation des résultats de simulation obtenus.

La deuxième partie fera l'objet du principe de la commande vectorielle (FOC) et son application à la MSAP. La théorie de cette commande permet d'assimiler la machine synchrone à aimant permanent à une machine à courant continu à excitation séparée. .

Dans la troisième et dernière partie, nous allons concevoir un contrôleur basé sur la synthèse H_∞ afin de réguler la vitesse du MSAP et comparer ses performances à celles d'un contrôleur classique PI. Nous allons montrer l'efficacité du contrôleur H_∞ conçu et sa robustesse lors des variations paramétriques du modèle du moteur et le rejet de perturbation.

Enfin, nous clôturons ce mémoire par une conclusion générale récapitulant son contenu avec quelques perspectives envisageables.

Chapitre I

Chapitre I

Etat de l'art sur la commande robuste

I.1. Introduction

La commande robuste est un type de commande qui vise à garantir les performances et la stabilité d'un système face à des perturbations du milieu et les incertitudes du modèle. En effet, le modèle mathématique qui modélise un système réel est une représentation qui vise à approximer au mieux, avec des hypothèses simplificatrices, le système qu'on veut commander. Il existe donc un écart entre le comportement observé du système réel et son modèle interne. La commande robuste vise à déterminer une loi de commande qui soit capable de garantir des critères de performance et stabilité pour un système dont le modèle varie autour du modèle théorique ou nominal. Par la même approche, on peut rendre le système robuste face aux perturbations extérieures (par exemple, une rafale de vent sur un avion de ligne) qui en somme peuvent être considérées comme une modification du modèle interne [3].

I.2 Définitions et concepts

I.2.1 Robustesse d'un système

Robustesse en stabilité : analyse de stabilité d'un système soumis à des incertitudes de modèle. Si le système est stable quelles que soient les incertitudes modélisées, il est dit robuste en stabilité à ces incertitudes. Afin de faciliter l'étude sur la stabilisation des systèmes non linéaires, d'abord, nous présentons des notions générales relatives à la stabilité des systèmes. Puis, nous énonçons deux théorèmes utilisés pour assurer la stabilité asymptotique, les théorèmes de Lyapunov [3].

I.2.2 Robustesse en stabilité

La robustesse en stabilité est obtenue si le procédé bouclé par la commande reste stable même si le modèle utilisé dans les calculs ne correspond pas à la réalité [3] [4].

I.2.3 BIBO stabilité

L'intérêt de cette notion est de caractériser le comportement externe du système. Cette notion exige que l'énergie des signaux de sortie soit bornée dès que l'énergie fournie en entrée est bornée.

Définition [5]

Le système qui comme réponse impulsionnelle $g(t)$ est BIBO stable si $\exists k \in \mathbb{R}$ telle que

$$\int_0^{\infty} g(t) dt \leq k \quad (\text{I.1})$$

$\tau \leq k < \infty$ où : τ si les pôles P_i de la forme irréductible de $G(s)$ sont telle que

$\text{Re}(P_i) < 0 \forall i$ en terme de fonction de sensibilité la stabilité BIBO ; correspond à la stabilité de la fonction

$$T = G K (I + G K) \quad (\text{I.2})$$

I.2.4 stabilité interne

Cette notion de stabilité exige au tout les signaux circulant dans la boucle soient l'énergie finie cette notion et la plus restrictive et plus important en pratique, puis que les composants à l'intérieur de la boucle sont également sensible à l'énergie infinie.

Définition :

un système linéaire à temps invariant est stable d'une manière si et seulement si : A est asymptotiquement stable c.à.d.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0 \quad \text{si et seulement si : les valeurs propres de A sont telles que :}$$

Re($\lambda_i(A)$) < 0 en terme de fonction de sensibilité la stabilité interne exige la stabilité des quatre fonctions suivantes [5][6][7] : S, T, K, S et

$$G(I+KG)^{-1}$$

I.2.5 robustesse en performance

Analyse de performance d'un système soumis à des incertitudes de modèle. Si le système respecte les spécifications de performance quelles que soient les incertitudes modélisées, il est dit robuste en performance à ces incertitudes.

L'analyse de la robustesse en performance cherche à établir si le système maintient les performances prévues pour les variations attendues des paramètres [4].

I.3 valeurs et valeurs singulières

I.3.1 valeur propre d'une matrice [5]

On dit que $\lambda \in \mathbb{C}$ est une valeur propre de la matrice $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ si et seulement si :

$$\text{Déterminant } (\lambda I_n - A) = 0 \tag{I.4}$$

I.3.2 Valeurs singulières d'une matrice

Toute matrice $A \in \mathbb{C}^{n \times m}$ peut se décomposer en valeurs singulières

$$A_{n \times m} = V_{n \times n} \Sigma_{n \times m} W_{m \times m}^H$$

V et W sont des matrices unitaires c.à.d.

$V V^H = I_n = V^H V$ et $W W^H = I_m = W^H W$ si : $q = \min\{m, n\}$ alors :

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \delta_1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & 0 \\ 0 & \dots & \delta_q & 0 \end{pmatrix} \quad \text{si } q=m \ (m < n) \tag{I.6}$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \delta_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \delta_q \\ \hline 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{si } q=n \ (n < m) \tag{I.7}$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \delta_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \delta_q \end{pmatrix} \quad \text{si } m=n \quad (\text{I.8})$$

Le δ_i sont les valeurs singulières de A ces valeurs sont réelles positive ou nulles le range de la matrice A est égale au nombre de valeurs singulières non nulles [4, 5, 7].

I.4 Normes H2 et H ∞

I.4.1 Norme d'un vecteur [5]

$$\text{Soit : } x = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^n$$

$$\text{La norme d'ordre } P \text{ de } x \text{ est donnée par : } \|X\|_p = \left\{ \sum_{i=1}^n |X_i|^p \right\}^{\frac{1}{p}} \quad (\text{I.9})$$

I.4.2 Norme d'un système [2][5]

Soit un système linéaire représenté par la fonction de transfert G(s)



Figure I.1 système linéaire représenté par la fonction de transfert G(s).

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (\text{I.10})$$

$$G(s) = C (SI - A)^{-1} B + D \quad (\text{I.11})$$

(Si D=0 \implies G(s) strictement propre)

I.4.3 Norme H2 d'un système [10] [5]

cas SISO :

$$\|g\|_{H_2} = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} (g(jw))^2 dw \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.12})$$

$$\|g\|_{H_2} = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} h^2(t) dt \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.13})$$

avec $h(t)$: réponse impulsionnelle

$$h(t) = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-j\omega}^{+j\omega} g(-s)g(s)ds \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.14})$$

la norme H2 représente l'énergie totale en réponse à $h(t)$

cas MIMO :

$$\|g\|_{H_2} = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |g'(j\omega)g(j\omega)| d\omega \right\}^{\frac{1}{2}} = \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{trace}(G^H(j\omega)G(j\omega)) d\omega \right\}^{\frac{1}{2}}$$

I.4.4 Norme H_∞ d'un système [2, 5, 7]

cas SISO :

$$\|g\|_{H_\infty} = \max(|g(j\omega)|) \quad (\text{I.15})$$

cas MIMO :

$$\|G\|_{H_\infty} = \sup \sigma(G(j\omega)) = \sup \sqrt{\lambda(G'(-j\omega)G(j\omega))} \quad (\text{I.16})$$

I.5 Théorème du petit gain

Le théorème du petit gain présente un résultat extrêmement important pour étudier la stabilité en boucle fermée, il se base sur la notion de norme des systèmes. C'est une méthode plus restrictive mais aussi plus légère à mettre en œuvre, elle donne une condition suffisante facile à tester qui permet de conclure à la stabilité interne [4].

Théorème : (théorème du petit gain) :

Etant donné un asservissement à retour unitaire stable en boucle ouverte alors le système en boucle fermée est stable si : $\|L\|_\infty = \max \sigma^-(L(j\omega)) < 1 \forall \omega$ (I.17)

Où σ^- est la valeur singulière maximale de $L(j\omega) = K*G$ (I.18)

Calculée à la pulsation ω . [5]

I.6 Fonction de sensibilité

Considérons le schéma typique de la configuration d'un système en boucle fermée représenté par la (Figure I.2) où $G(s)$ représente le modèle du système à commander et $K(s)$ le contrôleur dont le rôle est de générer les commandes à appliquer à partir des sorties observées et des signaux de référence [5, 7].

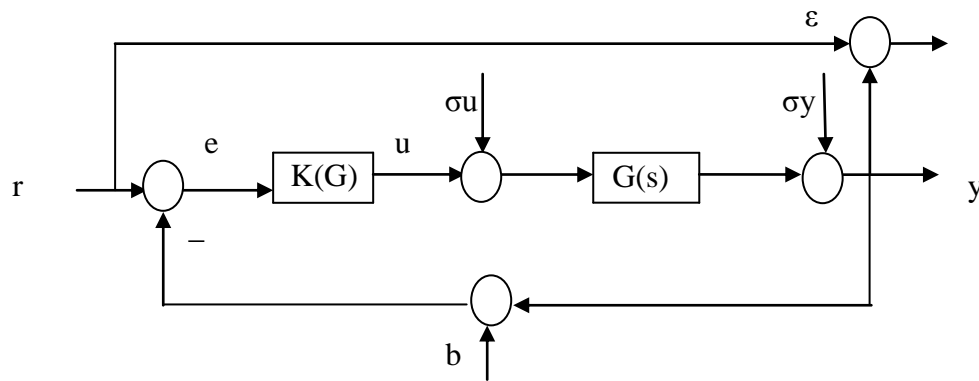


Figure I.2 schéma bloc d'un système asservi multi variable

- r : Signal de consigne ou de référence
- σ : L'erreur réelle de suivi de référence
- u : Signal de commande
- y : La sortie à asservir
- σu : Perturbation sur la commande
- σy : Perturbation sur la sortie
- b: Bruit de mesure

A partir de ce schéma fonctionnel on peut mettre en évidence un certain nombre de transferts en boucle fermée, qui peuvent être intéressants à considérer. Ce sont des transferts entre les signaux exogènes d'entrées et les signaux de commande et de sortie. Pour ce la, nous écrivons les relations entre les différents signaux :

$$\varepsilon(s) = T_{r\varepsilon} .r(s) + T_{\sigma u\varepsilon} .\sigma u(s) + T_{\sigma y\varepsilon} .\sigma y(s) + T_{b\varepsilon} .b(s) \quad (I.19)$$

$$y(s) = T_{ry} .r(s) + T_{\sigma uy} .\sigma u(s) + T_{\sigma yy} .\sigma y(s) + T_{by} .b \quad (I.20)$$

$$u(s) = T_{ru} .r(s) + T_{\sigma uu} .\sigma u(s) + T_{\sigma yu} .\sigma y(s) + T_{bu} .b(s) \quad (I.21)$$

La fonction $T_{ij}(s)$ indique le transfert entre le signal d'entrée i et le signal de sortie j .

Dans le cas d'un système SISO, quatre transferts différents sont nécessaire pour d'écrire complètement le système bouclé. Ils s'écrivent en fonction de K et G de la façon suivante :

$$T_{r\varepsilon}(s) = [1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (I.22)$$

$T_{r\varepsilon}(s)$: Est souvent notée $S(s)$ et appelée fonction de sensibilité

$$T_{ry}(s) = K(s)G(s)[1 + K(s)G(s)]^{-1} \quad (I.23)$$

$T_{ry}(s)$: Est souvent notée $T(s)$ et appelée fonction de transmission (car elle relie l'entrée de consigne à la sortie). Elle est aussi nommée fonction de sensibilité complémentaire car on a la relation : [5, 7]

$$S(s) + T(s) = \frac{1}{1 + G(s)K(s)} + \frac{G(s)K(s)}{1 + G(s)K(s)} = 1 \quad (I.24)$$

$$T_{ru}(s) = K(s) [1 + K(s)G(s)]^{-1} \tag{I.25}$$

$$T_{\sigma u}(s) = k(s) [1 + K(s)G(s)]^{-1} \tag{I.26}$$

I.7.1 Incertitudes non structurées

La représentation de ces incertitudes reflète notre connaissance des phénomènes physiques qui les causent et notre capacité à les représenter sous forme simple et facile à manipuler. Nous distinguons plusieurs méthodes de représentation de ces incertitudes :

$G(s)$, $G_p(s)$ et $\Delta(s)$ désignent respectivement la matrice de transfert du système nominal, perturbé et de la perturbation.

- Incertitudes additives:

Elles représentent, en général, des incertitudes absolues par rapport au modèle nominal. Cette représentation est souvent utilisée pour modéliser des dynamiques ou des non linéarités négligées [4].

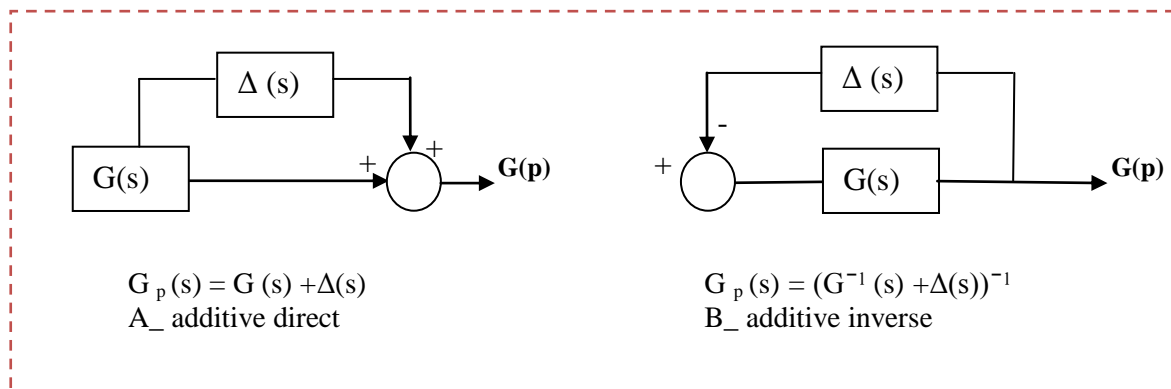


Figure I. 3 Représentation additive des incertitudes non structurées.

- Incertitudes multiplicatives:

Elles permettent de définir les écarts en termes de variation par rapport au modèle nominal. Elles peuvent être introduites sous forme multiplicative en entrée ou en sortie. Elles peuvent être prises en considération sous forme directe ou inverse. Les formes multiplicatives en entrée sont généralement utilisées pour prendre en compte les erreurs de modélisation des actionneurs ou du convertisseur alimentant la machine. Les incertitudes multiplicatives en sortie modélisent généralement les défauts des capteurs de mesure [4].

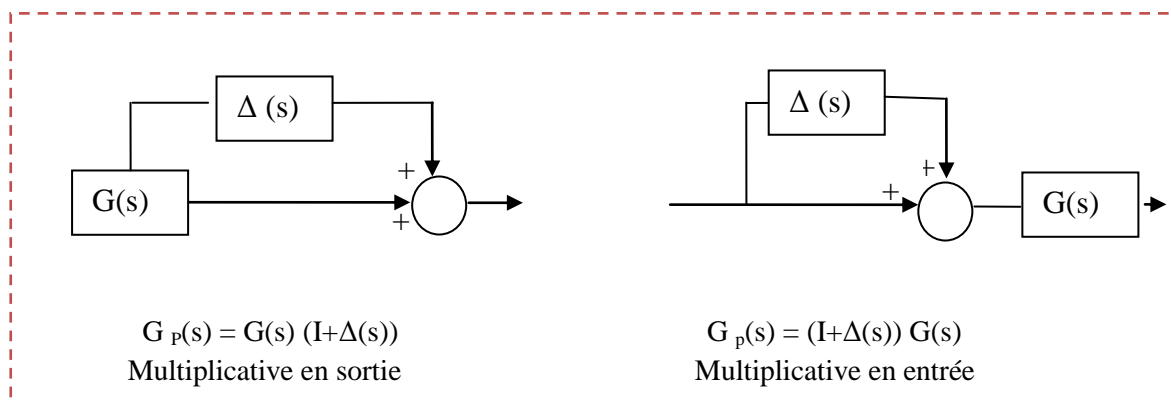


Figure I.4 Représentation multiplicative des incertitudes non structurées.

I.7.2 Incertitudes structurées

Contrairement aux incertitudes non structurées, confinées toutes dans un seul bloc où la seule information disponible est sa norme, les incertitudes structurées permettent, de tenir compte de chaque type d'incertitude, paramétrique ou autre, aux différents points de notre système. Dans le cas des incertitudes paramétriques, les blocs Δ_i peuvent être mis sous la forme $\text{diag} \{ \delta_1, \dots, \delta_r \}$. Cette méthode de représentation est bien adaptée à la représentation des incertitudes paramétriques de la machine asynchrone [4].

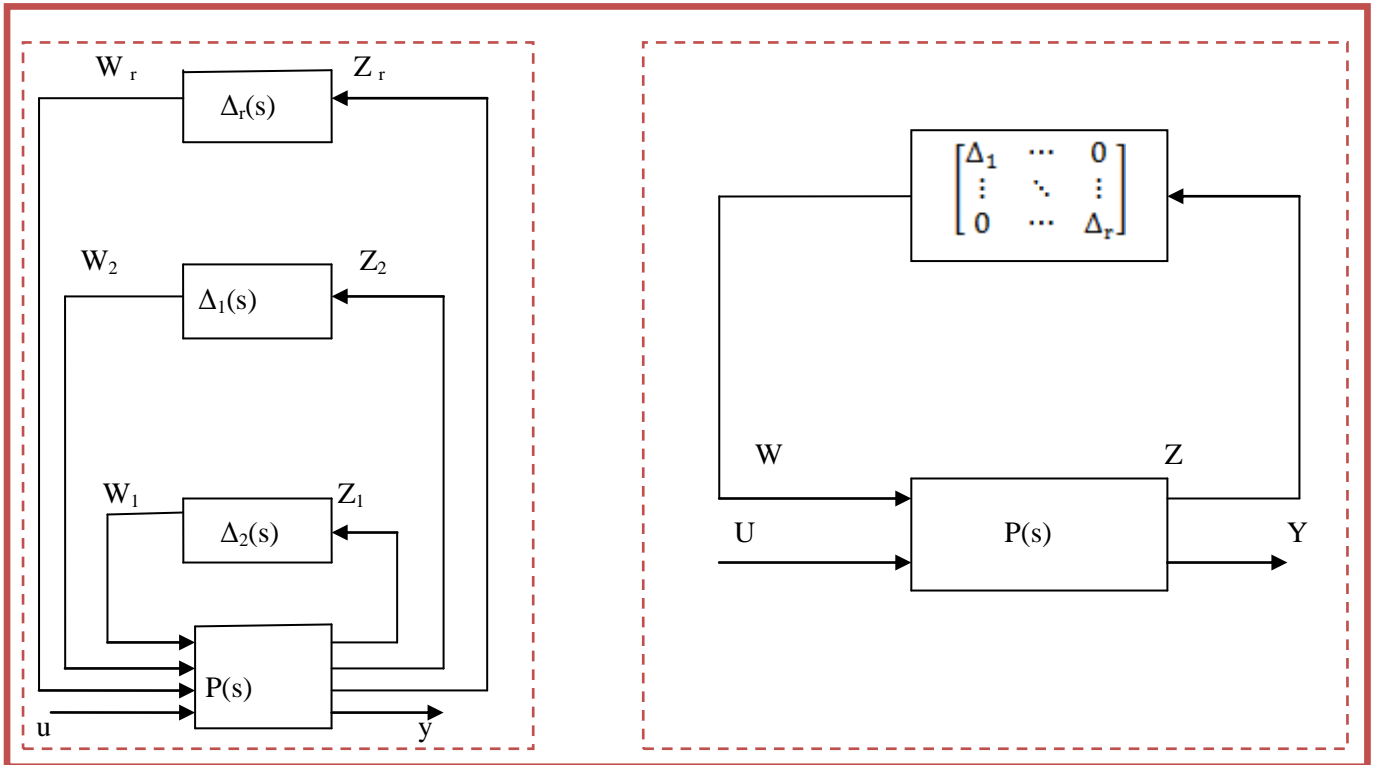


Figure I.5 Représentation des incertitudes structurées par blocs.

Figure I.6 Représentation des Incertitudes structurées

I.8 Différents types de commande robuste

I.8.1 Commande H2

Le problème de synthèse H_2 consiste à trouver $K(s)$ stabilisant et minimisant le transfert $G_{zw}(s)$ au sens de la norme H_2 qui s'exprime par [5] :

$$\|G_{zw}\|_{H_2} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{trace}(G_{zw}^t(-j\omega)G(j\omega))d\omega} \tag{I.27}$$

Dans le domaine fréquentiel ou :

$$\|G_{zw}\|_{H_2} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \text{trace}(Z^t(t)Z(t))dt} \tag{I.28}$$

Soit le système dynamique LTI qui se met sous forme :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ z \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ w \\ u \end{pmatrix} \quad (\text{I.29})$$

Ce système peut se mettre sous la forme fonction de transfert [14]:

$$\begin{pmatrix} z(s) \\ y(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w(s) \\ u(s) \end{pmatrix} \quad (\text{I.30})$$

$$\text{Avec : } G_{11}(s) = GZ\omega(s) = D_{11} + C_1(SI - A)^{-1} B_1 \quad (\text{I.31})$$

$$G_{12}(s) = D_{12} + C_1(SI - A)^{-1} B_2 \quad (\text{I.32})$$

$$G_{21}(s) = D_{21} + C_2(SI - A)^{-1} B_1 \quad (\text{I.33})$$

$$G_{22}(s) = D_{22} + C_2(SI - A)^{-1} B_2 \quad (\text{I.34})$$

I.8.2 commande H_∞

La synthèse H_∞ est une méthode qui sert à la conception de commandes optimales. Il s'agit essentiellement d'une méthode d'optimisation, qui prend en compte une définition mathématique des contraintes en ce qui concerne le comportement attendu en boucle fermée. La commande H_∞ a pour principal avantage la capacité d'inclure dans un même effort de synthétisation les concepts liés à la commande classique et à la commande robuste [1].

Le mot « optimal » est utilisé dans son sens strictement mathématique car la commande synthétisée est celle qui minimisera l'effet des entrées/sorties du système, ce qui peut être vu comme "non optimal" par les opérateurs (l'optimisation étant relative à l'objectif recherché).

Le « infini » dans H_∞ signifie que ce type de commande est conçu pour imposer des restrictions de type minimax au sens de la théorie de la décision (minimiser la perte maximale possible) dans le domaine fréquentiel. La norme H_∞ d'un système dynamique est l'amplification maximale que le système peut exercer sur l'énergie du signal d'entrée. Dans le cas d'un système MIMO, ceci équivaut à la valeur singulière maximale du système, ce qui, dans le cas SISO, se traduit par la valeur maximale de l'amplitude de sa réponse fréquentielle [8, 9].

Formulation du problème :

Considérant le système représenté par la forme standard suivante:[8]

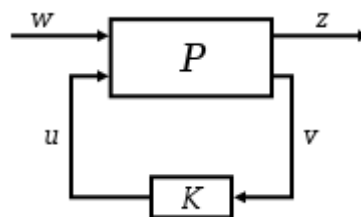


Figure. I.7. Forme standard d'un système

Le système P possède deux entrées:

w : représente les entrées extérieures, notamment le vecteur de consigne de commande, les perturbations et les bruits,

u : représente le vecteur de commande ;

Et deux sorties :

z : les sorties à optimiser pour avoir un bon comportement de la commande

v : les mesures disponibles utilisées par le contrôleur pour calculer la commande.

Toutes ces données sont d'une façon générale des vecteurs et \mathbf{P} et \mathbf{K} sont des matrices.[8][9]

Le système précédent peut s'écrire sous la forme:

$$\begin{pmatrix} z \\ v \end{pmatrix} = p(s) \begin{pmatrix} w \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w \\ u \end{pmatrix} \quad (\text{I.35})$$

$$u = k(s) v \quad (\text{I.36})$$

Il est alors possible d'exprimer la relation entre z et w par:

$$Z = F_L(P, K) \omega \quad (\text{I.37})$$

Où F_L est appelé la "Transformation Linéaire Fractionnaire" (LFT) définie par:

$$F_L(P, K) = P_{11} + P_{12} K (I - P_{22} K)^{-1} P_{21} \quad (\text{I.38})$$

L'objectif de la synthèse H_∞ est de trouver le contrôleur K tel que la norme H_∞ de $F_L(P, K)$ soit minimum. La norme H_∞ de la matrice de fonctions de transfert $F_L(P, K)$ est définie par:

$$\|F_L(P, K)\|_\infty = \sup \bar{\sigma}(F_L(P, K)(j\omega)) \quad (\text{I.39})$$

où $\bar{\sigma}$ est la valeur singulière maximale de la matrice $F_L(P, K)(j\omega)$.

Il existe plusieurs méthodes permettant le calcul et l'optimisation de la norme H_∞ :

- méthode basée sur la résolution des équations de Riccati ;
- méthode(s) basée sur les Inégalités matricielles linéaires ;
- méthode utilisant la paramétrisation de Youla.

I.8.3 La commande LQ [5]

La commande LQ est une commande optimale au sens de la minimisation d'un critère quadratique.

Considérons un système linéaire qui se met sous la forme

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y = Cx(t) \end{cases} \quad (\text{I.40})$$

Avec : $x \in \mathbb{R}^n$, $U \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$

Le problème de la commande LQ, consiste à calculer un retour d'état stabilisant optimal au sens du compromis rapidité _ énergie de commande il s'agit donc, de trouver la matrice de gain de retour d'état K tel que :

$$U(t) = -K x(t) \quad (\text{I.41})$$

$$\text{Et de le critère LQ : } JQ = \int_0^{+\infty} (x^t Q x(t) + U^t(t) R(t) dt) \quad (\text{I.42})$$

Soit le critère LQ : minimum, avec : $R > 0$, $Q \geq 0$.

La commande par retour d'état qui stabilise le système et minimise le critère LQ :

$$U(t) = -R(t)^{-1} B^t P_c X(t) \quad (\text{I.43})$$

$$\text{Avec : } K = -R(t)^{-1} B^t P_c \quad (\text{I.44})$$

P_c : la solution positive de système que de l'équation de riccati suivent :

$$P_c A + A^t P_c - P_c B R^{-1} B^t P_c + Q = 0 \quad (\text{I.45})$$

I.8.4 La commande LQG

La **Commande linéaire quadratique gaussienne** dite commande LQG est une méthode qui permet de calculer le gain d'une commande par retour d'état dans un souci particulier de réduire les bruits blancs.[1]

La commande LQG réunit un contrôleur LQ (Linear Quadratic) et un estimateur de Kalman pouvant être calculé indépendamment suivant le principe de séparation. La commande LQ garantit une certaine robustesse de la boucle fermée, ce qui n'est pas le cas de la boucle LQG.

Caractère optimal :

Si on considère le système suivant:

$$\dot{X}(t) = A(t)x(t) + B(t) u(t) + v(t) \quad (\text{I.46})$$

$$Z(t) = C(t) x(t) + w(t)$$

Où z est le vecteur de variables contrôlées; u est le vecteur de commande; v est un bruit blanc gaussien sur l'état et w un bruit blanc gaussien sur la sortie.

Le critère optimisé standard est de type temporel et permet d'opérer un compromis entre le temps de convergence et la consommation de commande :

$$J = \int_0^t (Z^t Q Z + U^t R u) dt \quad (\text{I.47})$$

Où: z est le vecteur de variables contrôlées; u est le vecteur de commande; Q et R sont des matrices de pondérations définies positives

La matrice $K(t)$ est appelée gain de Kalman du filtre de Kalman associée à la première équation. Ce filtre estime l'état du système $\hat{x}(t)$. Le gain de Kalman $K(t)$ est calculé à partir des matrices $A(t), C(t)$ et les deux matrices de covariances $V(t), W(t)$ des bruits blancs gaussiens $V(t)$ et $W(t)$ et de l'état initial $E(X(0) X^t(0))$. Le gain de Kalman est calculé par résolution de l'équation différentielle matricielle dite de Riccati [1].

$$\dot{p}(t) = A(t)P(t) + P(t) A^t(t) - P(t) C^t(t) W^{-1}(t) C(t) P(t) + V(t) \quad (\text{I.48})$$

$$P(0) = E(x(0) x'(0)) \quad (I.49)$$

La matrice $L(t)$ est le gain du correcteur LQ. Cette matrice est déterminée par les matrices $A(t)$, $B(t)$, $Q(t)$, $R(t)$ et F par résolution de l'équation de Riccati [5].

$$\dot{S}(t) = A'(t)S(t) + S(t)A(t) - S(t)B(t)R^{-1}(t)B'(t)S(t) + Q(t) \quad (I.50)$$

$$S(t) = F \quad (I.51)$$

$$\text{soit } 0 \leq t \leq T \text{ il vient } L(t) = R^{-1}(t)B'(t)S(t). \quad (I.52)$$

On peut observer la similarité entre les deux équations différentielles: la première est dans le sens de la flèche du temps tandis que la deuxième est à rebours. Cela vient de la dualité entre les problèmes de contrôle et d'estimation [1, 5].

Quand $A(t), B(t), C(t), Q(t), R(t)$ et les matrices de covariances $V(t), W(t)$ ne dépendent pas du temps, le contrôleur LQG est invariant dans le temps et les équations deviennent des équations de Riccati.

La commande LQG est optimale au sens de la norme H_2 . Pour faire le lien avec les techniques fréquentielles de type H_∞ : il est possible de réaliser une optimisation dans le domaine fréquentiel au sens de la norme H_2 sur le même schéma de synthèse d'une commande H_∞ . La synthèse H_2 peut être réalisée sur les mêmes entrées-sorties que la synthèse H_{∞} , tout juste sera-t-il nécessaire de régler les pondérations fréquentielles [1].

I.8.5 La commande prédictive

La commande prédictive peut être utilisée pour commander des systèmes complexes comportant plusieurs entrées et sorties où le simple régulateur PID est insuffisant. Cette technique est particulièrement intéressante lorsque les systèmes possèdent des retards importants, des réponses inverses et de nombreuses perturbations. Les principaux utilisateurs de la commande prédictive sont les raffineries de pétroles, l'industrie chimique et agro-alimentaire, la métallurgie, l'aérospatiale... Les principaux avantages de la commande prédictive sont les suivants : [1].

- L'idée générale est intuitive et facile à comprendre.
- Permet de respecter les contraintes sur les variables contrôlées et manipulées.
- Evite des variations excessives sur les variables manipulées, la commande est plus douce. Cela permet une meilleure utilisation des actionneurs (vérins, vannes, moteurs) et leur temps de vie est ainsi augmenté.
- En cas de perturbations mesurables, le système s'adapte automatiquement.
- Permet en général un réel gain financier.

La commande prédictive est un terme général qui englobe un ensemble de méthodes différentes (PFC, DMC, GPC, EPSAC, NLPC...). Néanmoins, toutes ces techniques utilisent la même philosophie de contrôle et le principe de fonctionnement est le même. Cette technique est utilisée en majorité par des industries employant des échanges thermiques dans leurs procédés (chimie, pétrochimie) [1].

Fonctionnement :

La commande prédictive réalise à chaque période d'échantillonnage du contrôleur les mêmes étapes :

- Calcul des prédictions des variables contrôlées jusqu'à un horizon de temps N_2 grâce au modèle interne.
- Élaboration d'une trajectoire de référence à suivre.
- Calcul de la future loi de commande à appliquer sur les variables manipulées jusqu'à un horizon temporel N_u .
- Seul le premier élément de la loi de commande calculée est appliqué sur le système au coup d'horloge suivant. Toutes ces étapes se répéteront ensuite, c'est le principe de l'horizon fuyant.

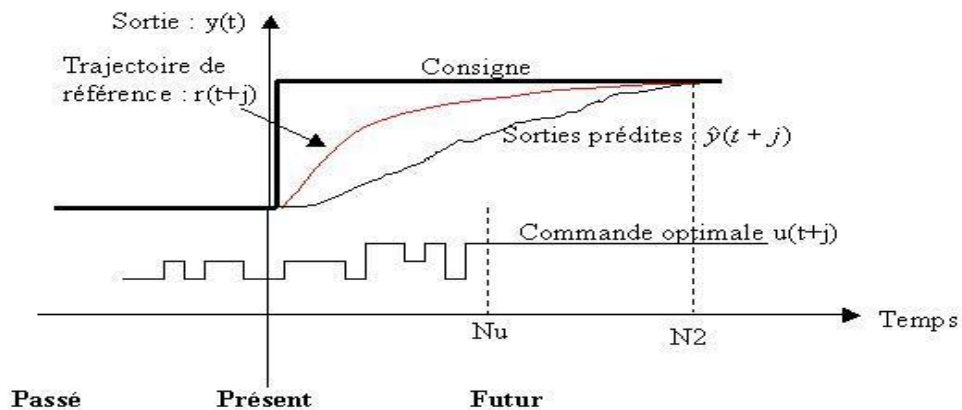


Figure. I.8. commandes prédictives

Elaboration de la commande :

Une fois les prédictions faites, on doit trouver la future séquence de commande à appliquer sur le système pour atteindre la consigne désirée en suivant la trajectoire de référence. Pour cela, on vient minimiser une fonction de coût qui diffère selon les méthodes mais généralement cette fonction contient les erreurs quadratiques entre la trajectoire de référence et les prédictions sur l'horizon de prédiction ainsi que la variation de la commande. Cette fonction de coût est la suivante lorsqu'il y a n variables à contrôler et m variables à manipuler : [1]

$$J = \sum_{k=1}^N \left(\sum_{i=1}^{j=N_2K} \gamma_k (y_k(t+j) - r_k(t+j))^2 \right) + \sum_{k=1}^m \left(\sum_{k=1}^{j=N_uK} \beta_k (\Delta k(t+j-1))^2 \right) \quad (I.53)$$

Les coefficients γ_k, β_k sont des pondérations qui permettent de donner plus d'importance à telle ou telle variable. On peut trouver la séquence optimale de contrôle analytiquement⁶ mais dans ce cas les contraintes ne sont pas prises en compte. C'est pourquoi on préfère résoudre ce problème grâce à un algorithme de programmation quadratique en temps réel qui minimise cette fonction en prenant en

compte différents types de contraintes sur les différentes variables. Les contraintes généralement utilisées sont les suivantes : [1]

Pour $j=1 \dots N_u$: $\Delta u_{\min} \leq \Delta u(t+j) \leq \Delta u_{\max}$

Pour $j=1 \dots N_u$: $u_{\min} \leq u(t+j) = u(t-1) + \sum_{i=1}^j \Delta u(t+i) \leq u_{\max}$

Pour $j=1 \dots N_2$: $y_{\min} \leq \hat{y}(t+j) \leq y_{\max}$

De cette manière on assure que l'on suivra au mieux la trajectoire de référence pour atteindre la consigne et que les différentes variables resteront dans leurs plages de fonctionnement (par exemple une vanne peut s'ouvrir de 0 % à 100 %, ni plus ni moins).[19]

I.8.6 Commande Backstepping [10]

La méthode de commande par backstepping est relativement récente dans la théorie de commande des systèmes non-linéaires. La technique du backstepping a été développée par Kanellakopoulos et al. (1991) et inspirée par les travaux de Feurer et Morse (1978) d'une part et Tsiniias (1989) et Kokotovii et Sussmann (1989) d'autre part. Il s'agit d'une technique de commande pour les systèmes non-linéaires permettant d'une manière séquentielle et systématique de construire des fonctions de Lyapunov stabilisantes. Pour que cette technique puisse être appliquée, le système non-linéaire doit être sous forme « strict feedback ».

La dérivée de chaque composante du vecteur d'état doit être une fonction des composantes précédentes et dépend additivement de la composante suivante.

Principe du backstepping

L'idée principale de cette stratégie de commande, est de concevoir d'une manière constructive une loi de commande pour le système non-linéaire en considérant quelques vecteurs d'états comme étant des commandes virtuelles, afin de garantir qu'une certaine fonction (de Lyapunov), soit positive, et que sa dérivée soit toujours négative. La méthode consiste à fragmenter le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués d'ordres décroissants. Le calcul de la fonction de Lyapunov s'effectue, ensuite, récursivement en partant de l'intérieur de la boucle. A chaque étape, l'ordre du système est augmenté et la partie non stabilisée lors de l'étape précédente est traitée. A la dernière étape, la loi de commande est trouvée. Celle-ci permet de garantir, en tout temps, la stabilité globale du système compensé tout en travaillant en poursuite et en régulation. Contrairement à la plupart des autres méthodes, le backstepping n'a aucune contrainte au niveau du type des non linéarités. À la fin, la loi de commande est obtenue pour le processus.

I.8.7 la commande à logique floue

Dans le domaine du génie électrique, la commande à logique floue a fait l'objet de plusieurs travaux : dans la commande des convertisseurs statiques et dans la commande des machines électriques [12, 13, 14], dans la navigation de robots mobiles [15, 16]. Toutes ces applications ont démontré qu'un régulateur à logique floue est plus robuste qu'un régulateur conventionnel [13, 17].

Les performances que la commande floue peut apporter par comparaison avec les commandes classiques, sont essentiellement dues à la méthode de conception de ces régulateurs. En effet, ces derniers ne

nécessitent pas la connaissance des modèles mathématiques du système. Par contre ils ont besoin d'un ensemble de règles basées essentiellement sur les connaissances d'un opérateur qualifié manipulant le système [11].

Afin de pouvoir appliquer la technique de la logique floue à la commande d'une machine électrique en vitesse et position et à la navigation d'un robot mobile dans un environnement inconnu, nous allons nous intéresser de plus près à cette technique. Dans ce contexte, on se limitera aux propriétés essentielles de la commande par logique floue qui n'utilise qu'une petite partie de toutes les règles existantes de la théorie de la logique floue.

I.8.7.1. Principe de la logique floue[11]

Une des caractéristiques du raisonnement humain est qu'il est généralement fondé sur des données imprécises ou même incomplètes. En effet les connaissances dont nous disposons sur un système quelconque sont généralement incertaines ou vagues, soit parce que nous avons un doute sur leur validité ou alors nous éprouvons une difficulté à les exprimer clairement.

Exemple : Soit E l'ensemble des tailles possible et A l'ensemble des grandes tailles. En logique booléenne, on est soit de petite taille, soit de grande taille. Si 170 cm est la frontière entre les deux, on est petit pour $x < 170$ cm et grand pour $x \geq 170$. Mais si l'on mesure 169 cm, on est petit !!!...cette discontinuité est totalement absurde (Figure I.9.a). Le plus correcte sera donc de représenter A par un ensemble flou permettant un passage progressif des tailles petites aux tailles grandes (Figure I.9.b).

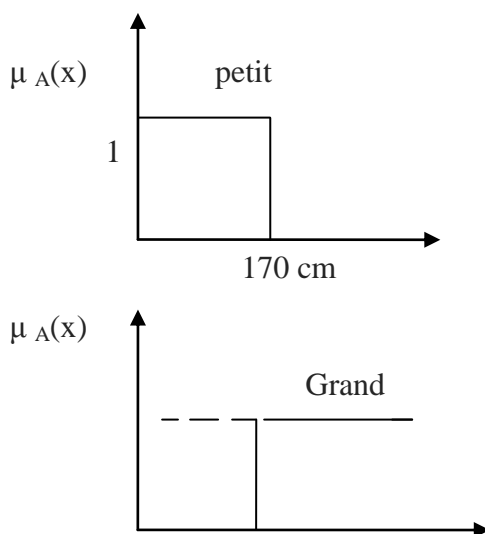


Figure I.9.a. Représentation les 2 variables (Grand et petit) par la logique booléenne

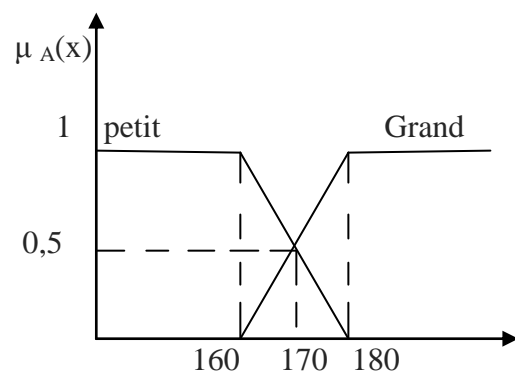


Figure I.9.b Représentation les 2 variables (grand et petit) par la logique

Flou

I.8.8 Commande par mode de glissant

Le mode de glissement est un fonctionnement particulier des systèmes à structure variable. La théorie des systèmes à structure variable est une technique de commande non linéaire, caractérisée par des commandes discontinues. L'intérêt récent à cette technique de commande est dû

essentiellement à la disponibilité d'interrupteurs rapides et microprocesseurs de plus en plus performants permettant la commande en temps réel des systèmes dynamiques [18].

I.8.8.1 Objectif de la commande par mode glissant

L'objectif de la commande par mode glissant se résume en deux points essentiels:

- Synthétiser une surface $S(x,t)$, telle que toutes les trajectoires du système obéissent à un comportement désiré de poursuite, régulation et stabilité.
- Déterminer une loi de commande (commutation) $U(x,t)$ qui est capable d'attirer toutes les trajectoires d'état vers la surface de glissement et les maintenir sur cette surface.

I.8.8.2 Théorie de la commande par mode de glissement

Etant un cas particulier de la commande à structure variable, la commande par modes glissants "CMG" a été largement utilisée dans la littérature.

Ce succès est dû à sa simplicité de mise en œuvre et à sa robustesse vis-à-vis des variations paramétriques et des perturbations externes. Il s'agit de définir d'abord une surface dite de glissement qui représente la dynamique désirée, puis synthétiser une loi de commande qui doit agir sur le système en deux phases. Dans la première, on force le système à rejoindre cette surface, et dans la seconde phase on doit assurer le maintien de glissement le long de cette surface pour atteindre l'origine du plan de phase comme montré sur la figure I.10. [19, 20].

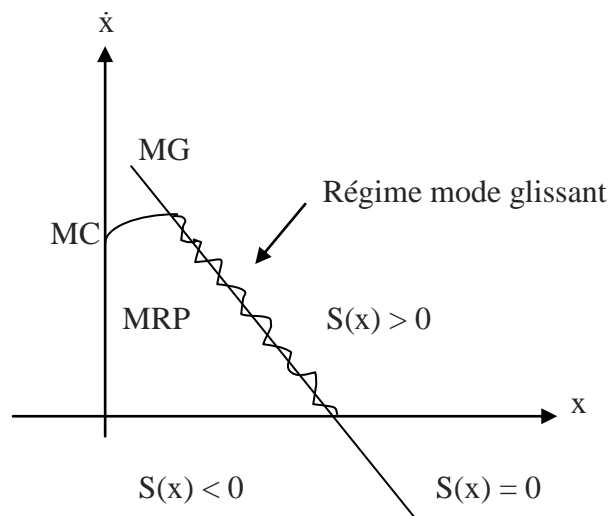


Figure I.10. Modes de fonctionnement dans le plan de phase

La trajectoire dans le plan de phase est constituée de trois parties distinctes [19]:

- **Le mode de convergence (MC):** durant lequel la variable à réguler se déplace à partir $S(x) = 0$ et l'atteint dans un temps fini. Ce mode est caractérisé par la loi de commande et le critère de n'importe quel point du plan de phase vers la surface de commutation de convergence.
- **Le mode de glissement (MG):** durant lequel la variable d'état a atteint la surface glissante et tend vers l'origine du plan de phase. La dynamique dans ce mode est caractérisée par le choix de la surface de glissement $S(x) = 0$.

- **Le mode de régime permanent (MRP):** il est ajouté pour l'étude de la réponse du système autour de son point d'équilibre. Il caractérise la qualité et la performance de la commande. Il est utilisé spécialement pour l'étude des systèmes non linéaires.

Régimes du mode glissant

En théorie, l'organe de commutation est supposé insensible aux bruits. Et la trajectoire en régime glissant décrit parfaitement l'équation

$$S(x) = 0 \quad (\text{I.54})$$

Alors on trouve deux types de régime du mode glissant, dédiée ci-dessous.

Régime glissant idéal

Ce régime est représenté par la figure (I.11) signifie qu'un régime glissant idéal a une oscillation de fréquence infinie et d'amplitude nulle. Le point représentatif de l'évolution du système glisse parfaitement sur l'hyper surface de commutation $S(x)$ [21].

Régime glissant réel

En pratique l'organe de commutation est réalisé à partir de relais qui présentent des imperfections comme les retards de commutations, dans ce cas la trajectoire de phase du régime glissant reste au voisinage de la surface de commutation donnant naissance à des oscillations indésirables qui éliminent la précision du système et néanmoins sa stabilité, et la figure (I.12) ci-dessous illustre bien cette explication [21].

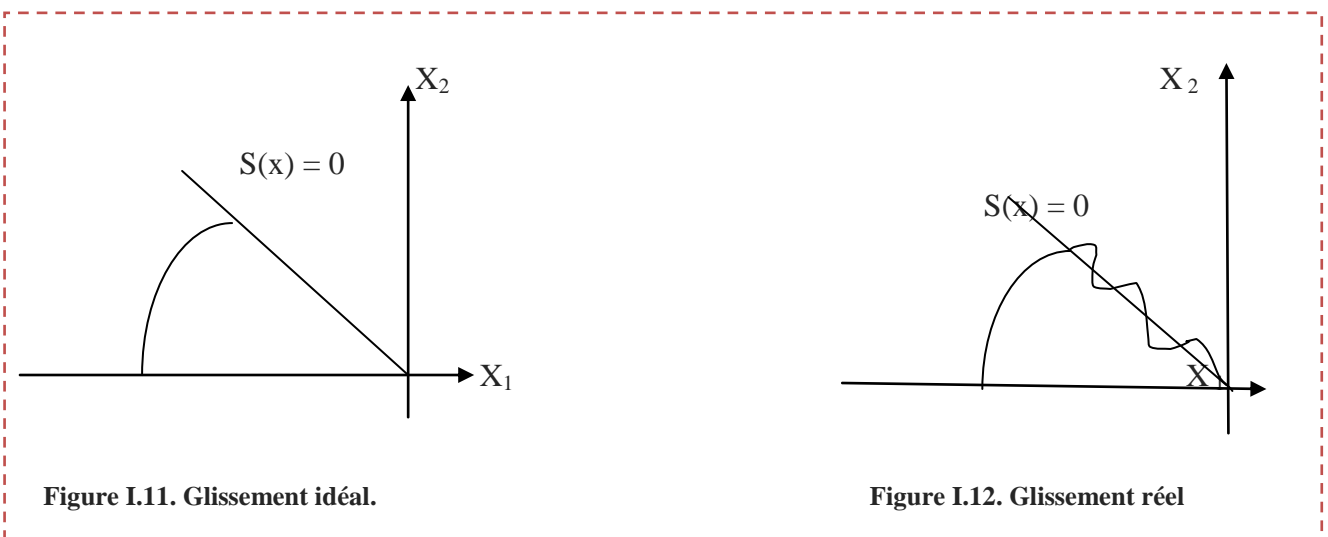


Figure I.11. Glissement idéal.

Figure I.12. Glissement réel

I.9 Conclusion

Une introduction aux notions de base à la commande robuste est présentée dans ce chapitre en rappelant les principales techniques de commandes robustes telles que les commandes H infini, commande LQ, LQG, commande floue et commande par Backstepping.

Parmi les techniques de commande robuste appliquées aux systèmes linéaires et assurant la robustesse, on peut citer la commande H^∞ . Elle a été développée, en particulier par Doyle, Glover et Francis en 1987, elle est utilisée par plusieurs chercheurs dans divers domaines. La commande H^∞ est un moyen d'intégrer différents objectifs de performances et de robustesse à l'aide des fonctions de pondération pour la synthèse des correcteurs H^∞ .

Chapitre II

Chapitre II

Synthèse H^∞

Introduction [3]

La synthèse d'une loi de commande doit assurer de bonnes performances pour le modèle mais surtout pour le procédé qu'il représente. Cette philosophie conduit naturellement à l'introduction de la notion de robustesse.

L'objectif de ce chapitre, est de présenter au premier lieu quelques outils nécessaires à l'approche H^∞ à savoir : La forme standard, Définition de la norme H^∞ , puis la notion de problème H^∞ standard et de sa résolution par l'algorithme de Glover-Doyle qui utilise les équations de Riccati, enfin, la résolution du problème H^∞ par LMI.

II.2 Quelques rappels

II.2.1. La forme standard [6]

Afin d'apporter une facilité méthodologique à la résolution des problèmes de type H^∞ , une représentation connue sous la dénomination « forme standard » a été introduite, cette forme apporte une certaine clarté de formulation puisqu'elle contient à la fois le système à commander et le correcteur associé.

La représentation est donnée par la figure II.1

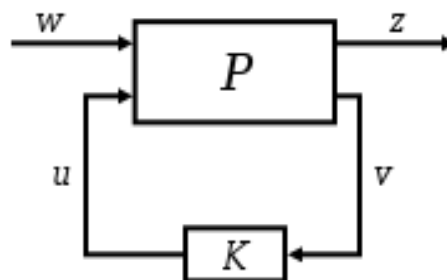


Figure II.1. Problème sous forme standard

- $z(p)$ est le vecteur des sorties commandées.
- $w(p)$ est le vecteur des entrées de critère.
- $v(p)$ est le vecteur des sorties mesurées.
- $u(p)$ est le vecteur des entrées de commande.

Dans la figure II.1 $P(s)$ représente le « modèle augmenté », et $K(s)$ le correcteur. Le système $P(s)$ est formé des quatre transferts multi variables existant entre les entrées u (commande du système) et w (consignes, perturbations, ...) et les sorties (mesures) et z (sorties régulées) :

Dans le domaine de Laplace, les équations du système se réécrivent :

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C1 \\ C2 \end{pmatrix} (SI - A)^{-1} [B1 \quad B2] \quad (\text{II.1})$$

$$\begin{pmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{pmatrix} = P(s) \begin{pmatrix} W(s) \\ U(s) \end{pmatrix} \text{ et } U(s) = K(s) Y(s) \quad (\text{II.2})$$

$$Z(s) = \underbrace{(P11(s) + P12(s)K(s)(I - P22(s)K(s))^{-1}P21)}_{f_l(p,k)-p*k} W(s) \quad (\text{II.3})$$

$f_l(p, k)$: est appelée Transformation Fractionnaire Linéaire inférieure (LFT).

II.2.2 Définition de la norme H_∞ [25]

Soit S un système linéaire stationnaire **stable** de fonction de transfert $G(s)$, de vecteur d'entrées $W(s)$ et de vecteur de sorties $Z(s)$.

Définition 1 (Norme H_∞). la norme H_∞ de S , notée $\|G_s\|_\infty$, est donnée par :

$$\|G_s\|_\infty = \sup \bar{\sigma}(G(j\omega)) = \sup \frac{\|z\|_2}{\|W\|_2} \quad (\text{II.4})$$

Avec les notations suivantes :

- $\bar{\sigma}(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda(G(j\omega)G(j\omega)^*)}$: valeur singulière maximale de la matrice de transfert $G(s)$ à la pulsation ω .
- $\partial_2(\mathbb{R}^m)$ (plus simple noté ∂_2) désigne l'espace de Hilbert des fonctions de \mathbb{R}^m de carré intégrable au sens de l'intégrale de Lebesgue :

$$w \in \partial_2 \Leftrightarrow \|w\|_2 = \int_0^\infty w(t)^T w(t) dt < \infty \quad (\text{II.5})$$

Dans le domaine fréquentiel, la norme H_∞ mesure donc le gain maximal de la réponse fréquentielle $G(j\omega)$ du système, généralisant ainsi au cas des systèmes multi entrées multi sorties, la notion classique de gain que l'on observe sur les lieux de BODE des systèmes mono entrée mono sortie. dans le domaine temporel, la norme H_∞ mesure l'amplification (système dissipatif) ou l'atténuation (système passif) entre l'énergie $\|w\|_2$ du signal d'entrée et l'énergie $\|z\|_2$ du signal de sortie. Tout système linéaire dissipatif stable affiche donc une norme H_∞ supérieure à 1. à contraire, les systèmes passifs ont une norme H_∞ inférieure à 1.

II.2.3 Le problème H_∞ standard

De manière générale, le calcul d'un correcteur H_∞ de la forme standard Figure .II.1 peut se ramener d'une part à un problème de stabilisation du système bouclé et de rejet de perturbations, d'autre part à un problème de minimisation.

II.2.3.1 Problème H_∞ optimal [22]

Minimiser la norme $\|f_l(p, k)\|_\infty$ entre les entrées et les sorties régulées sur l'ensemble des correcteurs $K(s)$ qui stabilisent le système de manière interne. Le minimum est noté δ_{opt} est appelé gain « H_∞ optimal » .

II.2.3.2 Problème H_∞ sous optimal [22]

Consiste, pour un réel positif δ donné, trouver un correcteur $K(s)$ telle que :

- Le système bouclé $f_l(p, k)$ soit stable (tous les pôles du système en boucle fermée sont à partie réelle négative).
- $\|f_l(p, k)\| \leq \delta$ (II.6)

Ce problème peut être résolu par deux méthodes possibles. Elles sont en général mise en œuvre numériquement sur un ordinateur.

II.2.4 Méthodes de résolution [3]

II.2.4.1 Représentation d'état du système

La formulation LFT et l'approche par variable d'état offrent un cadre méthodologique riche pour la résolution de problèmes de commande, notamment dans le cas de la synthèse . Nous reprenons donc ici les notations usuelles pour la forme standard exprimée en espace d'état.

La représentation d'état du système augmenté ,est donnée classiquement sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{cases} = \begin{cases} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{cases} \begin{cases} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{cases} = \begin{cases} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{cases} \quad (II.7)$$

Hypothèses

Dans la présente étude, l'approche choisie pour résoudre le problème H_∞ standard nécessite la vérification d'un certain nombre d'hypothèses

Avec : $\dim x = n$, $\dim w = m_1$, $\dim u = m_2$, $\dim z = p_1$ et $\dim y = p_2$

Hypothèse 1(H1) : La paire $(A ; B_2)$ est stabilisable et la paire $(C_2 ; A)$ est détectable.

- ✓ Cette hypothèse classique de toute méthode utilisant les variables d'état. Elle garantit l'existence d'une loi de commande $K(s)$ qui stabilise le système en boucle fermée.

Hypothèse 2 (H2) : $\text{rang}(D_{12}) = m_2$ et $\text{rang}(D_{21}) = p_2$

- ✓ Ce sont des conditions suffisantes pour assurer que la matrice de transfert du correcteur soit Propre

$$\text{Hypothèse 3 (H3)} : \forall w \in \mathbb{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - jwI_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{bmatrix} = n + m_2 \quad (\text{II.8})$$

- ✓ Cette hypothèse garantit que le transfert $P_{z \rightarrow u}(P_{12})$ n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire.

$$\text{Hypothèse 4 (H4)} : \forall w \in \mathbb{R}, \text{rang} \begin{bmatrix} A - jwI_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{bmatrix} = n + p_2 \quad (\text{II.9})$$

- ✓ Cette hypothèse garantit que le transfert $P_{y \rightarrow w}(P_{21})$ n'a pas de zéro sur l'axe imaginaire. Il faut noter que la première hypothèse est commune à toutes les méthodes de commande, les autres sont propres à la méthodologie H_∞ , et ces quatre hypothèses doivent être impérativement vérifiées.

Et pour obtenir des expressions plus simple, on introduits les conditions supplémentaires suivantes

$$D_{11} = D_{22} = 0 \quad (\text{II.10})$$

$$D_{21}^T (C_1 \ D_{21}) = (0 \ I_{m_2}) \quad (\text{II.11})$$

$$\begin{pmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{pmatrix} D_{21}^T = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{p_2} \end{pmatrix} \quad (\text{II.12})$$

Rappelons que pour un système d'ordre n , un système d'équation $\dot{x} = Ax + B_2u$ est commandable donc stabilisable si la matrice de commandabilité: $[B_2 \ AB_2 \ \dots \ A^{n-1}B_2]$ est de rang plein. De plus, la paire $(C_2; A)$ est observable, donc détectable. Rappelons aussi que pour

un système d'ordre n , un système d'équation $\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = C_2 + Du \end{cases}$ est observable si la matrice

d'observabilité : $\begin{bmatrix} C_2 \\ C_2 A \\ \vdots \\ C_2 A^{n-1} \end{bmatrix}$ est de rang plein.

Il faut noter que, les deux hypothèses passées sont fondamentales. Les trois dernières, quant à elles, sont purement techniques et permettent d'alléger les calculs et surtout de fournir des expressions analytiques relativement simples.

II.2.4.2 Résolution du problème H^∞ standard par équation de Riccati

Cette méthode, aussi connue sous le nom d'algorithme de Glover-Doyle, est apparue à la fin des années 1980 et en générale mise en œuvre numériquement sur un ordinateur et elle repose sur la résolution d'une série d'équation de Riccati. Elle reste aujourd'hui la méthode de résolution la plus utilisée et la plus fiable numériquement.

L'équation de Riccati étant donnée par :

$$XA + A^T X - XPX + Q = 0 \quad (\text{II.13})$$

Avec : $P = P^T$ et $Q = Q^T$ (II.14)

La solution stabilisante, si elle existe, sera une matrice symétrique et tel que $(A-PX)$ est une matrice stable (ses valeurs propres ont une partie réelle strictement négative). Une telle solution sera notée :

$$X = Ric \begin{pmatrix} A & -P \\ -Q & -A^T \end{pmatrix} \quad (\text{II.15})$$

Il est maintenant possible d'écrire le théorème suivant qui permet de trouver un contrôleur pour le problème sous-optimal.

Théorème 3.2 : Sous les hypothèses H1- H4 et les conditions ((II.10), (II.11) et (II.12)

le problème H^∞ standard a une solution si et seulement si les cinq conditions suivantes sont remplies :

(i) La matrice $H^\infty = \begin{pmatrix} A & \gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T \\ -C_1^T C_1 & -A^T \end{pmatrix}$ (II.16)
n'a pas de valeur propre sur l'axe Imaginaire.

(ii) Il existe une matrice symétrique

$$X_\infty = Ric(H^\infty) \geq 0 \quad \text{et} \quad A^T X + XA + X(\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T X + C_1^T C_1) = 0 \quad (\text{II.17})$$

(iii) La matrice $J^\infty = \begin{pmatrix} A^T & \gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 \\ -B_1 B_1^T & -A \end{pmatrix}$ (II.18)

n'a pas de valeur propre sur l'axe imaginaire

(iv) Il existe une matrice symétrique

$$Y_\infty = Ric(J^\infty) \geq 0 \quad \text{et} \quad AY + YA^T + Y(\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2 X + B_1 B_1^T) = 0 \quad (\text{II.19})$$

(v) $p(X_\infty Y_\infty) < \gamma^2$ (II.20)

Où $p(\cdot)$ Désigne le module de la plus grande valeur propre (rayon spectral).

Ce théorème nécessite donc la solution de deux équations de Riccati et la dernière condition introduit un lien entre les deux solutions. Enfin la solution du problème standard est donnée par le théorème suivant :

Théorème 3.3 : Sous les conditions du théorème 3.2, le correcteur central $k_c(s)$ stabilisant le système d'une manière interne et satisfait $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ est décrit par la représentation

$$\text{suivante : } K_c = \begin{pmatrix} \hat{A}_\infty & Z_\infty Y_\infty C_2^T \\ -B_2^T X_\infty & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Avec :

$$\hat{A}_\infty = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X_\infty - B_2 B_2^T X_\infty - Z_\infty Y_\infty C_2^T C_2 \quad (\text{II.22})$$

$$Z_\infty = (I_n - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} \quad (\text{II.23})$$

La mise en œuvre de cette solution consiste à utiliser tout d'abord les résultats du théorème 3.2 pour approcher la valeur optimale de γ par Dichotomie (procédure appelée couramment « γ -itération »), puis on calcule ensuite le correcteur central en appliquant le théorème 3.3.

II.2.4.3. Solution générale du problème H_∞ standard

On donne ici les formules du correcteur central K_c pour le problème sous-optimal le plus général où seules (H1)-(A4) sont supposées. Les résultats sont qualitativement les mêmes mais les formules sont plus complexes.

On maintiendra encore l'hypothèse $D_{22} = 0$ et on définit :

$$B = [B_1 \quad B_2] \quad (\text{II.24})$$

$$C = [C_1^T \quad C_2^T]^T \quad (\text{II.25})$$

$$R_{nh} = D_{1^*}^T D_{1^*} - \begin{bmatrix} \gamma^2 I_{m1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.26})$$

$$R_{nj} = D_{*1} D_{*1}^T - \begin{bmatrix} \gamma^2 I_{p1} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.27})$$

$$D_{1^*} = [D_{11} \quad D_{12}] \quad (\text{II.28})$$

$$D_{*1} = \begin{bmatrix} D_{11} \\ D_{21} \end{bmatrix} \quad (\text{II.29})$$

Supposons que R_{nh} et R_{nj} non singulières (sont inversible). Nous définissons deux matrices Hamiltonian H et J telles que :

$$H = \begin{bmatrix} E_x & -W_x \\ -Q_x & -E_x^T \end{bmatrix} \quad (\text{II.30})$$

$$J = \begin{bmatrix} E_y & -W_y \\ -Q_y & -E_y^T \end{bmatrix} \quad (\text{II.31})$$

En prenant $X = \text{Ric}(H)$ et $Y = \text{Ric}(J)$ Les solutions de stabilisantes et si elle existe sont des matrices symétriques résoudre les équations algébriques de Riccati (III.32) et (III.33), respectivement, et toutes les valeurs propres de $(E_x - W_x X)$ et $(E_y - W_y Y)$ ont une partie réelle strictement négative.

$$X E_x + E_x^T X - X W_x X + Q_x = 0 \quad (\text{II.32})$$

$$YE_y + E_y^T Y - YW_y Y + Q_y = 0 \quad (\text{II.33})$$

A la base de les matrices X et Y on peut construire deux matrices F et L qui seront utilisés dans la résolution .

$$F = -R_{nh}^{-1} (D_{1*}^T C_1 + B^T X) = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{11} \\ F_{12} \\ F_2 \end{bmatrix} \quad (\text{II.34})$$

$$L = -(B_1 D_{*1}^T + Y C^T) R_{nh}^{-1} = [L_1 \quad L_2] [L_{11} \quad L_{12} \quad L_2] \quad (\text{II.35})$$

Où

F_1, F_2, F_{11} et F_{12} ont des m_1, m_2, m_1-P_2 et P_2 lignes respectivement, et L_1, L_2, L_{11} et L_{12} ont P_1, P_2, P_1-m_2 et colonnes, respectivement.

$$\text{En mettant } D_{11} = \begin{pmatrix} D_{1111} & D_{1112} \\ D_{1121} & D_{1122} \end{pmatrix} \quad (\text{II.36})$$

Avec : D_{1122} est de dimension $m_2 * P_2$ la solution sera donnée par le théorème suivant :

Théorème 3.4 : Sous les hypothèses H1 - H4

(a) il existe un contrôleur $K(s)$ qui stabilise le système et rend $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$ si et seulement si :

$$(i) \max(\bar{\sigma}[D_{1111} \quad D_{1112}], \bar{\sigma}[D_{1111}^T \quad D_{1112}^T]) < \gamma$$

Et

(ii) il existe des solutions de stabilisation $X \geq 0$ et $Y \geq 0$ satisfaisant les deux équations algébrique de Riccati correspondant à les matrices hamiltonien H et J respectivement, et tel que $P(XY) < \gamma^2$

(b) Sous les conditions de la partie (a), les correcteurs rationnels $K(s)$ stabilisant le système et satisfaisant $\|F_l(P(s), K(s))\|_\infty < \gamma$ sont données par :

$$K(s) = F_l(M, \phi) \quad (\text{II.37})$$

Où $\Phi(s)$ est n'importe quelle fonction de transfert stable, de norme $\|\phi(s)\|_\infty < \gamma$, et décrit

$$\text{par : } M(s) = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}_1 & \hat{B} \\ \hat{C}_1 & \hat{D}_{11} & \hat{D}_{12} \\ \hat{C}_2 & \hat{D}_{21} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.38})$$

$$\hat{D}_{11} = -D_{1121} D_{1111}^T (\gamma^2 I - D_{1111} D_{1111}^T)^{-1} D_{1112} - D_{1112} \quad (\text{II.39})$$

$$\hat{D}_{12} \in \mathbb{R}^{m_2 \times m_2} \text{ et } \hat{D}_{21} \in \mathbb{R}^{P_2 \times P_2} \quad (\text{II.40})$$

$$\hat{D}_{12} \hat{D}_{12}^T = I - D_{1121} D_{1111}^T (\gamma^2 I - D_{1111} D_{1111}^T)^{-1} D_{1121}^T \quad (\text{II.41})$$

$$\hat{D}_{12}^T \hat{D}_{21} = I - D_{1121} D_{1112}^T (\gamma^2 I - D_{1111} D_{1111}^T)^{-1} D_{1112} \quad (\text{II.42})$$

$$Z = (I - \gamma^{-2} YX)^{-1} \quad (\text{II.43})$$

$$\hat{B}_2 = Z(B_2 + L_{12}) \hat{D}_{12} \quad (\text{II.44})$$

$$\hat{C}_2 = -\hat{D}_{21}(C_2 + F_{12}) \quad (\text{II.45})$$

$$\hat{B}_1 = -ZL_2 + \hat{B}_2 \hat{D}_{12}^T \hat{D}_{11} \quad (\text{II.46})$$

$$\hat{C}_1 = F_2 + \hat{D}_{11} \hat{D}_{21}^{-1} \hat{C}_2 \quad (\text{II.47})$$

$$\hat{A} = A + BF + \hat{B}_1 \hat{D}_{21}^{-1} \hat{C}_2 \quad (\text{II.48})$$

Le correcteur calculé pour $\Phi(s) = 0$, est appelé correcteur central, il est largement utilisé sous la forme :

$$K(s) = \begin{bmatrix} \hat{A} & \hat{B}_1 \\ \hat{C}_1 & \hat{D}_{11} \end{bmatrix} \quad (\text{II.49})$$

II.2.4.4. Normalisation

Dans les hypothèses faites précédemment, l'hypothèse (H2) suppose que les matrices de D_{12} et D_{21} sont des formes normalisées. Maintenant on voit lorsque ces deux matrices sont de rang plein, mais pas nécessairement dans les formes normalisées et afin d'appliquer le théorème.3.4, certaines transformations doivent être utilisées en premier [3].

En utilisant la décomposition en valeurs singulières (SVD) ou autrement, on peut trouver des matrices orthonormées U_{12} , V_{12} et U_{21} , V_{21} tels que :

$$U_{12} D_{12} V_{12}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ \Sigma_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II.50})$$

$$U_{12} D_{12} V_{12}^T = [0 \quad \Sigma_{21}] \quad (\text{II.51})$$

Ou, $\Sigma_{12} : m_2 \times m_2$ et $\Sigma_{21} : p_2 \times p_2$ Sont inversibles. Par ailleurs, nous avons :

$$U_{12} D_{12} V_{12}^T \Sigma_{12}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (\text{II.52})$$

$$\Sigma_{21}^T U_{21} D_{21} V_{21}^T = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} \quad (\text{II.53})$$

Lorsque : $P_1 \succ m_2$ et $P_2 < m_1$, les matrices U_{12} et V_{12} peut être partitionné comme

$$U_{12} = \begin{bmatrix} U_{121} \\ U_{122} \end{bmatrix} \tag{II.54}$$

$$V_{12} = \begin{bmatrix} V_{211} \\ V_{212} \end{bmatrix} \tag{II.55}$$

Avec :

$$U_{212} : (P_1 - m_2) \times P_1, U_{122} : m_2 \times P_1, V_{211} : (m_1 - P_2) \times m_1, V_{212} : P_2 \times m_1$$

La normalisation de $P(s)$ vers $\bar{P}(s)$ est basée sur les transformations ci-dessus et représenté par la (Figure II.2) :

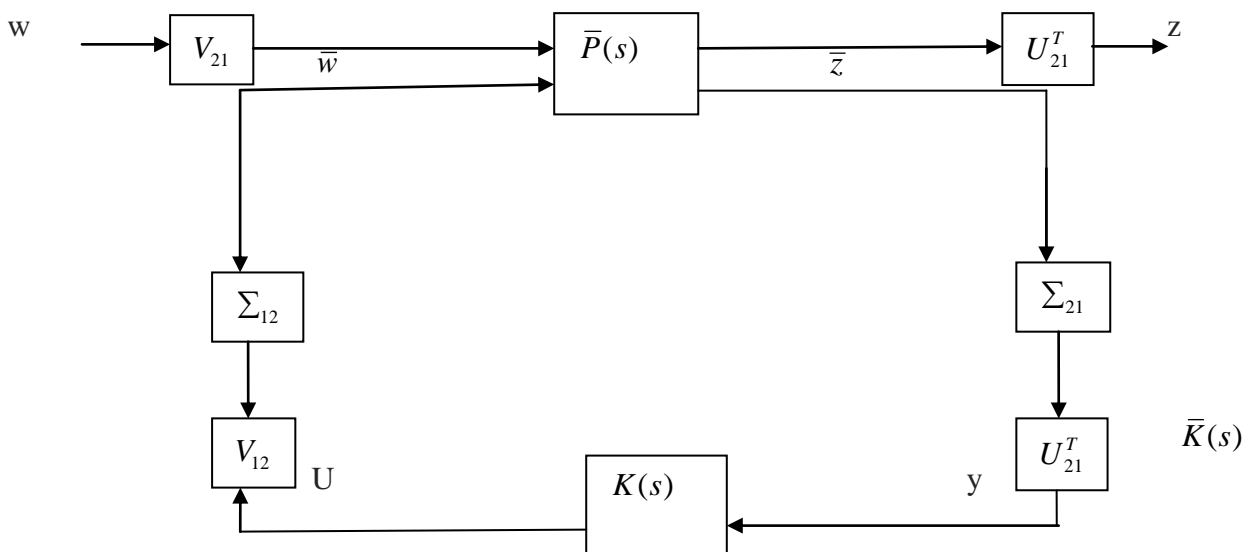


Figure II.2. La forme standard normalisée

La représentation d'état du système augmenté $\bar{P}(s)$, est donnée sous la forme suivante :

$$\bar{P}(s) : \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + \bar{B}_1 w(t) + \bar{B}_2 u(t) \\ z(t) = \bar{C}_1 x(t) + \bar{D}_{11} w(t) + \bar{D}_{12} u(t) \\ y = \bar{C}_2 x(t) + \bar{D}_{21} w(t) + \bar{D}_{22} u(t) \end{cases} \tag{II.56}$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l}
\bar{B}_1 = B_1 V_{21}^T \\
\bar{B}_2 = B_2 V_{21}^T \Sigma_{12}^{-1} \\
\bar{C}_1 = U_{12} C_1 \\
\bar{C}_2 = \Sigma_{21}^{-1} U_{21} C_2 \\
\bar{D}_{11} = U_{12} D_{11} V_{21}^T = \begin{bmatrix} U_{121} D_{11} V_{211}^T & U_{121} D_{11} V_{212}^T \\ U_{122} D_{11} V_{211}^T & U_{121} D_{11} V_{212}^T \end{bmatrix} \\
\bar{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} = U_{12} D_{12} V_{12}^T \Sigma_{22}^{-1} \\
\bar{D}_{12} = \begin{bmatrix} 0 & I \end{bmatrix} = \Sigma_{21}^{-1} U_{21} D_{21} V_{21}^T \\
\bar{D}_{11} = \begin{pmatrix} \bar{D}_{1111} & \bar{D}_{1112} \\ \bar{D}_{1121} & \bar{D}_{1122} \end{pmatrix}
\end{array} \right. \quad (\text{II.57})$$

II.2.4.5. Résolution du problème H_∞ par LMI [25]

Nous présentons ici une approche alternative pour la résolution du problème H_∞ cette approche développée dans [Gahiner and Apkarian, 1994] utilise une formulation du problème en termes d'inégalités matricielles linéaires (LMI) par rapport aux variables X et Y introduites précédemment.

Nous donnons ici quelques éléments théoriques permettant de mieux comprendre cette approche qui repose sur le lemme fondamentale suivant, démontré dans [Scherer, 1990] :

Lemme . Soit un système $G(s)$ ayant une réalisation en espace d'état donné par :

$$G(s) = C(sI - A)^{-1} B + D \quad (\text{II.58})$$

Les assertions suivantes sont alors équivalentes :

- (i) La matrice A est Hurwitz (pôles stables) et $\|G(s)\|_\infty < \gamma$
- (ii) Il existe une matrice systématique X définie positive ($X > 0$) solution de l'intégralité matricielle

$$\text{Linéaire} \begin{pmatrix} A^T X + XB & XB & C^T \\ B^T X & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (\text{II.59})$$

L'application du lemme précédent au système bouclé $F_l(P(s), K(s))$ conduit, après de nombreuses manipulations sur intégralités, au résultat suivant :

Théorème : ([Gahinet and Apkarian , 1994]).[25]

Il existe un compensateur $K(s)$ solution du problème H_∞ sous optimal de performance γ , si et seulement s'il existe des matrices symétriques X et Y solution du problème LMI

$$W_E(s) = \begin{bmatrix} W_{E1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & W_{Ep} \end{bmatrix} \quad (\text{II.63})$$

$$W_S(s) = \begin{bmatrix} W_{S1} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & W_{Sm} \end{bmatrix} \quad (\text{II.64})$$

si $\|W_S(s)H_E \rightarrow S(s)W_E(s)\|_\infty \leq \gamma$ alors

$$\forall w \in \mathbb{R}, \forall i \in [1 \dots P] \text{ et } \forall j \in [1 \dots m], |W_{S_j}(jw)H_E \rightarrow s_j(jw)W_{E_i}(jw)| \leq \gamma \quad (\text{II.65})$$

Ces pondérations en entrée et en sortie peuvent donc être interprétées comme des gabarits fréquentiels. En effet, on peut réécrire (II.65) sous la forme :

$$|H_{E_i \rightarrow S_j}(jw)| \leq \frac{\gamma}{|W_{E_i}(jw)W_{S_j}(jw)|} \quad (\text{II.66})$$

Ce qui permet de définir le produit $W_{E_i}(s)W_{S_j}(s)$ comme le gabarit fréquentiel imposé sur le transfert SISO $H_{E_i \rightarrow S_j}(s)$ si $\gamma = 1$ (figure II.3).

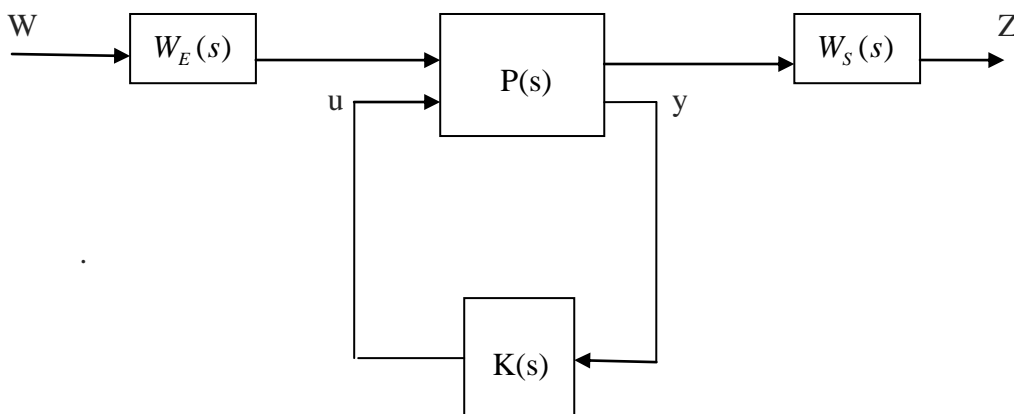


Figure II.3. Filtre de pondération sur le système augmenté

Conclusion

Le problème H_∞ peut être résolu par deux méthodes possibles. La première méthode repose sur la résolution d'une série d'équations de Riccati. C'est la solution la plus simple et la plus fiable numériquement. Cependant, elle nécessite la vérification d'un certain nombre d'hypothèses qui peuvent être non vérifiées. Une deuxième solution au problème H_∞ permet de faire l'économie de ces hypothèses, au prix d'une complexité algorithmique augmentée. Une telle méthode est basée sur la Résolution d'un problème d'optimisation convexe sous contraintes d'inégalités matricielles linéaires (LMI).

De ces deux solutions, seule la première est exposée car elle reste la plus intéressante au niveau rapport qualité du résultat sur quantité de calculs à effectuer. Cette dernière sera appliquée et utilisée dans la régulation de la MSAP en boucle fermée dans le chapitre suivant.

Chapitre III

Chapitre III

Application aux machines électriques : MSAP

III.1 Introduction

Les machines synchrones à aimants permanents se répandent de plus en plus comme actionneurs dans les industries automatisées où ils remplacent les moteurs à courant continu. Ils présentent sur ces derniers l'avantage d'avoir de meilleures performances (en termes de couple massique, par exemple) et de ne pas avoir de collecteur mécanique (ce collecteur pose des problèmes d'entretien et de comportement dans les environnements difficiles). En revanche, ils sont plus exigeants, le moteur à courant continu est alimenté par un convertisseur statique simple (un redresseur ou un onduleur) et une régulation de son courant d'induit permet de maîtriser le couple. Pour le MSAP, la fonction de collecteur est réalisée par un ensemble électronique : un onduleur de puissance, une mesure de position et une commande des courants pour contrôler le couple.

La commande vectorielle présente l'avantage de pouvoir commander séparément les courants et le couple. Avec cette technique de commande, le modèle du moteur est décomposé en deux sous systèmes linéaires mono variables indépendants [26].

III.2 Modélisation de la machine synchrone à aimant permanent (MSAP)

III.2.1 Structure générale de la MSAP

La machine que nous allons étudier par la mise en équations correspond à la structure représentée par la figure III.1. C'est une machine synchrone triphasée, équilibrée dans le rotor est muni d'un système d'aimants permanents, assurant une répartition d'induction sinusoïdale dans l'entrefer. Ce rotor ne comporte ni amortisseurs, ni pièces polaires. L'absence de pièces polaires donne à la machine la structure d'une machine à pôles lisses. Le stator comporte trois axes a, b, c identiques et décalés entre elles d'un angle électrique de $2\pi/3$.

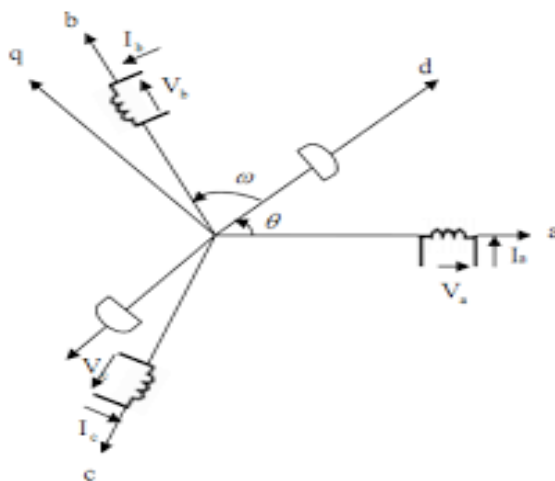


Figure III.1. Représentation d'une machine synchrone bipolaire à aimants permanents

III.2.2. Hypothèses simplificatrices

Afin de simplifier l'étude, la modélisation de la MSAP nécessite un certain nombre d'hypothèses simplificatrices.

- Le circuit magnétique n'est pas saturé, ce qui permet d'avoir des relations linéaires entre les flux et les courants.
- Nous négligeons l'hystérésis du circuit magnétique et les pertes par courants de Foucault.
- La variation des résistances en fonction de la température est négligeable.
- Nous admettons que les forces magnétomotrices sont à distribution spatiale sinusoïdale.

III.2.3 Mise en équations de la machine

Le modèle mathématique du MSAP est similaire à celui de la machine synchrone classique en considérant les conditions simplificatrices citées précédemment.

III.2.3.1. Équations électriques

Les équations électriques du stator d'une machine synchrone triphasée à aimants permanents en convention récepteur et en absence d'enroulements amortisseurs s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + (d/dt) \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (\text{III.1})$$

$$[v_{abc}] = [R][I_{abc}] + (d/dt)[\lambda_{abc}]$$

Avec :

R : Résistance d'un enroulement statorique.

I_{abc} : Les courants des phases statorique a, b, c.

λ_{abc} : Les flux produits par les phases statorique respectivement a, b, c.

V_{abc} : Les tensions des phases statoriques.

En vertu de l'hypothèse d'une répartition spatiale sinusoïdale de l'induction, les flux induits par les aimants dans les trois phases statoriques (a, b, c) sont donnés par :

$$\begin{cases} \lambda_{fa} = \lambda_{\max} \cos(\theta) \\ \lambda_{fb} = \lambda_{\max} \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \lambda_{fc} = \lambda_{\max} \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{cases} \quad (\text{III.2})$$

Le flux produit dans chaque enroulement statorique est la somme de quatre termes. Comme exemple, pour la phase (a), le flux (λ_a) est la somme des termes :

$\lambda_{aa} = L_s \cdot i_a$: Flux propre de la phase (a) sur (a).

$\lambda_{ba} = M_s \cdot i_b$: Flux mutuel de la phase (b) sur (a).

$\lambda_{ca} = M_s \cdot i_c$: Flux mutuel de la phase (c) sur (a).

λ_{fa} : Flux mutuel de l'aimant sur la phase (a).

L'expression du flux total dans la phase (a) est donnée par :

$$\lambda_a = \lambda_{aa} + \lambda_{ba} + \lambda_{ca} + \lambda_{fa} = L_s \cdot i_a + M_s (i_b + i_c) + \lambda_{fa} \quad (\text{III.3})$$

Du fait que la machine est équilibrée a neutre isolé, on a ($i_a + i_b + i_c = 0$), d'où l'expression du flux dans la phase (a) se réduit alors à :

$$\lambda_a = (L_s - M_s) \cdot i_a + \lambda_{fa} = L_{sc} \cdot i_a + \lambda_{fa} \quad (\text{III.4})$$

Avec :

$L_{sc} = L_s - M_s$: L'inductance cyclique d'un enroulement statorique.

L_s : L'inductance propre d'une phase statorique.

M_s : Mutuelle inductance entre phases du stator.

Par conséquent, les expressions des flux dans les autres phases se déduisent par :

$$\begin{cases} \lambda_b = L_{sc} \cdot i_b + \lambda_{fb} \\ \lambda_c = L_{sc} \cdot i_c + \lambda_{fc} \end{cases} \quad (\text{III.5})$$

En remplaçant les expressions des flux dans le système des tensions. On obtient :

$$\begin{cases} v_a = R i_a + L_{sc} \cdot \frac{di_a}{dt} + \frac{d\lambda_{fa}}{dt} \\ v_b = R i_b + L_{sc} \cdot \frac{di_b}{dt} + \frac{d\lambda_{fb}}{dt} \\ v_c = R i_c + L_{sc} \cdot \frac{di_c}{dt} + \frac{d\lambda_{fc}}{dt} \end{cases} \quad (\text{III.6})$$

III.2.3.2 Modèle de la MSAP dans le repère de Park

Pour supprimer la non linéarité des équations du modèle précédentes, nous utilisons la transformation de Park qui consiste à remplacer les enroulements des phases (a, b, c) par deux enroulements (d, q) dont les axes magnétiques sont solidaires au rotor et tournant avec lui avec une vitesse ω , comme le représente la figure III.2.

La transformation de Park est définie comme suit:

$$[X_{dq0}] = [p(\theta)][X_{abc}] \quad (\text{III.7})$$

Où X représente la valeur courant, tension ou flux et θ représente la position du rotor.

Les termes X d, X q représentent les composantes longitudinale et transversale des variables statoriques (tensions, courants, flux et inductances).

La matrice de transformation P (\square) est donnée par:

$$[p(\theta)] = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{III.8})$$

$$[p(\theta)]^{-1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (\text{III.9})$$

Le moteur est supposé avec une connexion étoile qui forme un système équilibré $i_a + i_b + i_c = 0$. Ainsi, la composante homopolaire désignée par la troisième ligne de la matrice (X o) est nulle.

III.2.3.3 Equations des tentions

$$[p]^{-1}[v_{dq}] = [R][p]^{-1}[I_{dq}] + \frac{d}{dt} \{ [p]^{-1}[\lambda_{dq}] \} \quad (\text{III.10})$$

En multipliant l'Eq (III.14) à gauche par $[p(\theta)]$:

$$\begin{aligned} [p][p]^{-1}[v_{dq}] &= [p][R][p]^{-1}[I_{dq}] + [p] \frac{d}{dt} [p]^{-1}[\lambda_{dq}] \\ &= [p][R][p]^{-1}[I_{dq}] + [p][p]^{-1} \frac{d}{dt} [\lambda_{dq}] + [p] \frac{d}{dt} [p]^{-1}[\lambda_{dq}] \end{aligned} \quad (\text{III.11})$$

Finalement,

$$[v_{dq}] = [R][I_{dq}] + \frac{d}{dt} [\lambda_{dq}] + [p] \frac{d}{dt} [p]^{-1}[\lambda_{dq}] \quad (\text{III.12})$$

On démontre que :

$$[p] \frac{d}{dt} [p]^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{III.13})$$

On obtient finalement le système des équations de Park qui constitue ainsi un modèle électrique dynamique pour l'enroulement diphasé équivalent :

Au stator :

$$\begin{aligned} v_d &= R_{id} + \frac{d\lambda_d}{dt} - \lambda_q \frac{d\theta_s}{dt} \\ v_q &= R_{isq} + \frac{d\lambda_q}{dt} - \lambda_d \frac{d\theta_s}{dt} \end{aligned} \quad (\text{III.14})$$

III.2.3.4. Equations des flux

$$[\lambda_{dq}] = [p(\theta_s)][L][p(\theta_s)]^{-1}[I_{dq}] + \lambda_f \quad (\text{III.15})$$

D'où :

$$\begin{cases} \lambda_d = L_d i_d + \lambda_f \\ \lambda_q = L_q i_q \end{cases} \quad (\text{III.16})$$

L_d, L_q : Inductances d'axes directe et en quadrature. La machine étant supposée à pôles lisses, ce qui signifie que : $L_d = L_q$.

En tenant compte des équations du flux, on peut écrire :

$$\begin{cases} v_d = R_{id} + \lambda_d \frac{di}{dt} - \lambda_q \frac{d\theta_s}{dt} \\ v_q = R_{isq} + \frac{d\lambda_{sq}}{dt} - \lambda_d \frac{d\theta_s}{dt} \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

III.2.4 Expression du couple électromagnétique

La connaissance du couple électromagnétique de la machine est essentielle pour l'étude de la machine et sa commande.

L'équation du couple :

$$C_{em} = \frac{3}{2} q ((L_d - L_q) i_d i_q - \lambda_f i_q) \quad (\text{III.26})$$

III.2.5 L'équation de la mécanique

L'équation du mouvement s'écrit :

$$J \frac{d\Omega}{dt} + f\Omega = C_e - C_r \quad (\text{III.27})$$

Avec :

J : moment d'inertie du rotor.

f : coefficient de frottement visqueux.

C_r : couple résistant de la charge.

p : Nombre de paires de pôles.

III.3. Bloc de simulation du MSAP

La simulation a été effectuée par le logiciel Simulink sous MATLAB, la structures-en schéma-bloc de cette simulation est présentée par la figure suivante :

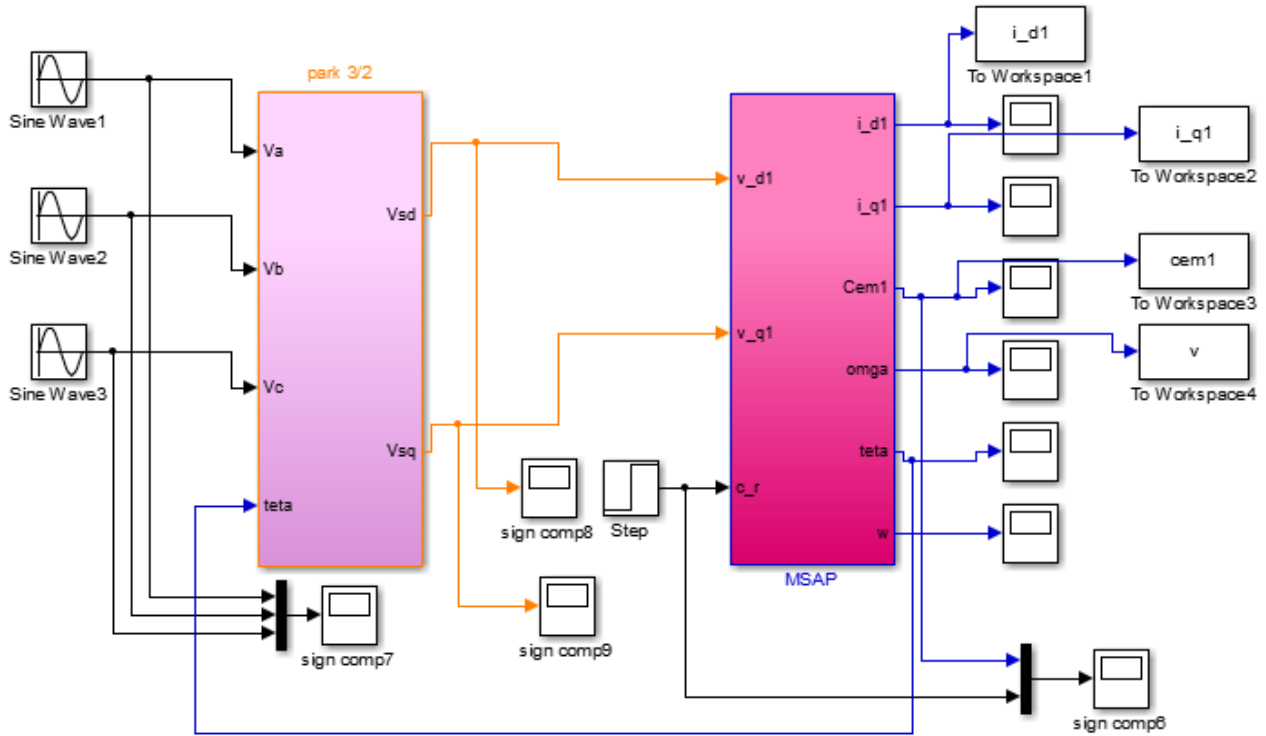


Figure.III.2. Schéma de simulation de la MSAP alimentée en tension

III.4. Résultats de simulation

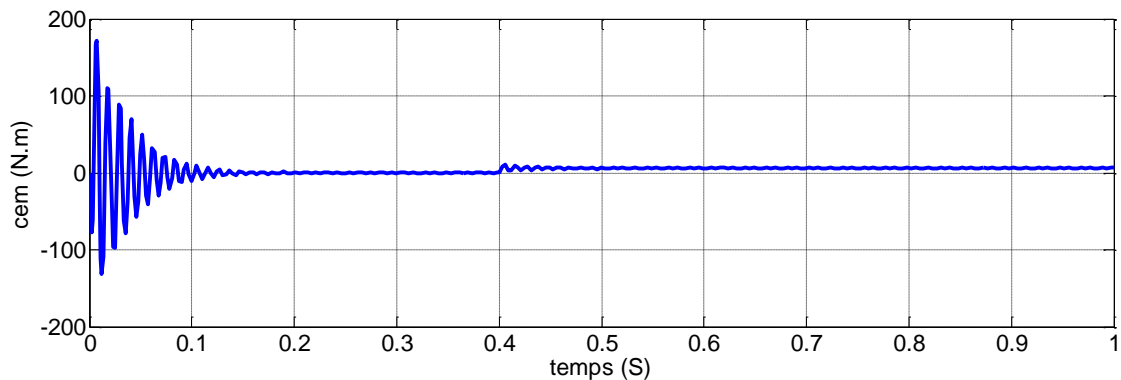


Figure.III.3. Résultat de simulation de la MSAP en boucle ouvert de couple électromagnétique

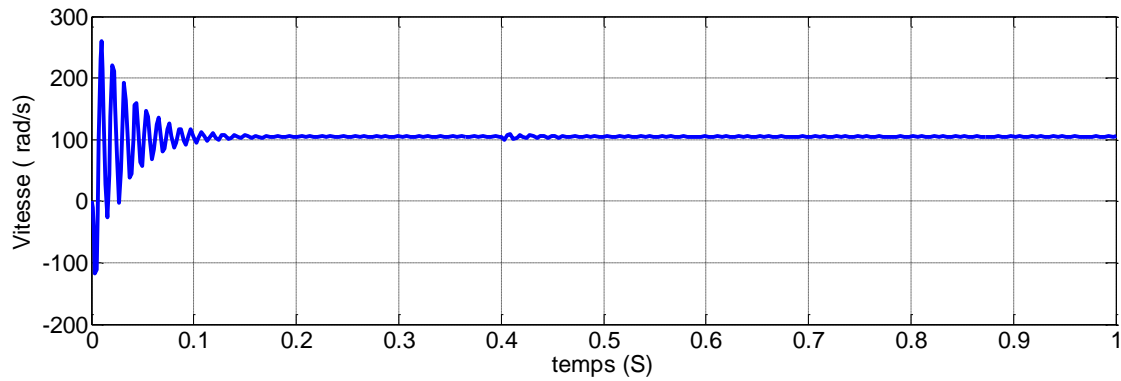


Figure.III.4. Résultat de simulation de la MSAP en boucle ouvert de la vitesse

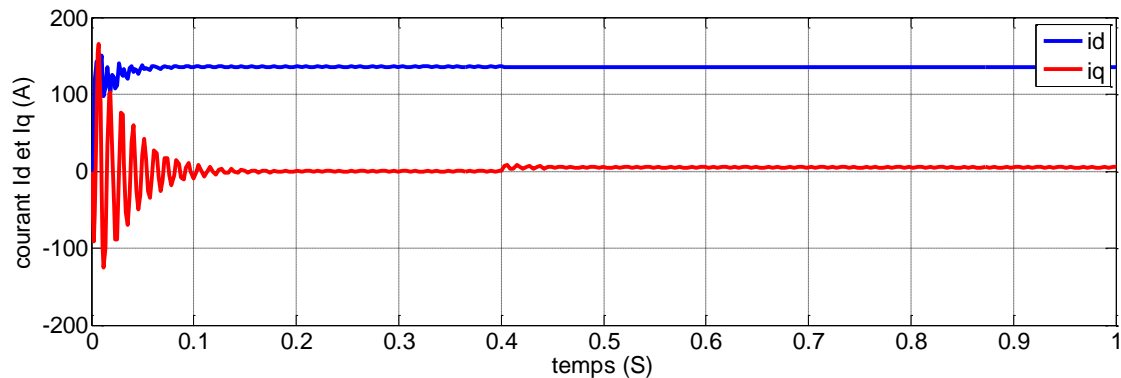


Figure.III.5. Résultat de simulation de la MSAP en boucle ouvert du courant Id et Iq

III.5. Interprétation Des Résultats De Simulation

Nous avons simulé le modèle d'une machine synchrone à aimants permanents par un programme MATLAB, Pour étudier les caractéristiques et les paramètres de cette machine sont indiqués au niveau de l'annexe. Par les étapes suivantes.

Les résultats précédant représentent la réponse de la MSAP alimenté par un réseau triphasée 220/380 V, 50 HZ qui on démarrant à vide puis on appliquant un couple résistant de ($C_r=1N \cdot m$) à l'instant ($t=3$ s).

On remarque des battements importants représente dans courbe de la vitesse tels que prend des valeurs négatives à cause de la contre réaction des masses qu'il ramène le moteur à l'état de repos au démarrage. Mais Après le régime transitoire, la vitesse se stabilise à une valeur nominale de 100 rd/s.

Au démarrage l'allure de couple électromagnétique (C_e) présente une allure identique à celle du courant (I_q), du fait de la linéarité existante entre ces deux grandeurs, et l'allure des deux paramètres. Après l'application de la charge les deux courbes ils se stabilisent à une valeur nominale.

On observe des pics importants dans l'allure de courant (I_d) au démarrage, et cela s'explique par la F.e. m qui est due à une faible vitesse au démarrage, ensuite elle se stabilise à une valeur nominale.

III.6. Commande Vectorielle de la MSAP

III.6.1. Principe de la Commande Vectorielle [27]

Le principe du découplage permet de modéliser la machine synchrone comme une machine à courant continu, par application de cette nouvelle technique de commande. Ceci concilie les avantages des propriétés du moteur à courant continu et de l'absence du collecteur mécanique. Le contrôle du couple d'une machine alternative nécessite un contrôle en phase et en amplitude des courants d'alimentation d'où le nom de contrôle vectoriel. Pour réaliser un contrôle similaire à celui des machines à courant continu à excitation séparée, il est nécessaire de maintenir le courant I_d nul et de réguler la vitesse ou la position par le courant I_q via la tension V_s . Physiquement, cette stratégie revient à maintenir le flux de réaction d'induit en quadrature avec le flux rotorique produit par le système d'excitation

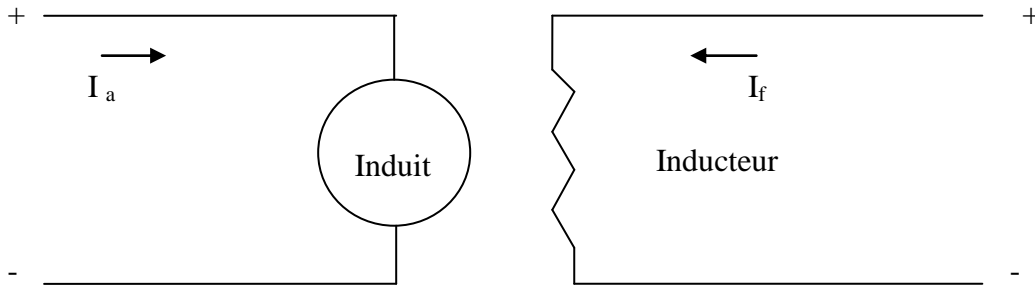


Figure.III.6. Machine à courant continu

$$C_{em} = K_t * I_e * I_f \tag{III.28}$$

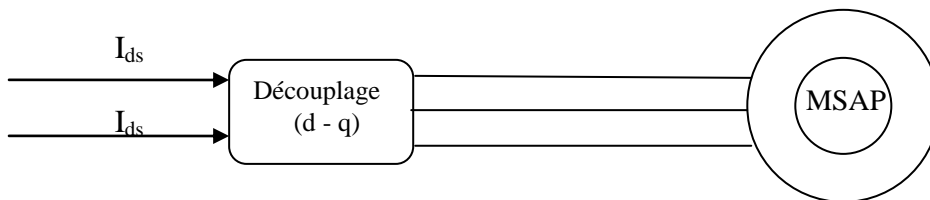


Figure.III.7. Machine Synchrone à Aimants Permanents

$$C_{em} = K_t * I_{qs} * \phi_f \tag{III.29}$$

Afin d'obtenir un modèle réduit et découplé de la machine, nous choisissons V_{qs} et V_{ds} de tel sorte que la composante I_{ds} soit nulle, dans ce cas l'expression du couple électromagnétique devient

$$C_{em} = 3/2 * p * \phi * I_{qs} \tag{III.30}$$

Cette expression linéaire couple courant, nous rappelle celle de la machine à courant continu

$$C_{em} = K * \phi * I_a \tag{III.31}$$

K : Coefficient dépend de la machine.

Φ : Flux inducteur.

I_a : Courant induit

III.6. 2.Mise en Ouvre des Stratégies de Commande Vectorielle de la MSAP

Les différentes stratégies de contrôle vectoriel qui permettent la réalisation du découplage du couple et du flux dans la machine et de lui conférer des performances dynamiques et statiques élevées. Le contrôle des courants dans le référentiel de Park se fait naturellement par des régulateurs numériques, il est en de même des commandes en vitesse et en position.

La commande vectorielle peut être aussi utilisée afin de réduire la valeur du flux dans la machine à aimants permanents. Dans ce cas, on impose au courant i_d une valeur négative qui permet de créer un flux contraire à celui des aimants de telle sorte que le flux résultant dans la machine soit inférieur au flux nominal [15]. Cette technique permet de faire fonctionner la machine à des vitesses supérieures à sa vitesse nominale tout en maintenant la tension statorique à une valeur acceptable.

III.6. 3.Calcul des régulateurs

Lorsque le découplage entre l'axe d et l'axe q est réalisé, les régulateurs de courant et de vitesse peuvent être synthétisés au moyen des techniques classiques ou avancé développées pour les systèmes linéaires. Dans ce chapitre on se limite à la technique de contrôle par des régulateurs classiques PI (proportionnelle, intégrale) dont le coefficient intégral sert de réduire l'écart entre la consigne et la grandeur régulée donc de réduire l'erreur statique, comme le terme proportionnel permet le réglage de la rapidité du système et donc le temps de réponse

III.6.3.1. Régulation du courant

Le rôle des régulateurs est de maintenir une grandeur de sortie égale à la grandeur de référence imposé. Les régulateurs de courant et de vitesse peuvent être synthétisés ici au moyen des techniques classiques développées pour les systèmes linéaires. Le schéma fonctionnel de la boucle du courant

$$I_d = \left(\frac{V_{d1}}{sL_d + R_s} \right)$$
 est représenté par la figure suivant :

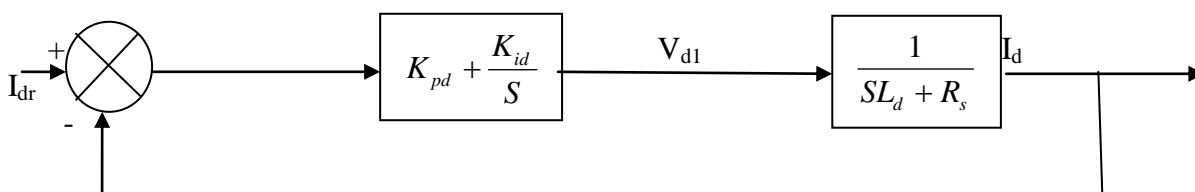


Figure.III.8.Boucle de régulation du courant I_d

La fonction de transfert du régulateur proportionnel intégral est donnée, sous forme générale, par l'équation (III.32) pour les deux axes d et q :

$$F(s) = K_p + \frac{K_i}{S} \quad (\text{III.32})$$

- En boucle ouverte la fonction de transfert est donnée par :

$$F_{bod} = (K_{pd} + \frac{K_{id}}{S}) (\frac{1}{SL_d + R_s}) \quad (\text{III.33})$$

$$F_{bod} = \frac{K_{id}}{S} (1 + \frac{K_{pd}S}{K_{id}}) (\frac{1}{1 + T_d S}), T_d = \frac{L_d}{R_s} \quad (\text{III.34})$$

- La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$F_{bfd} = \frac{F_{bod}(s)}{F_{bod}(s) + 1} \quad (\text{III.35})$$

III.6.3.2. Calcul des paramètres du régulateur « PI »

La fonction de transfert en boucle ouverte du système régulé est donnée par l'équation (III.33), en posant « $\frac{K_{pd}}{K_{id}} = \frac{L_d}{R_s}$ », la fonction de transfert en boucle ouverte et fermée seront :

$$\begin{cases} F_{bod} = \frac{K_{id}(s)}{sR_s} \\ F_{bfd} = \frac{1}{\frac{R_s}{K_{id}}s + 1} \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

La constante de temps est : $T_d = \frac{R_s}{K_{id}}$ supposons que le temps de réponse t_r sera égale à :

« $t_r = 3 * t_d$ », les gains du régulateur « PI » pour un temps de réponse donné seront calculés comme suit:

$$\begin{cases} t_r = 3 * \frac{R_s}{K_{id}} \Rightarrow K_{id} = \frac{3 * R_s}{t_r} \\ \frac{K_{pd}}{K_{id}} = \frac{L_d}{R_s} \Rightarrow K_{pd} = \frac{3 * L_d}{t_r} \end{cases} \quad (\text{III.37})$$

III.6.3.3. Régulation du courant I q

De la même manière que le calcul précédent, on détermine le régulateur du courant Iq avec :

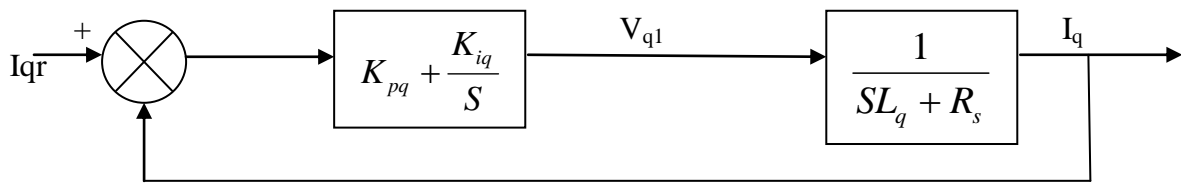


Figure. III.9. Boucle de régulation du courant Iq

$$\begin{cases} t_r = 3 * \frac{R_s}{K_q} \Rightarrow K_{iq} = \frac{3 * R_s}{t_r} \\ \frac{K_{pq}}{K_{iq}} = \frac{L_q}{R_s} \Rightarrow K_{pq} = \frac{3 * L_q}{t_r} \end{cases} \quad (III.38)$$

III.6.3.4. Régulation de la vitesse

Le schéma fonctionnel du contrôle de vitesse est donné par:

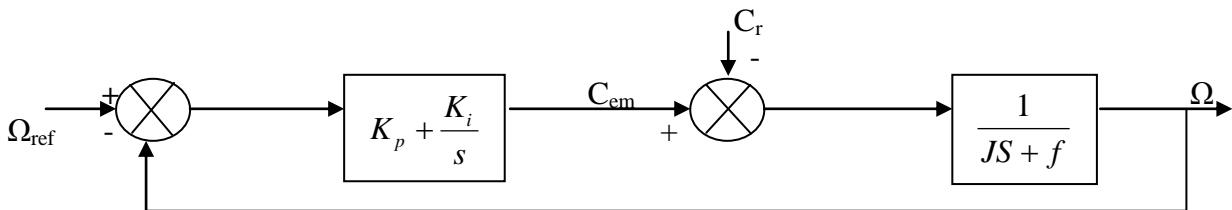


Figure .III.10. Boucle de régulation du la vitesse

Dans le cas d'un système régulé régit par une fonction de transfert du deuxième ordre, les paramètres du régulateur « K_p , K_i » seront en fonction de deux grandeurs :

- Coefficient d'amortissement : « ξ »
- Pulsation propre non amortie : « w₀ » ou bien « w_n »

La fonction de transfert de la vitesse en boucle ouverte (C_l=0) (FTBOΩ) et en boucle fermée « FTBFΩ » sans compensation :

$$\begin{cases} FTBO\Omega = \frac{Kp}{s} (s + \frac{K_i}{K_p}) (\frac{1}{Js + f}) \\ FTBF\Omega = \frac{\Omega}{\Omega_{ref}} = \frac{Kp(s + \frac{K_i}{K_p})}{Js^2 + (f + Kp)s + K_i} \end{cases} \quad (III.39)$$

La fonction de transfert FTBOΩ est alors identifiée à une fonction du second ordre sans zéro :

$$FBF(s) = \frac{a}{s^2 + 2\zeta w_0 s + w_0^2} \tag{III.40}$$

L'identification des gains du régulateur est obtenue en comparant les deux dénominateurs, d'où les paramètres du correcteur « PI » seront :

$$\begin{cases} Kp = \frac{2\zeta K_i}{w_0} \\ Ki = Jw_0^2 \end{cases} \tag{III.41}$$

On choisit alors le coefficient d'amortissement ζ (Facteur d'amortissement) et w_n (pulsations propres) on déduit K_p et K_i

Généralement les coefficients K_p et K_i sont ajustables, dans certain le calcul exact de ces coefficients ne donne pas de bons résultats

III.6.4. Bloque de Simulation de la commande vectorielle de la MSAP

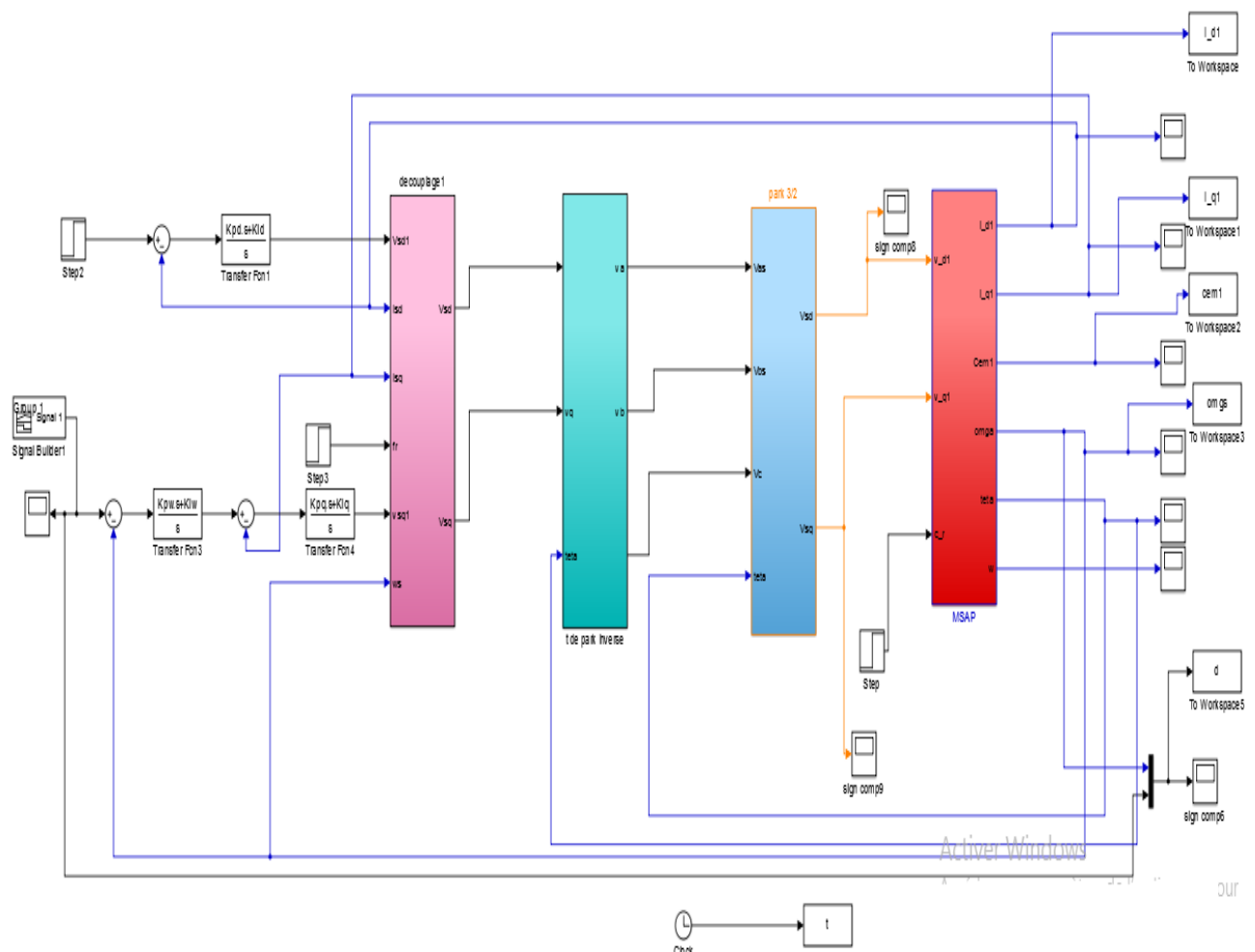


Figure .III.11. Bloque de Simulation de la commande vectorielle de la MSAP

III.6.5 Résultats de simulation de la commande vectorielle de la MSAP

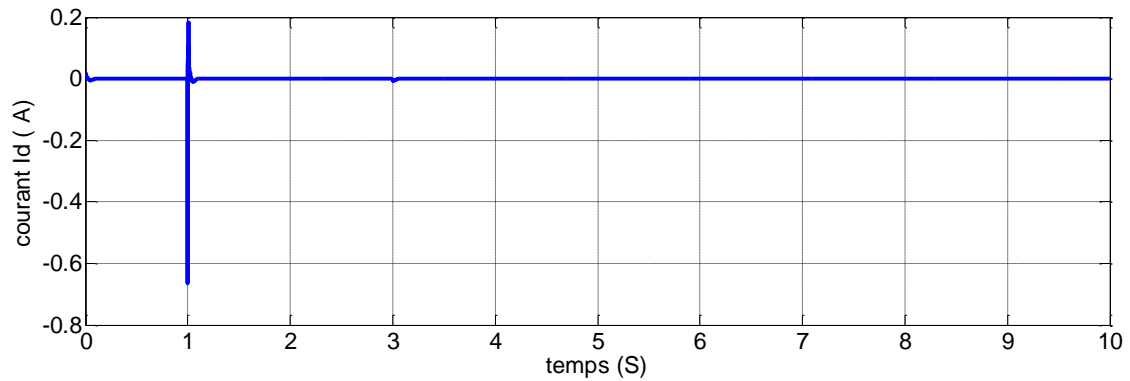


Figure .III.12. Résultat de simulation de la commande vectorielle du courant I_d

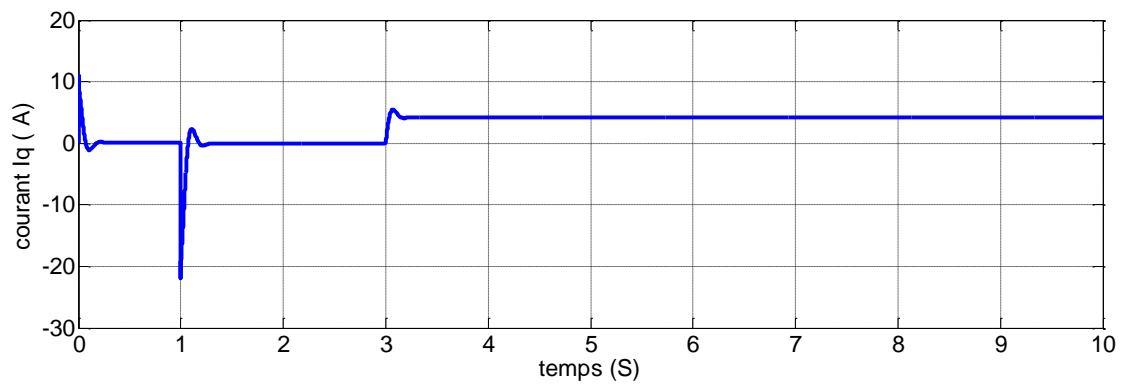


Figure .III.13. Résultat de simulation de la commande vectorielle du courant I_q

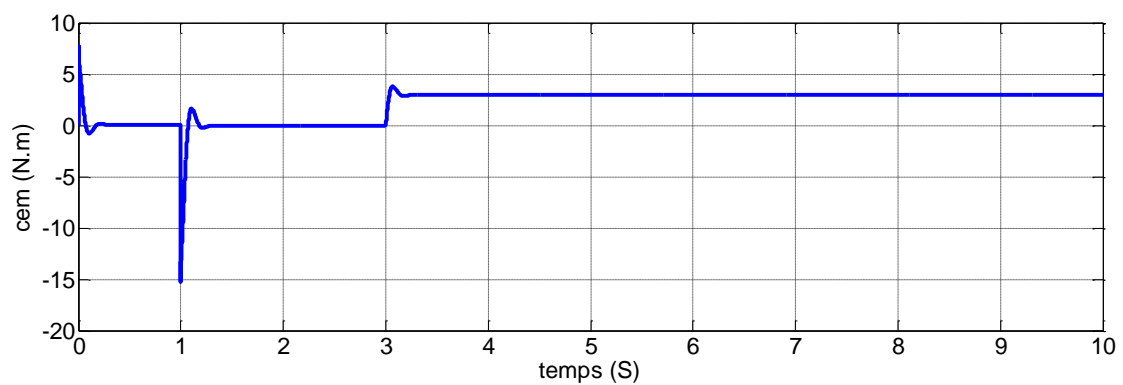


Figure .III.14. Résultat de simulation de la commande vectorielle de couple électromagnétique

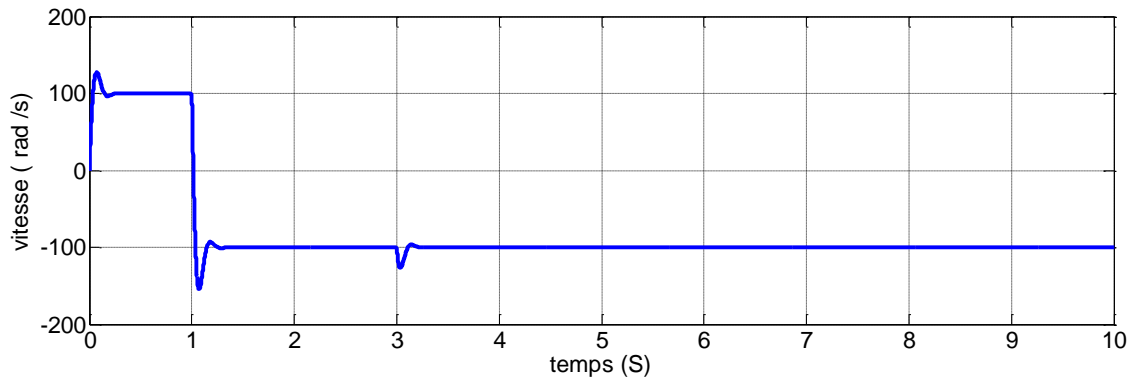


Figure .III.15. Résultat de simulation de la commande vectorielle de la vitesse

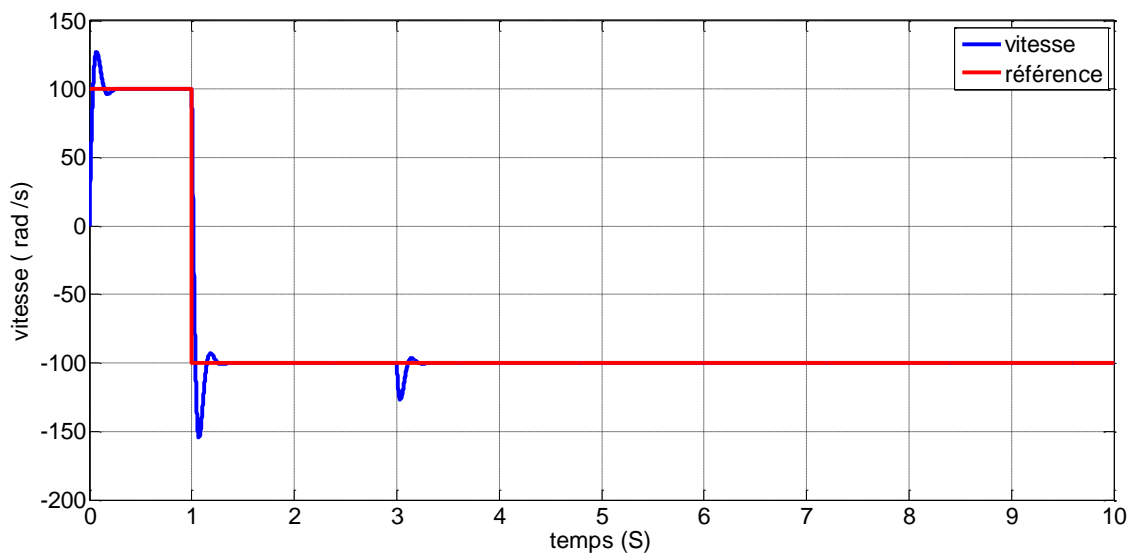


Figure .III.16. Résultat de simulation de la commande vectorielle de la vitesse avec la référence

III.6.6 Interprétation

On remarque que l'allure de la vitesse suit parfaitement sa référence qui est atteinte très rapidement avec un temps de réponse.

Le couple électromagnétique début par une valeur de 0 à 4.8 N.m et se stabilise à la valeur du couple résistant (3N.m), le courant quadratique est l'image du couple électromagnétique, l'inversion de la consigne de vitesse de rotation du MSAP de la valeur référentielle (100 rd/s) à la valeur (-100 rd/s) à l'instant $t=1s$. L'allure de vitesse montre que la réponse en vitesse suit la nouvelle consigne sans dépassement. L'allure du couple et du courant présente des pics lors de l'inversion de la vitesse puis se stabilise à la valeur désirée. Enfin, la variation de la consigne avec application d'un couple résistant montrent la vitesse suit parfaitement sa référence qui est atteinte rapidement sans dépassement avec une petite perturbation lorsque on applique un couple résistant à $t = 3s$ et son élimination à $t = 1s$.

Finalement, les résultats de simulation sont satisfaisants et la robustesse de cette commande est garantie.

III.7. Commande robuste par un contrôleur H_∞ de la vitesse de la MSAP

Nous avons appliqué le régulateur robuste à la commande de la vitesse de la MSAP. La fonction de transfert tension –vitesse issue de l'équation mécanique est représentée par la fonction de transfert suivante :

$$G(s) = \frac{Z(s)}{W(s)} = \frac{1,5P^2\phi_f / JL_q}{s^2 + \left(\frac{f_c}{J} + \frac{R_s}{L_q}\right)s + \frac{R_s f_c + 1,5P^2\phi_f^2}{JL_q}} \quad (\text{III.42})$$

Avec :

$Z(s)$: représente la sortie à asservir (vitesse du rotor W_r)

$W(s)$: représente la tension V_q

Le schéma bloc globale d'une régulation de vitesse de la MSAP par un régulateur de type H_∞ , qui est générée la tension de commande V_{qr} , tandis que le courant statorique direct I_d , il est commandé par un correcteur classique de type PI, qui génère à son tour la tension de commande V_{dr} .

Les paramètres des fonctions de pondération sont sélectionnés comme suit :

$$K_c = 0.1, K_d = 40, K_a = 0.04, K_g = 1, K_e = 2, K_f = 10, K_b = 2000.$$

Le correcteur obtenu par la méthode H_∞ est l'issu de l'algorithme décrit auparavant prend la forme suivante :

Pour lequel le système bouclé assure une norme H_∞ égale à :

$$K_\infty = \frac{\gamma = 0.2085 \cdot 264278.4682(s+2000)(s+241.4)(s+0.2214)}{s(s+1.386e004)(s^2 + 1.009e004s + 4.063e007)} \quad (\text{III.43})$$

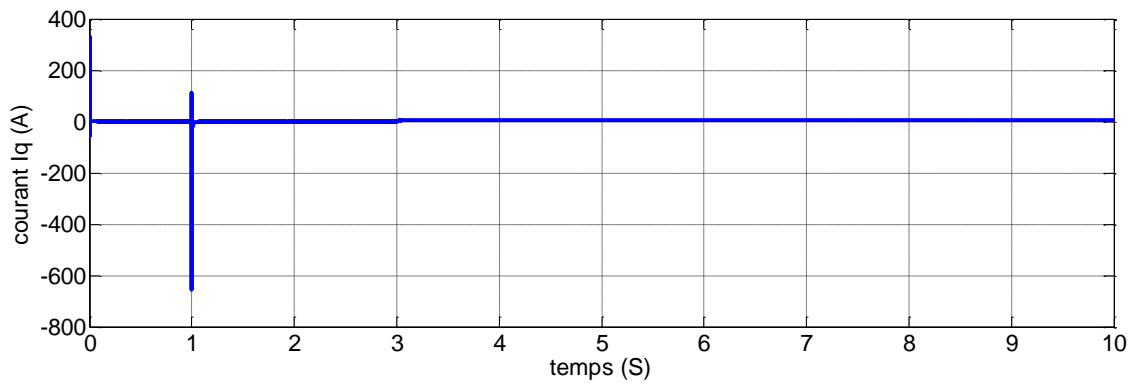


Figure .III.19. Résultat de simulation de la commande H_∞ du courant I_q

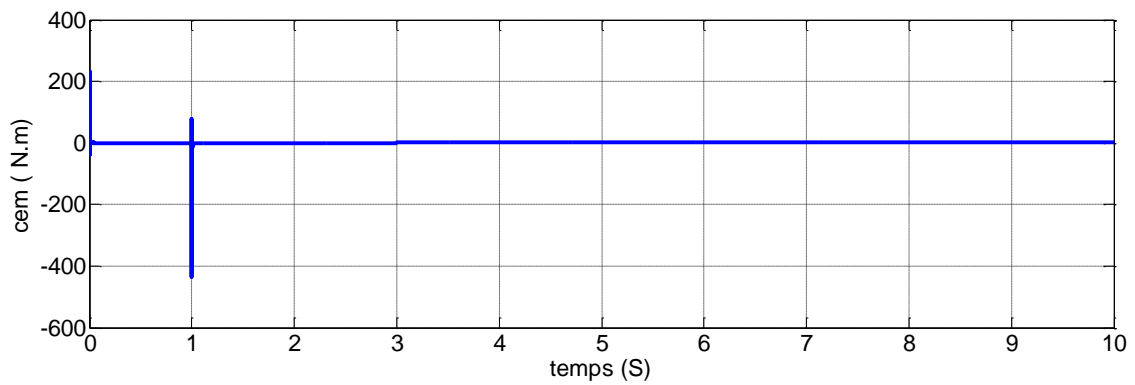


Figure .III.20. Résultat de simulation de la commande H_∞ de couple électromagnétique

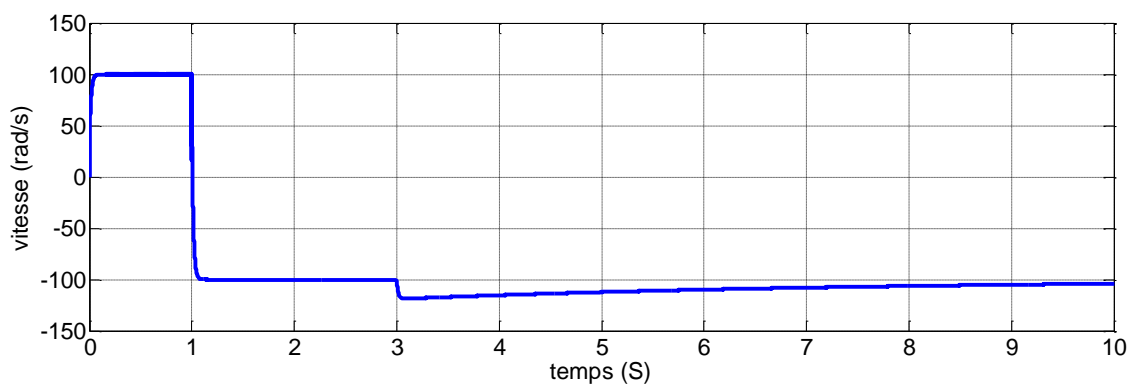


Figure .III.21. Résultat de simulation de la commande H_∞ de la vitesse

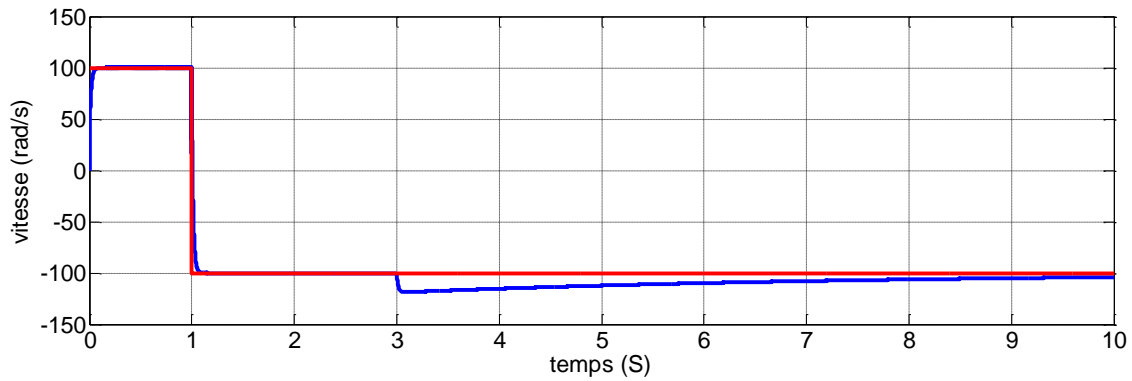


Figure .III.22. Résultat de simulation de la commande H_{∞} de la vitesse avec la référence

III.7.3. Interprétation

On remarque que l'allure de vitesse suit bien sa consigne sans dépassement avec un temps de réponse très court égale 40 ms.

On remarque aussi que le courant direct I_d est nul et le courant quadratique I_q est l'image du couple électromagnétique ce qui indique le découplage introduit par la commande vectorielle de la MSAP. L'application de la charge $C_r=1$ N.m à $t=3$ s, et l'effet de la perturbation est rapidement éliminé donc, l'influence de cette charge sur la vitesse est négligeable, Le couple électromagnétique compense le couple de charge appliqué montre l'inversion de la consigne de vitesse (de 100 rd/s à -100 rd/s), la vitesse suit toujours sa consigne et le couple électromagnétique en réponse à ce changement prend la valeur. La Figure (III.22) montrent que la vitesse suit parfaitement sa référence qui est atteinte rapidement sans dépassement avec une légère perturbation lorsque on applique un couple résistant à $t = 3$ s .

III.8. Etude comparative

Le contrôleur classique PI de la vitesse a été remplacé par un contrôleur H_{∞} le but étant d'améliorer les performances et la robustesse de la commande H_{∞}

A travers les résultats obtenus on peut dire que :

- Le réglage de la vitesse de la MSAP par régulateur PI donne de bons résultats, réponse rapide de la vitesse et sans dépassement, comportement peu insensible aux perturbations (variation de la charge, variation de la vitesse).
- Le réglage H_{∞} donne une dynamique très performante (temps de réponse rapide, erreur nulle), une robustesse par rapport aux perturbations (variation de la charge et inversion de la vitesse).

Par ailleurs, la commande assure une bonne poursuite même en présence de perturbation de charge.

Une comparaison des performances du contrôleur PI et du contrôleur H_{∞} a clairement montré l'avantage de contrôleur H_{∞} dans le maintien de l'indice de performance. Ces avantages sont traduits par la robustesse du H_{∞} par rapport au PI vis-à-vis des variations des paramètres de la machine et la perturbation du couple de charge.

On peut affirmer dans ce travail, que la commande par H_{∞} robuste appliquée à une machine synchrone à aimant permanent alimentée en tension commander par orientation de flux est très efficace

car, on obtient des meilleurs performances (réponse plus rapide et une meilleure capacité de rejet de perturbation de charge par rapport au contrôleur classique PI)

Indice de performances	Commande vectorielle	Commande H_∞
Temps de montée	29 .93 ms	29.8 ms
Temps de réponse	130 ms	40 ms
dépassement	27.3%	0%
Ecart statique	0%	0%

III.9.conclusion

L'approche adoptée dans ce chapitre consiste à remplacer le régulateur conventionnel de vitesse PI par un régulateur robuste H_∞ .

On peut affirmer dans ce travail, l'efficacité de la commande H_∞ appliquée à une machine synchrone à aimant permanent alimenté en tension , On remarque que les performances du contrôleur H_∞ par rapport au régulateur classique PI donne des performances meilleures non seulement la poursuite de consigne et le rejet de perturbation, mais aussi pour la variation paramétrique.

Conclusion générale

Conclusion général

Le développement d'une stratégie de commande pour un système linéaire perturbé, doit assurer la robustesse en stabilité et en performances en présence de différents types d'incertitudes.

Le travail présenté dans ce mémoire avait pour objectif principal la conception d'une loi de commande robuste pour la commande en vitesse de la machine synchrone à aimant permanente (MSAP). Pour construire cette loi de commande, l'approche fréquentielle appelée commande robuste H_∞ a été utilisée.

Après avoir introduit la technique de cette commande robustes pour les systèmes linéaires, nous avons présenté quelques outils nécessaires à l'approche H_∞

Dans la première partie du travail, Une introduction aux notions de base et à la commande robuste est présentée dans ce chapitre en rappelant les principales techniques de commandes robustes telles que les commandes H infini, commande LQ, LQG, commande floue et commande par Backstepping.

Dans deuxième chapitre nous avons présenté, l'approche de la commande H_∞ standard a été introduite. Le problème à traiter a été mis sous forme standard. Cette formulation permet d'une part de représenter à la fois le système à contrôler et si nécessaire, les informations sur les objectifs de synthèse (sous forme des filtres de pondérations) et d'autre part, de régler le compromis entre les objectifs de stabilité et les objectifs de performances par le biais de ces filtres. La méthode de résolution utilisant la représentation d'état est basée sur la résolution de deux équations de Riccati. La mise en œuvre de la technique, permettant de prendre en compte un certain nombre de spécifications temporelles et fréquentielles.

Dans le troisième chapitre, nous avons présenté la modélisation détaillée de la MSAP en vue de la simulation. Malgré les hypothèses simplificatrices introduites, le modèle de la MSAP est très complexe (couplé, non linéaire et multivariable). La difficulté majeure, rencontrée dans cet actionneur, réside dans le fait que le couple électromagnétique et le flux sont des variables fortement couplées. L'utilisation de la transformation de Park, a permis d'aboutir à un modèle plus simplifié. Et puis nous avons présenter le principe de la commande vectorielle retenue pour la MSAP. L'utilisation de la stratégie à Id nul a permis de commander le couple électromagnétique par le courant I_q . Cette technique permet d'avoir un modèle semblable à celui de la machine à courant continu à excitation séparée. Dans le schéma de cette commande, les boucles de courants et celle de la vitesse sont assurées par des régulateurs classiques. Et puis nous avons par la suite remplacé le contrôleur classique PI de la vitesse par un contrôleur H_∞ . Le but étant d'améliorer les performances et la robustesse de la commande.

A travers les résultats obtenus peut dire que :

- Le réglage de la vitesse de la MSAP par régulateur PI donne des bons résultats, réponse rapide de la vitesse et sans dépassement, comportement peu insensible aux perturbations (variation de la charge, variation de la vitesse).
- Le réglage H_∞ donne une dynamique très performante (temps de réponse rapide, erreur nulle), une robustesse par rapport aux perturbations (variation de la charge et inversion de la vitesse). Par ailleurs, la commande assure une bonne poursuite même en présence de perturbation de charge.

Comme perspectives on propose la synthèse d'une commande hybride de type PI- H_∞ afin d'améliorer les performances de la MSAP.

Annexe

Les paramètres de la MSAP utilisé sont donnés dans le tableau suivant[3] :

Paramètres	Description
$f = 50 \text{ Hz}$	Fréquence
$P_n = 1.5 \text{ kW}$	Puissance nominale
$R_s = 1.4 \Omega$	Résistance statorique
$L_d = 0.0066 \text{ H}$	Inductance directe
$L_q = 0.0058 \text{ H}$	Inductance quadratique
$J = 0.00176 \text{ kg.m}^2$	Moment d'inertie
$F = 0.000388 \text{ N. m. s / rad}$	Coefficient de frottement
$\Phi_f = 0.1564 \text{ Wb}$	Flux des aimants
$P = 3$	Nombre de paire de pôles
$N_n = 1000 \text{ tr /min}$	Vitesse nominal

Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [1] SITE WEB, «[https://ar .wikipedia .orge](https://ar.wikipedia.org) ».
- [2] P. APKARIAN, « Elément de la théorie de la commande robuste »
- [3] M. MAHGON, « Application de la commande H_{∞} aux systèmes linéaire perturbés », mémoire magister en électrotechnique option automatique, université Ferhat Abbas Stif, 2012
- [4] G. SALLOUM, « Contribution à la commande robuste de la machin asynchrone à double alimentation », Doctorat, l'institut national polytechnique de Toulouse, 2007.
- [5] H. OUBABAS, « commande robuste » , cours master deux automatique , 2015/2016
- [6] M. CHEBABHI, A.HAFFAF, « Commande d'une machine à induction par la méthode H_{∞} », mémoire de fin d'études option commande électrique, 2006/2007.
- [7] A. SENADLA, « Application des technique de contrôle par la méthode H_{∞} pour une commande robuste de la machine à induction », mémoire de master université de m'sila , 2014/2015.
- [8] A. FARAG, « Commande non linéaire dans les systèmes de forage pétrolier : contribution à la suppression du phénomène de " STICK_SLIP " », thèse de doctorat ,université Paris Orsay, 2006.
- [9] N. AIT RAMDANE, « Commande robuste d'une génératrice asynchrone à double alimentation pour la convection de l'énergie ionienne », mémoire de magister en électrotechnique université mouloud Mammeri de Tizi-Ouzou, 2012.
- [10] B. Mohamed Saleh, « Commande par backstepping d'un filtre actif parallèle à trois niveaux à quatre bras», mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de master en génie électrique, m'sila, 2014/2015.
- [11] S.ZEGHLACHE, « commande intelligente », cours master 2 automatique et master 2 commande des systèmes électrique, 2015/2016.
- [12] R.KETATA, « Méthodologies de régulation numérique incluant la logique floue »,Thèse de Doctorat L.A.A.S Toulouse , France – 1992 .
- [13] M. BAUER, « Application de contrôleurs à logique floue pour la commande vectorielle des machines à induction: commande en vitesse et en position » ,Rapport de stage ingénieur- ESIM-22 Février 1995 .

- [14] A.IBALIDEN, « Implantation d'un régulateur de type flou sur des commandes d'onduleurs pilotant des machines alternatives : application à la détermination des correcteurs », Rapport d'activités ,1994-1995.
- [15] B. BEAUFRERE, « Application de la logique floue à la planification de trajectoires de robots mobiles dans des environnements inconnus », Thèse de Doctorat de l'université de Poitiers France, Décembre 1994.
- [16] P. Y. GLORONNEC, « Algorithme d'apprentissage pour systèmes d'inférences floues » , INSA de Rennes France (IRISIA)- 1999.
- [17] B. DEMAYA « Commande floue des systèmes à dynamiques complexes- Application à la commande d'un moteur thermique », Thèse de Doctorat LAAS Toulouse France - 17 Octobre 1994 .
- [18] L.NEZLI, D.BOUDANA et M.S.BOUCHERITE «réglage par mode de glissement en cascade d'une machine synchrone Autopilotee alimentée en courant», Conférence National SAMPDIMA 99 Annaba.
- [19] A. HUSSAIN, «Contribution à la commande adaptative robuste par modes glissants», Thèse De Doctorat, Université Dereims Champagne Ardenne, 2009.
- [20] A. BACHTARZI «commande de système à structure variable application à un générateur de vapeur» Thèse Doctorat, Université De Constantine, 2011.
- [21] S. ARDJOUN, «Commande en vitesse par mode de glissement d'une machine asynchrone double alimentation», Mémoire De Magister, Université Djillali Liabes De Sidi-Bel-Abbes, 2010.
- [22] D. Alazard, C. Cumer, P. Apkarian, M. Gauvrit, G. Ferreres, « Robustesse et commande adaptative », Cépadués éditions, TOULOUSE. 1999.
- [23] A. Benlatreche, « Contribution à la commande robuste H_{∞} de systèmes à grande échelle d'enroulement de bandes flexibles », Thèse de doctorat de l'Université Louis Pasteur, STRASBOURGI. 2007.
- [24] J. Feng, «A study of optimality in the H_{∞} Loop-Shaping design method», Thèse de doctorat de l'Université de Darwin, CAMBRI DGE . 1995.
- [25] C. Bérard, M. Bainnic, D. Saussié livre «LA COMMANDE MULTIVARIABLE application au pilotage d'un avion » .Dunod , Paris ,2012 .ISBN 978-2-058546-5.
- [26] A. Titaouine, F. Benchabane, K. Yahia, PR: A. Moussi «COMMANDE D'UNE MACHINE SYNCHRONE A AIMANTS PERMANENTS ET ESTIMATION DE CES PARAMETRES EN

UTILISANT LE FILTRE DE KALMAN ETENDU ». Courrier du Savoir – N°07, Décembre 2006, pp.37-43.

[27] N. CHoug « Etude de la Robustesse des Contrôleurs Flous d'une Machine Synchrone à Aimants Permanents avec Pilotage Vectoriel ». Mémoire de magister option :commande électrique .BATNA .2011

MEMOIRE DE FIN D'ETUDE EN VUE DE L'OBTENTION DU DIPLOME

MASTER EN AUTOMATIQUE

SPECIALITE : AUTOMATIQUE

Proposé et dirigé par : OUBABAS HOCINE

Présenté par : BACHIRI Sara

Thème

Commande Robuste H_∞ : Application aux Machines Electriques

Résumé L'objectif de ce travail est de présenter une technique récente de la commande robuste basée sur la synthèse H_∞ de la machine synchrone à aimant permanent, alimentée par un onduleur de tension et commander par la technique de modulation de largeur d'impulsion MLI. La première partie de cette étude, concerne la modélisation de la machine synchrone à aimants permanents. La deuxième partie, a été consacrée à la commande vectorielle de la MSAP, cette commande a permet de simplifier considérablement le modèle, il devient simple et similaire à celui d'un moteur à courant continu. La troisième partie, à été consacrée au réglage de la vitesse de la MSAP à l'aide de régulateur robuste H_∞ . Ce dernier a montré leur efficacité de point de vue : poursuite de la consigne, erreur statique nulle en régime permanent, rejette la perturbation.

Mots clés MSAP, MLI, commande robuste, synthèse , sensibilité mixte, fonction de pondération.

N° d'ordre : AUT_197