



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET
POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE
LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

Université Mohamed Boudiaf de M'sila
Faculté des Mathématiques et de l'Informatique
Département des Mathématiques



Mémoire de Master

Domaine : Mathématiques et Informatique
Filière : Mathématiques
Option : Analyse Mathématique et Numérique

Thème

**Résolution des formes intégrales de Volterra des
problèmes d'Emden-Fowler**

Présentée par : SAADALLAH Riadh

Soutenu publiquement le : 14/06/2025

Devant le jury composé:

Mr. LAKHAL Aissa

Mr. DILMI Mustapha

Mr. GAGUI Bachir

M.C.B

M.C.B

M.C.A

Université de M'sila

Université de M'sila

Université de M'sila

Président.

Encadreur.

Examinateur.

Année universitaire 2024/2025

Remerciement

Je remercie **ALLAH** le tout puissant de m'avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire.

Tout d'abord, ce travail ne serait pas aussi riche et n'aurait pas pu avoir le jour sans l'aide et l'encadrement de **Dr. Mustapha DILMI**.

on le remercie pour la qualité de son encadrement exceptionnel pour sa patience, sa rigueur et sa disponibilité durant notre préparation de ce mémoire. Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à **Dr. Bachir GAGUI** et, **Dr. Aissa LAKHAL** qui m'ont fait l'honneur de participer au jury d'examiner ce travail.

Dédicace

Je dédie ce travail :

À mes parents, pour leurs sacrifices incommensurables, leur amour inconditionnel, leur tendresse infinie,

À mes sœurs et mes frères ...

À ceux qui font mon bonheur chaque jour.

المخلص

في هذه المذكرة، تناولنا دراسة المعادلات التفاضلية من نوع إمدان فاو لير من خلال تحويلها إلى معادلات تكاملية-تفاضلية، بهدف إيجاد حلول تقريبية لها. وقد اعتمدنا في ذلك على طريقة التحويل التفاضلي، وقمنا بمقارنة النتائج المتحصّل عليها مع الحلول الدقيقة من أجل تقييم مدى فعالية ودقة هذه الطريقة.

الكلمات المفتاحية: معادلات تكاملية-تفاضلية، معادلة أمدان-فاو لير، طرق عددية.

Abstract

In this thesis, we studied differential equations of the Emden-Fowler type by transforming them into integro-differential equations, with the aim of finding approximate solutions. We employed the differential transformation method and compared the obtained results with exact solutions in order to evaluate the efficiency and accuracy of the method.

Keywords: Integro-differential equations, Emden-Fowler equation, Numerical Methods.

Résumé

Dans ce mémoire, nous avons étudié les équations différentielles de type Emden-Fowler en les transformant en équations intégral-différentielles, dans le but de trouver des solutions approchées. Nous avons utilisé la méthode de transformation différentielle et comparé les résultats obtenus avec les solutions exactes afin d'évaluer l'efficacité et la précision de cette méthode.

Mots clés: Equations intégral-différentielles, Equation Emden-Fowler, Méthodes Numériques.

Contents

Liste des tableaux	1
Notations	2
Introduction	3
1 Notions sur les équations intégrales et intégro-différentielles	4
1.1 Fondaments des structures fonctionnelles en analyse.	4
1.2 Les équation intégrales	6
1.3 Classification des équations intégrales	6
1.4 Classification des équations intégro-différentielles	7
1.5 les équation différentielle	8
1.6 Equation différentielle d'Emden-Fowler	9
2 Existence et unicité de la solution des E.I.D	11
2.1 Existence et unicité	11
2.2 Méthodes de résolution des E.I.D	13
2.2.1 Méthodes analytiques	13
2.2.2 Méthodes numériques	17
3 Résolution des formes I.D.V de form E-F	20
3.1 Equation différentielle de Emden-Fowler	20
3.2 Résolution numérique d'équations I.D form Emden-Fowler	22
3.2.1 Méthode de Transformation Différentielle	22
3.3 Applications et résultats numériques	23
Conclusion	28

Références

30

Liste des tableaux

- 1 Solutions exactes et approximatives de E.I.D.V form E-F. Exemple 3.1 ...24
- 2 Solutions exactes et approximatives de E.I.D.V form E-F. Exemple 3.2 ...25
- 3 Solutions exactes et approximatives de E.I.D.V form E-F. Exemple 3.3 ...27

Notations

H	espace de Hilbert
\langle, \rangle	le produit scalaire
\oplus	somme directe
$E.I$	équation intégrale
f	fonction donnée
$k(x, t)$	noyau de l'équation intégrale
$E.I.D$	équation intégral-différentielle
$L - E$	Lane-Emden
$E.E - F$	équation Emden-Fowler
T	polynôme de tchebychev
P	opérateur de projection
\int	signe intégral
$u^{(n)}$	la dérivée n -ième
u	la fonction inconnue dans l'équation intégrale
u_n	solution approchée

Introduction

. Les équations intégro-différentielles (É.I-D) jouent un rôle très important car c'est l'un des problèmes les plus appliqués dans plusieurs domaines tels que : la mécanique, les Mathématiques, la physique, la Chimie, la biologique, ...etc. Ce type d'équations a été introduit par Vito-Volterra pour la première fois dans le début des années 1900. L'équation que nous appelons équation intégro-différentielle (É.I-D) est sous la forme

$$u^{(n)}(x) = f(x) + \lambda \int_{\Omega} K(x, t)u(t)dt$$

où Ω un ensemble fermé, borné et mesurable d'un espace euclidien de dimension finie, λ est un paramètre numérique, $K(x, t)$ le noyau de l'équation intégrale, $f(x)$ une fonction donnée, $u(t)$ est la fonction inconnue, $u^{(n)}$ est la dérivée $n^{ième}$ de $u(x)$. Notre présent travail s'inscrit dans le cadre de l'analyse numérique, le but est de montrer quelques méthodes analytiques et numériques pour la résolution des (É.I-D) de Volterra, pour cela on divise ce mémoire en trois chapitres :

Le premier chapitre est un rappel sur Fondements théoriques des équations intégrales et intégro-différentielles, où nous avons présenté les notions essentielles sur les espaces fonctionnels, les opérateurs, Ainsi que la classification et les propriétés fondamentales de ces équations.

Le deuxième chapitre est dédié à l'étude théorique de l'équation intégro-différentielle de volterra nous avons examiné les conditions d'existence et unicité de la solution puis présenté différentes approches incluent des des méthodes analytiques telles que la méthode de calcul direct et la méthode d'Adomian, ainsi que des méthode numériques, notamment la méthode des trapèzes et la méthode de chebyshev-Galerkin. Des exemples pratiques ont été fournis pour illustrer l'application de chaque méthode.

Le troisième chapitre est consacré à l'étude des problèmes d'Emden –Fowler .nous avons introduit les notions fondamentales relatives à ces problèmes et montré comment les transformées en équation intégro-différentielles de volterra. Par la suite, ces équations ont été résolues en utilisant des méthodes analytiques et numériques, notamment la méthode de transformation différentielle (DTM). Nous avons expliqué bien les algorithmes de résolution à travers des exemples résolus en détail, avec des résultats en estimation des erreurs et comparaison entre les solution approchées et les solution exactes, en utilisant code en MATLAB.

Chapter 1

Notions sur les équations intégrales et intégréo-différentielles

Dans ce chapitre expose les bases théoriques des équations intégrales et intégréo-différentielles. On y introduit les notions essentielles sur les espaces fonctionnels, les opérateurs, ainsi que la classification et les propriétés fondamentales de ces équations.

1.1 Fondaments des structures fonctionnelles en analyse.

Espace de Hilbert

Definition 1.1 *Un espace de Hilbert est un espace vectoriel H sur \mathbb{C} muni d'un produit scalaire $\langle x, x \rangle$, et qui est complet pour la norme $\langle x, x \rangle^2$.*

Definition 1.2 *Soit H un espace de Hilbert. Un système orthonormé est un sous ensemble E de H tel que pour toute f de E nous avons :*

$$\langle e_i, e_j \rangle = \delta_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Soit $(e_k)_{k \in \mathbb{N}}$ un système orthonormé dans un espace de Hilbert H et soit $x \in H$ alors :

$$\sum_{k=1}^{\infty} |\langle x, e_k \rangle|^2 \leq \|x\|^2.$$

Ce résultat est appelé l'inégalité de Bessel. Une base orthonormée de H est un système orthonormé E tel que :

$$x = \sum_{e \in E} \langle x, e \rangle e, x \in H,$$

où la convergence est dans H .

Definition 1.3 Soit H un espace de Hilbert, et soit $S \subset H$. Le complément orthogonal de S est :

$$S^\perp = \{x \in H : \langle x, s \rangle = 0, \forall s \in S\}.$$

Nous remarquons de cette définition que S^\perp est toujours un sous-espace fermé de H et que $S \cap S^\perp = \{0\}$.

Definition 1.4 Un espace vectoriel X est la somme directe de deux sous-espaces Y et Z de X et on écrit :

$$X = Y \oplus Z,$$

si chaque $x \in X$ a une représentation unique.

$x = y + z$ ou $y \in Y$ et $z \in Z$: Soit M un sous-espace fermé de H , Alors :

$$H = M \oplus M^\perp.$$

Produit scalaire

Definition 1.5 Soit E un espace vectoriel sur \mathbb{R} , un produit scalaire sur E est application de $E \times E$ dans \mathbb{R} , notée $\langle \cdot, \cdot \rangle$ possédant les propriétés suivantes: pour tout x, y, z dans E et α, β dans \mathbb{R} on a :

1. $\langle \alpha x + \beta y, z \rangle = \alpha \langle x, z \rangle + \beta \langle y, z \rangle$.
2. $\langle x, y \rangle = \langle y, x \rangle$.
3. $\langle x, x \rangle \geq 0$.
4. $\langle x, x \rangle = 0 \Rightarrow x = 0$.

Espace de Banach

Definition 1.6 Tout espace vectoriel normé complet est appelé espace de Banach.

Espace de $L^2[0,1]$

L'espace de fonctions $L^2[0, 1]$ défini par : $L^2[0, 1] = f : [0; 1] \rightarrow \mathbb{R}$ est mesurable et $\|f\| < \infty$, est un espace de Hilbert pour le produit scalaire :

$$\langle f, g \rangle = \int_0^1 f(x)g(x)dx$$

1.2 Les équation intégrales

Definition 1.7 Une équation intégrale est définie comme une équation dans laquelle la fonction inconnue figure sous le signe d'intégration \int . La forme générale d'une équation intégrale est :

$$\alpha(x)u(x) = f(x) + \lambda \int_{\Omega} K(x,t)u(t)dt, \quad (1.2)$$

où $\alpha(x)$, $f(x)$, $K(x,t)$ sont des fonctions données, la fonction $u(x)$ qui figure à l'intérieur et à l'extérieur du signe intégral est l'inconnu à déterminer, λ est un paramètre réel ou complexe différent de zéro, et Ω un ensemble fermé, borné et mesurable d'un espace euclidien de dimension finie.

1.3 Classification des équations intégrales**Equation intégrale de Fredholm**

Une équation de la forme (1.2) dont les bornes d'intégration sont fixées est dite équation intégrale linéaire de Fredholm.

i) Si $\alpha(x) = 1$, l'équation s'écrit :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)u(t)dt, \quad (1.3)$$

et elle est dite de seconde espèce.

ii) Si $\alpha(x) = 0$, l'équation s'écrit :

$$f(x) + \lambda \int_a^b K(x,t)u(t)dt = 0,$$

et elle est dite de première espèce.

iii) Si $f(x) = 0$, l'équation s'écrit :

$$u(x) = \lambda \int_a^b K(x, t) u(t) dt,$$

et elle est dite homogène.

Equation intégrale de Volterra

La forme la plus classique de Volterra est de la forme :

$$\alpha(x) u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x, t) u(t) dt, \quad (1.4)$$

où les bornes de l'intégration sont fonction de x et la fonction inconnue $u(x)$ apparaît linéairement sous le signe intégral.

i) Si $\alpha(x) = 1$, l'équation s'écrit :

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x, t) u(t) dt.$$

Cet équation est connue comme l'équation intégrale de Volterra de deuxième espèce.

ii) Si $\alpha(x) = 0$, l'équation s'écrit :

$$f(x) + \lambda \int_a^x K(x, t) u(t) dt = 0,$$

qui s'appelle l'équation intégrale de Volterra de première espèce.

iii) Si $f(x) = 0$, l'équation s'écrit :

$$u(x) = \lambda \int_a^x K(x, t) u(t) dt,$$

et elle dite homogène.

1.4 Classification des équations intégral-différentielles

Equation intégral-différentielle de Fredholm

L'équation de la forme (1.5) dont les bornes d'intégration sont fixées est dite équation intégral-différentielle linéaire de Fredholm.

$L'(E.I-D)$ de Fredholm s'écrit sous la forme :

$$u^{(n)}(x) = f(x) + \lambda \int_a^b K(x, t) u(t) dt, \quad (1.6)$$

où $u^{(n)}(x)$ indique la dérivée nième de $u(x)$. Autre dérivés de l'ordre moins peuvent apparaitre avec $u^{(n)}$ sur le coté gauche. Des exemples de Fredholm intégro-différentielles :

$$u'(x) = 1 - \frac{1}{3}x + \int_0^1 xu(t) dt, u(0) = 0,$$

et

$$u''(x) + u'(x) = x - \sin x - \int_0^{\frac{\pi}{2}} xtu(t) dt, u(0) = 0, u'(0) = 1.$$

Equation intégro-différentielle de Volterra

Les équation intégro-différentielle de Volterra de première espèce, de seconde espèce ou homogène sont définies de la même manière précédente sauf que le borne d'intégration supérieure est variable, i.e $b = x$.

L'équation intégro-différentielle de Volterra s'écrit sous la forme :

$$u^{(n)}(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x, t) u(t) dt. \quad (1.7)$$

Exemples d'équations l'intégro-différentielle de Volterra sont :

$$u'(x) = -1 + \frac{1}{2}x^2 - x \exp x - \int_0^x tu(t) dt, u(0) = 0,$$

et

$$u''(x) + u'(x) = 1 - x - (\sin x + \cos x) - \int_0^x tu(t) dt, u(0) = -1, u'(0) = 1.$$

1.5 les équation différentielle

les équation différentielle décrivent l'évolution de nombreux phénomènes dans variés. Une équation différentielle est une équation impliquant une ou plusieurs dérivées d'une fonction

inconnue si toutes les dérivées sont prises par rapport à une seule variable, on parle d'équation différentielle ordinaire(EDO).

Definition 1.8 Une EDO est une équation exprimée sous la forme d'une relation

$$F(u(t), u'(x), u''(x), \dots, u^{(n)}(x)) = g(x)$$

1. dont les inconnues sont une fonction $u : I \subset \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ et son intervalle de définition I .
2. dans laquelle cohabitent à la fois u et ses dérivées u', u'', \dots, u^p (p est appelé l'ordre de l'équation).si la fonction g appelée (second membre) de l'équation, est nulle, on dit que l'équation en question est

Definition 1.9 En particulier dans la calcul différentiel, une équation aux dérivée partielle (ou équation différentielle partielle (également notée EDP)) L'équations ,est une équation différentielle dont les solutions pour des fonctions inconnues sont basées sur plusieurs variables qui satisfont certaines conditions liées à leurs dérivées partielles. C'est une équation mathématique contenant en plus de la variable dépendante(x dans les cas suivants) des variables indépendantes et une ou plusieurs dérivées partielles qu'on peut écrire sous la forme :

$$F(x, t, u, u'(x), u'(t), u''(x), u''(t), \dots) = g(x)$$

condition initiale

Une EDO admet généralement une infinité de solution. Pour choisir entre les différentes solution celle qui décrit le problème physique, il faut considérer d'autres données qui dépendent de la nature du problème par exemple la valeur prise par la solution et (ou) éventuellement ses dérivées en un ou plusieurs points de l'intervalle d'intégration.

Soit une EDO d'ordre p .Une condition initiale est ensemble de relations du type $u(t_0) = u_0, u'(t_0) = u'_0, \dots, u^{(n-1)}(t_0) = u_0^{(n-1)}$ que imposent en t_0 les valeurs $u_0, u'_0, \dots, u_0^{(n-1)}$ respectivement de la fonction inconnue et de ses dérivées jusqu'à l'ordre $n - 1$.

1.6 Equation différentielle d'Emden-Fowler

L'équation différentielle d'Emden-Fowler

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2}{x} \frac{du}{dx} + u^n = 0 \tag{1.8}$$

a fait l'objet d'un grand nombre de travaux. Cette équation apparaît également dans des travaux récents consacrés à des généralisations non linéaires de l'équation d'ondes en mécanique quantique. Le changement de variables

$$\omega = -\frac{xu^n}{u'}, v = -\frac{xu'}{u}, u' = \frac{du}{dx}$$

permet de ramener (1.8) à l'équation différentielle du premier ordre

$$\frac{dv}{d\omega} = -\frac{v(\omega + v - 1)}{\omega(\omega + nv - 3)}, n \in]0, \infty[\quad (1.9)$$

ce qui suggère l'emploi des méthodes qualitatives pour la discussion, dans le plan, des trajectoires de cette équation. Une telle étude a été partiellement réalisée par C.W. Jones en [4]. Les chercheurs M. Lefranc et J. Mawhin ont repris ce problème [13] en étudiant la nature des points singuliers de (1.9) au moyen de méthodes qualitatives et en complétant ces résultats par une détermination du portrait topologique des trajectoires au moyen de la méthode des isoclines.

Chapter 2

Existence et unicité de la solution des E.I.D

Dans ce chapitre nous rappelons les théorèmes célèbres du point fixe que nous allons utiliser pour obtenir des résultats d'existence variés. Nous commençons par la définition d'un point fixe, et nous présenterons quelques méthodes analytiques, et numériques importantes pour résoudre les équations intégro-différentielles de la deuxième espèce.

2.1 Existence et unicité

Definition 2.1 Soit f une application d'un ensemble E dans lui-même. On appelle point fixe de f tout point $u \in E$,

tel que :

$$f(u) = u.$$

Rappelons que le principe de contraction de Banach, qui garantit l'existence d'un point fixe unique d'une contraction d'un espace métrique complet à valeurs dans lui-même, est certainement le plus connu des théorèmes de point fixe.

Ce théorème donne l'existence et l'unicité d'un point fixe pour une contraction sur un espace métrique complet.

Theorem 2.1 (Picard) Soient (E, d) un espace métrique complet et, $\varphi \in E \longrightarrow E$ une application contractante, i.e Lipschitzienne par rapport $k < 1$. Alors, φ admet un unique point fixe $a \in E$. De plus, pour tout point initial $x_0 \in E$, la suite itérée $(x_p)_{p \in \mathbb{N}}$, avec $x_0 \in E$ quelconque et $x_{p+1} = \varphi(x_p)$ converge vers a .

Theorem 2.2 Soit T un opérateur défini dans un espace de Banach X , tel que T^n est contractant sur X , pour un entier positif n , alors T a un point fixe unique.

Lemma 2.1 Soit l'opérateur T tel que $T : C([a, b]) \longrightarrow C([a, b])$, u et $v \in C([a, b])$, et $L \in \mathbb{R}_+^*$ est le constant de Lipschitz de la fonction K au troisième variable,

$$K : [a, b] \times [a, b] \times \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}.$$

Alors :

$$\|T^p(u) - T^p(v)\|_\infty \leq \frac{L^p(b-a)^{2p}}{p!} \|u - v\|_\infty,$$

et l'équation intégrale-différentielle de Fredholm :

$$\begin{cases} \varphi'(x) = f(x) + \int_a^b k(x, t, \varphi(t)) dt, x \in [a, b] \\ \varphi(a) = a, a \in \mathbb{R}. \end{cases} \quad (2.1)$$

Admet une seule solution point fixe.

Theorem 2.3 Supposons que $f \in C[J \times \mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n]$, $K \in C[J \times J \times \mathbb{R}^n, \mathbb{R}^n]$ tel que :

$$\int_{t_0}^t k(r, s, u(s)) dr \leq N,$$

pour

$$t_0 \leq s \leq t \leq t_0 + \alpha,$$

avec

$$u \in H_0 = \{\phi \in C[J \times \mathbb{R}^n] : \phi(t_0) = u_0 \text{ et } |\phi(t) - u_0| \leq b\},$$

pour certain $0 < \alpha \leq a$. Alors l'équation intégrale-différentielle de Volterra .

$$\begin{cases} u'(x) = f(t, x(t)) + \int_s^t k(t, s, u(t)) dt \\ \phi(t_0) = u_0 \end{cases} \quad (2.2)$$

Admet une solution unique.

2.2 Méthodes de résolution des E.I.D

2.2.1 Méthodes analytiques

Definition 2.2 Le noyau $K(x, t)$ d'une équation intégrale-différentielle de Fredholm est dite dégénérée s'il est la somme d'un nombre finie de produit des fonctions de variable x seul par des fonctions de variable t seul i.e il est de la forme:

$$k(x, t) = \sum_{i=0}^n g_i(x)h_i(t).$$

Les fonctions $g_i(x)$ et $h_i(t)$ ($i = 1, 2, \dots, n$) seront supposées continues dans le carré fondamental $a \leq x, t \leq b$ et linéairement indépendantes.

Remark 2.1 Le noyau non dégénéré peut réduire à noyau dégénérée par développement de Taylor.

Méthode de calcul direct

Cette méthode peut être utilisée pour résoudre l'équation intégrale-différentielle de Fredholm de deuxième espèce directement au lieu d'une forme série. Pour l'application de cette méthode, nous considérons le noyau séparable de la forme :

$$K(x, t) = g(x)h(t). \quad (2.3)$$

Nous considérons l'équation intégrale-différentielle de Fredholm de la forme générale :

$$u^{(n)}(x) = f(x) + \int_a^b K(x, t)u(t)dt, \quad (2.4)$$

aux conditions initiales

$$u^{(k)}(0) = b_k, 0 \leq k \leq n - 1.$$

En substituant (2.3) dans (2.4), on trouve :

$$u^{(n)}(x) = f(x) + g(x) \int_a^b h(t)u(t)dt. \quad (2.5)$$

Puisque l'intégrale dans l'équation (2.5) est une intégrale bornée et ne dépend que d'une seule variable t , alors nous pouvons assigner cet intégrale par une constante β c'est-à-dire :

$$\int_a^b h(t) u(t) dt = \beta. \quad (2.6)$$

L'équation (2.5) devient :

$$u^{(n)}(x) = f(x) + \beta g(x). \quad (2.7)$$

En intégrant les deux cotés de (2.7) n fois de 0 à x , en utilisant également les conditions initiales, nous pouvons trouver une formule pour $u(x)$ qui dépend de β et x . Cela signifie que nous pouvons écrire :

$$u(x) = u(x, \beta). \quad (2.8)$$

En substituant (2.8) dans le coté droit de (2.6), en calculant l'intégrale, en résolvant également résultante. Quand on a déterminé β , nous obtenons la solution exacte $u(x)$ après avoir substitué β dans (2.8).

Considérons l'équation intégrale-différentielle de Fredholm :

$$u'(x) = 12x + \int_0^1 u(t) dt \quad \text{avec } u(0) = 0. \quad (2.9)$$

Cet équation peut s'écrire :

$$u'(x) = 12x + \beta, \quad u(0) = 0. \quad (2.10)$$

On pose :

$$\int_0^1 u(t) dt = \beta. \quad (2.11)$$

En intégrant les deux cotés de (2.10) de 0 à x , et en utilisant la condition initiale, nous obtenons :

$$u(x) = 6x^2 + \beta x. \quad (2.12)$$

En remplaçant (2.12) dans (2.11) et évaluer le rendement intégral :

$$\beta = \int_0^1 u(t) dt = 2 + \frac{1}{2}\beta.$$

On trouve :

$$\beta = 4.$$

La solution exacte est donnée par :

$$u(x) = 6x^2 + 4x.$$

La méthode de décomposition Adomian

La méthode de décomposition Adomian (MDA) a été introduite et développée par George Adomian. (MDA) donne la solution dans un infini série de composants. L'idée de la méthode de décomposition Adomian transforme l'équation intégral-différentielle de Fredholm en une équation intégrale.

Nous considérons l'équation intégral-différentielle de Fredholm du second ordre et du second type :

$$u''(x) = f(x) + \int_a^b K(x,t)u(t)dt, \quad (2.13)$$

avec les conditions initiales $u(0) = b_0$, $u'(0) = b_1$.

Intégrant les deux cotés de (2.13) de 0 à x deux fois, nous obtenons :

$$u(x) = b_0 + b_1x + L^{-1}(f(x)) + L^{-1}\left(\int_a^b K(x,t)u(t)dt\right), \quad (2.14)$$

où les conditions initiales sont utilisées et L^{-1} est un opérateur intégral double .

$$u(x) = \sum_{n=0}^{\infty} u_n(x). \quad (2.15)$$

Nous utilisons la série de décomposition (2.15) dans les cotés de (2.14), on obtient :

$$\sum_{n=0}^{\infty} u_n(x) = b_0 + b_1x + L^{-1}(f(x)) + L^{-1}\left(\int_a^b K(x,t) \sum_{n=0}^{\infty} u_n(t)dt\right),$$

ou de façon équivalent :

$$\begin{aligned}
 u_0(x) + u_1(x) + u_2(x) + \dots &= b_0 + b_1x + L^{-1}(f(x)) + L^{-1}\left(\int_0^x K(x,t)u_0(t)dt\right) + L^{-1}\left(\int_0^x K(x,t)u_1(t)dt\right) \\
 &\quad + L^{-1}\left(\int_0^x k(x,t)u_2(t)dt\right) + \dots
 \end{aligned}$$

Par conséquent, pour déterminer les composant $u_0(x)$, $u_1(x)$, $u_2(x)$, $u_3(x)$, ..., de la solution $u(x)$, nous définissons la relation de récurrence :

$$\begin{aligned}
 u_0(x) &= b_0 + b_1x + L^{-1}(f(x)) \\
 u_{k+1}(x) &= L^{-1}\left(\int_a^b K(x,t) \sum_{n=0}^{\infty} u_n(t)dt\right), k \geq 0.
 \end{aligned}$$

Notons que $u_0(x)$ est défini par tous les termes qui ne sont pas inclus sous le signe intégral, c'est -à-dire :

$$\begin{aligned}
 u_0(x) &= b_0 + b_1(x) + L^{-1}(f(x)) \tag{2.16} \\
 u_{n+1}(x) &= L^{-1}\left(\int_a^b K(x,t) u_k(t) dt, k \geq 0\right).
 \end{aligned}$$

En utilisant (2.16), la série obtenue converge vers la solution exacte si une telle solution existe.

Exemple 2.1 Utilisez la méthode de décomposition d'Adomian pour résoudre l'équation intégrodifférentielle de Fredholm :

$$u'''(x) = e^x - x + \int_0^1 xtu(t) dt \quad \text{avec } u(0) = u'(0) = u''(0) = 1. \tag{2.17}$$

Intégrant les deux cotés de l'équation (2.17) trois fois de 0 à x , nous obtenons :

$$u(x) = e^x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{3!}x^3 \left(\int_0^1 tu(t) dt\right).$$

D'après la procédure, nous définissons les relations de récurrence :

$$u_0(x) = e^x - \frac{1}{3!}x^3, u_{k+1}(x) = \frac{1}{3!}x^3 \int_0^1 t u_k(t) dt, k \geq 0.$$

Cela on donne :

$$\begin{aligned} u_0(x) &= e^x - \frac{1}{3!}x^3 \\ u_1(x) &= \frac{1}{3!}x^3 \int_0^1 t u_0(t) dt = \frac{29}{180}x^3 \\ u_2(x) &= \frac{1}{3!}x^3 \int_0^1 t u_1(t) dt = \frac{29}{5400}x^3 \\ &\vdots \end{aligned}$$

La solution sous forme de série est donnée par :

$$u(x) = e^x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{29}{180}x^3 \left(1 + \frac{1}{30} + \frac{1}{900} + \dots \right).$$

La somme de série géométrique infinie

$$S = 1 + \frac{1}{30} + \frac{1}{900} + \dots = \frac{30}{29}$$

L'utilisation de se résultat donne la solution exacte $u(x) = e^x$.

2.2.2 Méthodes numériques

Rappel Integration Numérique

Le but de ce rappel est donner des méthodes permettant de calculer la valeur approchée d'intégrale .

$$\int_a^b f(t)dt. \tag{2.18}$$

Sur le plan pratique, pour obtenir une approximation lorsque les primitives de f ne sont pas calculables. Sur le plan théorique, de connaître des méthodes permettant d'obtenir des encadrements d'amplitude aussi petite que souhaitée. Lorsque la fonction f est de classe C^n sur l'intervalle réel $I = [a, b]$, on note : $M_i = \max |f^{(i)}|$; $x \in [a, b]$, $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$, on subdivise l'intervalle $[a, b]$ en n intervalles $n \in \mathbb{N}^*$ de même longueur $h = (b - a)/n$ que l'on appelle le pas de la subdivision. Et pour tout $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$, on note $x_i = a + ih$.

Méthode des trapèzes

Principe des méthodes On remplace la courbe représentative de f , sur chaque segment de la subdivision, par le segment qui joint $(x_i, f(x_i))$ à $(x_{i+1}, f(x_{i+1}))$. Cela revient donc à interpoler la fonction f sur le segment $[x_i, x_{i+1}]$ par le polynôme de Lagrange de degré 1 aux points x_i et x_{i+1} .

Proposition 2.1 la valeur approchée de l'intégrale f sur I par le méthode des trapèzes est alors donnée par :

$$L_n = \frac{b-a}{n} \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right). \quad (2.19)$$

Proof. L'aire de trapèzes en base $[x_i, x_{i+1}]$ est $\frac{(x_{i+1}-x_i)(f(x_i)+f(x_{i+1}))}{2} = \frac{h(f(x_i)+f(x_{i+1}))}{2}$ On déduit que :

$$L_n = \sum_{i=0}^{n-1} h(f(x_i) + f(x_{i+1})) / 2 = h \left(\frac{f(a) + f(b)}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) \right) \quad (2.20)$$

■

Exemple 2.2 considérons l'équation intégro-différentielle comme suit:

$$\varphi(x) = x^2 - \frac{x^2}{6}e^{-x} + \int_0^x te^{-x}\varphi^2(t)dt \quad (2.21)$$

avec la solution exacte $\varphi(x) = x^2$, les solutions approchées obtenues en utilisant la Méthode de trapèzes

Méthode de Galerkin-Tchebychev

On considère l'équation intégro-différentielle de Volterra suivante:

$$u'(x) - \int_0^x k(x,t)u(t)dt = f(x), \text{ avec } u(a) = \alpha, a \leq t \leq x \leq b \quad (2.22)$$

où $k(x,t)$ est une fonction continue et carré intégrable, $f(x)$ est une fonction connue, $u(x)$ la fonction inconnue. Maintenant nous employons la technique de la méthode de Galerkin. Pour ceci, nous estimons la fonction inconnue $\varphi(x)$ comme suit

$$u(x) = \sum_{i=0}^n c_i T_i(x) \quad (2.23)$$

alors

$$u'(x) = \sum_{i=0}^n c_i T_i'(x) \quad (2.24)$$

où T_i sont les polynôme de Chebyshev de degré i ($i = 0, 1, \dots, n$) et, c_i , sont des paramètres inconnus, à déterminer. On remplace (2.23) et (2.24) dans l'équation(2.22), nous obtenons

$$\sum_{i=0}^n c_i T_i'(x) - \int_a^x \left[k(x, t) \sum_{i=0}^n c_i T_i(x) \right] dt = f(x)$$

ou

$$\sum_{i=0}^n c_i \left[T_i'(x) - \int_a^x k(x, t) T_i(x) \right] dt = f(x) \quad (2.25)$$

Alors les équations de Galerkin sont obtenues en multipliant les deux côtés de (2.25) par T_j et puis en intégrant en ce qui concerne x de a à b , nous obtenons

$$\sum_{i=0}^n c_i \left[\int_a^b \left[T_i'(x) - \int_a^x k(x, t) T_i(t) dt \right] T_j(x) dx \right] dt = \int_a^b T_j(x) f(x) dx \quad (2.26)$$

les conditions initiales de problème(2.22) sont donné

$$u(a) = \sum_{i=0}^n c_i T_i(a) = \alpha \quad (2.27)$$

Les inconnus c_i ($i = 0, 1, \dots, n$) sont déterminés en résolvant le système d'équations (2.26), et (2.27). La substitution de ces valeurs dans (2.23) donne la solution approximative.

Chapter 3

Résolution des formes I.D.V de form E-F

,Dans ce chapitre, nous tentons de trouver la solution numérique des équations différentielles linéaires du second ordre de type Emden-Fowler [2, 3, 8]. En utilisant la méthode de transformation différentielle et les solutions

Les valeurs approximatives sont données sous forme polynômiale.

3.1 Equation différentielle de Emden-Fowler

équation différentielle de Lane-Emden

Definition 3.1 *L'équation différentielle de Lane-Emden est définie par la forme suivante*

$$u'' + \frac{k}{x}u' + \beta f(u)g(u) = 0, \quad k \geq 0, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad \beta \geq 0 \quad (3.1)$$

Avec les conditions initiales:

$$u(0) = a, \quad u'(0) = 0.$$

où f et g sont des fonction de x et u respectivement. En physique et en astronomie, cette équation peut représenter divers problèmes en fonction des valeurs du paramètre β . Si on ajoute une fonction $h(x)$ l'équation devient :

$$u'' + \frac{k}{x}u' + f(x)g(u(x)) = h(x), \quad k \geq 0, \quad x \geq 0$$

équation différentielle de Emden-Fowler

Definition 3.2 *L'équation différentielle de Emden-Fowler est définie par la forme suivante:*

$$u'' + \frac{k}{x}u' + \beta f(x)g(u) = 0, \quad k \geq 0, \quad \beta \geq 0, \quad 0 \leq x \leq 1 \quad (3.2)$$

Avec les conditions initiales:

$$u(0) = a, \quad u'(0) = 0.$$

cas particulier Equation de Lane-Emden [8]

Lorsque $k = 2$, $f(x) = 1$ et $g(u) = u^n$, l'équation d'Emden prend la forme classique de Lane-Emden [3, 8]:

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{du}{dx} \right) + u^n = 0$$

Forme integrale et integro-différentielle de Equation Emden-Fowler

Definition 3.3 *soit les équation d'Emden-Fowler définies dans l'équation (3.2) de forme:*

$$u'' + \frac{k}{x}u' + \beta h(u)g(u) = 0, \quad k \geq 1, \quad \beta > 0, \quad u(0) = a, \quad u'(0) = 0 \quad (3.3)$$

cette équation peut être transformée sous la forme suivante:

$$u(x) = a - \frac{\beta}{k-1} \int_0^x t \left[1 - \frac{t^{k-1}}{x^{k-1}} \right] h(t)g(u(t))dt \quad (3.4)$$

En dérivant deux fois cette équation et en utilisant le principe de Leibniz, on obtient l'équation intégral-différentielle [8]

$$\begin{aligned} u'(x) &= -\beta \int_0^x \frac{t^k}{x^k} h(t)g(u(t))dt, \\ u''(x) &= \beta h(x)g(u(x)) - \beta \int_0^x k \left[\frac{t^k}{x^{k-1}} \right] f(t)g(u(t))dt. \end{aligned} \quad (3.5)$$

ainsi, pour $k = 1$, l'équation intégrale devient:

$$u(x) = a - \beta \int_0^x t \ln \left[\frac{t}{x} \right] h(t)g(u(t))dt. \quad (3.6)$$

En se basant sur les résultats précédents, on établit la forme intégrale de Volterra pour les équations d'Emden- Fowler [2] comme suit:

$$u(x) = \begin{cases} a - \beta \int_0^x t \ln \left[\frac{t}{x} \right] h(t)g(u(t))dt, & k = 1 \\ a - \frac{\beta}{k-1} \int_0^x t \left[1 - \frac{t^{k-1}}{x^{k-1}} \right] h(t)g(u(t))dt, & k \succ 1 \end{cases}$$

3.2 Résolution numérique d'équations I.D form Emden-Fowler

3.2.1 Méthode de Transformation Différentielle

La technique de transformation différentielle est l'une des méthodes analytiques semi-numériques pour les équations aux dérivées ordinaires et partielles. Elle utilise la forme des polynômes comme approximations des solutions exactes suffisamment différentiables. La définition de base et les théorèmes fondamentaux de la DTM, ainsi que son applicabilité à divers types d'équations différentielles. Cette méthode est une méthode analytique et numérique permettant de résoudre une grande variété d'équations différentielles et d'obtenir généralement la solution sous forme de série.

Definition 3.4 *La transformation différentielle de la dérivée d'ordre k de la fonction $u(x)$ est définie comme suit:*

$$U(k) = \frac{1}{k!} \left[\frac{d^k u(x)}{dx^k} \right]_{x=x_0} \quad (3.7)$$

où $u(x)$ est la fonction originale, et $U(x)$ est la fonction transformée.

Definition 3.5 *La transformée inverse différentielle de $U(k)$ est définie comme suit :*

$$u(x) = \sum_{k=0}^{\infty} U(k)(x - x_0)^k \quad (3.8)$$

D'après les équations (3.7) et (3.8), on obtient :

$$u(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(x - x_0)^k}{k!} \left[\frac{d^k u(x)}{dx^k} \right]_{x=x_0} \quad (3.9)$$

cela implique que le concept de transformation différentielle est dérivé du développement en série de Taylor. Dans les applications réelles, $u(x)$ est exprimée par une série finie l'équation (3.8) peut s'écrire comme :

$$u(x) = \sum_{k=0}^N U(k)(x - x_0)^k \quad (3.10)$$

Transformation différentielle de certaines fonctions

- a. $f(x) = \int_{x_0}^x f(t)g(t)dt$ alors $F(k) = \sum_{l=0}^{k-1} G(l) \frac{F(k-l-1)}{k}$
- b. $f(x) = u(x) \pm v(x)$ alors $F(k) = U(k) \pm V(k)$
- c. $f(x) = \alpha u(x)$ alors $F(k) = \alpha U(k)$
- d. $f(x) = u(x)v(x)$ alors $F(k) = \sum_{l=0}^k V(l)U(k-l)$
- e. $f(x) = \frac{d^m u(x)}{dx^m}$ alors $F(k) = (k+1)(k+2)(k+3)\dots(k+m)U(k+m)$

3.3 Applications et résultats numériques

Exemple 3.1 Considérons de l'équation type Emden-Fowler donnée par

$$u'' + \frac{2}{x}u' - 2(2x^2 + 3)u = 0, \quad u(0) = 1, u'(0) = 0$$

La solution exacte $u(x) = e^{x^2}$

de cette équation peut être transformée en une forme intégral-différentielle comme suit

$$u'(x) = 2 \int_0^x \left(\frac{t^2}{x^2}\right) (2t^2 + 3) u(t)dt, u(0) = 1$$

La solution approximative

$$u(x) = \sum_{k=0}^{\infty} U(k)x^k = 1 + x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^8}{24} + \frac{1}{120}x^{10} + \frac{1}{720}x^{12} + \frac{1}{5040}x^{14} + \dots$$

Tableau 1. Nous présentons les solutions exactes et approximatives de l'équation dans l'exemple 3.1, l'erreur pour $N = 7$.

x	<i>solution exacte u</i>	<i>solution approchée u_n</i>	<i>Erreur</i>
0.0	1.0000	1.0000	0.0000e+000
0.1	1.0101	1.0101	2.2204e-016
0.2	1.0408	1.0408	4.4409e-016
0.3	1.0942	1.0942	1.0769e-013
0.4	1.1735	1.1735	1.0845e-011
0.5	1.2840	1.2840	3.8922e-010
0.6	1.4333	1.4333	7.2871e-009
0.7	1.6323	1.6323	8.7141e-008
0.8	1.8965	1.8965	7.5112e-007
0.9	2.2479	2.2479	5.0456e-006
1	2.7183	2.7183	2.7860e-005

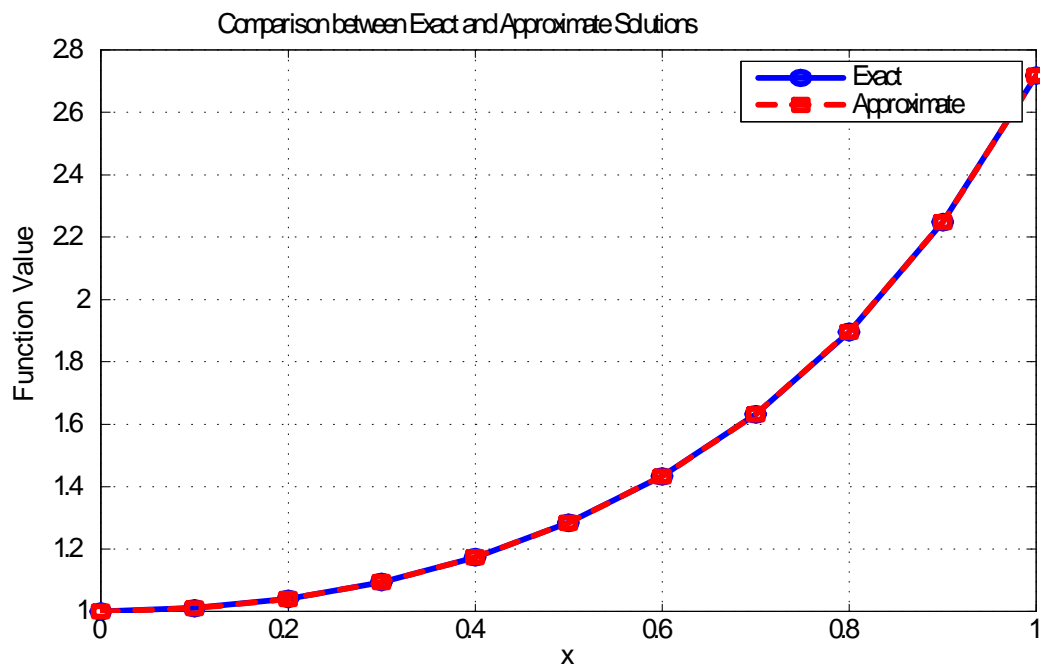


Figure 3.1 – Comparaison entre la solution approximative, et la solution exacte.

Example 3.2 *Considérons l'équation type Emden-Fowler donnée par*

$$u'' + \frac{2}{x}u' + (3 - x^2)u = 0, \quad u(0) = 1, u'(0) = 0$$

La solution exacte

$$u(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$$

de cette équation peut être transformée en une forme intégral-différentielle comme suit

$$u'(x) = - \int_0^x \left(\frac{t^2}{x^2}\right) (3 - t^2) u(t) dt, u(0) = 1$$

La solution approximative est sous la forme

$$u(x) = \sum_{k=0}^{\infty} U(k)x^k = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{8} - \frac{x^6}{48} + \frac{1}{384}x^8 - \frac{1}{3840}x^{10} \dots \approx \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n n!} x^{2n}$$

Tableau 2. Nous présentons les solutions exactes et approximatives de l'équation dans l'exemple 3.2, l'erreur pour $N = 5$

x	solution exacte u	solution approchée u_n	Erreur
0.0	1.0000	1.0000	0,0000E+000
0.1	0.9950	0.9950	1.1102e-016
0.2	0.9802	0.9802	8.8596e-014
0.3	0.9560	0.9560	1.1459e-011
0.4	0.9231	0.9231	3.5997e-010
0.5	0.8825	0.8825	5.2050e-009
0.6	0.8353	0.8353	4.6051e-008
0.7	0.7827	0.7827	2.9018e-007
0.8	0.7261	0.7261	1.4258e-006
0.9	0.6670	0.6670	5.7917e-006
1	0.6065	0.6065	2.0243e-005

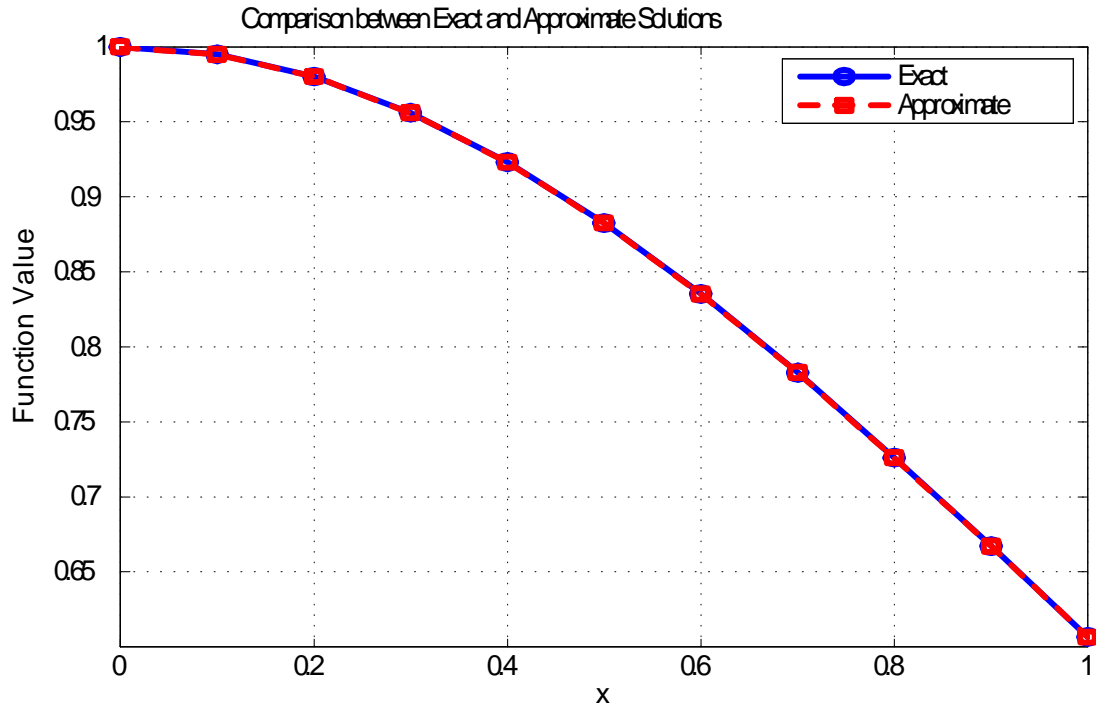


Figure 3.2 – Comparaison entre la solution approximative, et la solution exacte.

Exemple 3.3 *Considérons le cas homogène d'Emden -Fowler*

$$u'' + \frac{2}{x}u' + 4x^2(5 - 4x^4)u = 0, u(0) = 1, u'(0) = 0$$

La solution exacte

$$u(x) = e^{-x^4}$$

La forme intégral-différentielle de Volterra associée est

$$u'(x) = -4 \int_0^x \frac{t^2}{x^2} (5t^2 - 4t^6) u(t) dt.$$

La solution approximative est sous la forme

$$u(x) = \sum_{k=0}^{\infty} U(k)x^k = 1 - x^4 + \frac{1}{2}x^8 - \frac{1}{6}x^{12} + \dots$$

Tableau 3. *Nous présentons les solutions exactes et approximatives de l'équation dans l'exemple 3.3, l'erreur pour $N = 7$*

x	<i>solution exacte u</i>	<i>solution approchée u_n</i>	<i>Erreur</i>
0.0	1.0000	1.0000	0.0000e+000
0.1	0.9999	0.9999	0.0000e+000
0.2	0.9984	0.9984	1.1102e-016
0.3	0.9919	0.9919	1.1102e-016
0.4	0.9747	0.9747	1.1102e-016
0.5	0.9394	0.9394	5.7732e-015
0.6	0.8784	0.8784	1.9457e-012
0.7	0.7865	0.7865	2.6678e-010
0.8	0.6639	0.6639	1.8791e-008
0.9	0.5189	0.5189	7.9337e-007
1.0	0.3679	0.3679	2.2298e-005

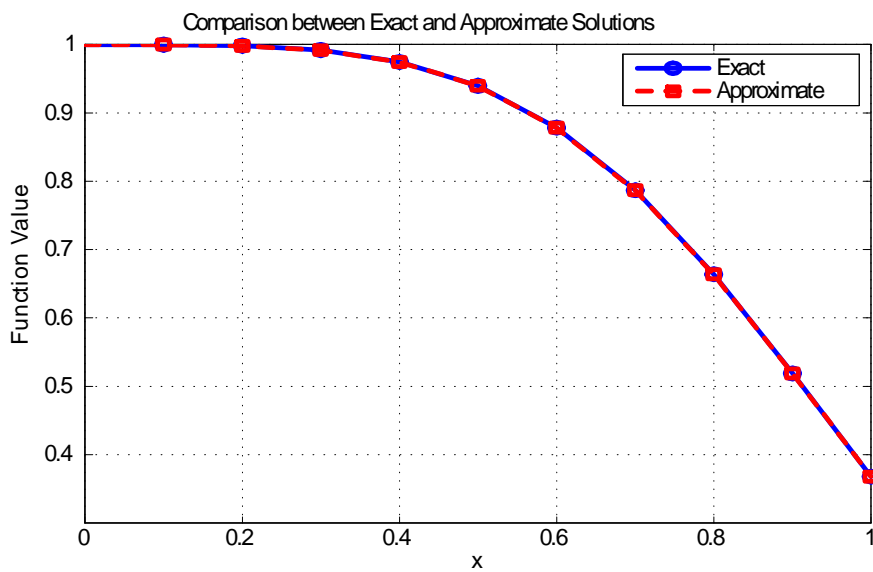


Figure 3.3 -Comparaison entre la solution approximative, et la solution exacte.

Conclusion

Dans ce mémoire, nous avons étudié Les équations de type Emden-Fowler, après leur transformation en équations intégro-différentielles de type volterra ,ont été résolues numériquement avec succès grâce à l'application de la méthode de transformation différentielle(DTM). Le problème à valeur initiale singulière a également été résolu de manière efficacement grâce au DTM, un outil fiable. Le DTM réduit les difficultés de calcul et peut être simplifié par de simples manipulations. Cette méthode a permis de résoudre certains problèmes et d'obtenir des résultats remarquables.

Bibliography

- [1] A. M. Wazwaz, The variational iteration method for analytic treatment for linear and nonlinear ODEs, *Applied Mathematics and Computation*, 212, (2009), 120-134.
- [2] A. M. Wazwaz, The Variational Iteration Method for Solving New Fourth-Order Emden-Fowler Type Equations, *Taylor & Francis*, 202(11), (2015), 1425-1437.
- [3] C. M. Khalique, F. M. Mahomed, B. Muatjetjeja, Lagrangian formulation of a generalized Lane-Emden equation and double reduction, *J. Nonlinear Math. Phys.* 15 (2008)152-161.
- [4] C. W. Jones, On reducible non-linear differential equations occurring in mechanics. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 217(1130), (1953) 327-343.
- [5] D. Mustapha, Gegenbauer Series for Numerical Solution of Fredholm Integral Equations of the Second Kind, *Communications in Mathematics and Applications*, Vol. 14, No. 1, (2023) pp. 167–173.
- [6] D. Mustapha, Numerical solution of fractional integro-differential equations using ultraspherical polynomials, *Studies in Engineering and Exact Sciences*, Curitiba, v.5, n.2, (2024) pp.01-21.
- [7] D. Mustapha, Comparison between Touchard and Bernstein polynomials solutions of integral equations, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, Vol.13 No.03 (2022), 736-745.
- [8] D. Mustapha, Touchard Series for Solving Volterra Integral Equations Form of the Lane-Emdan Equations, *TEHNIČKI GLASNIK* 17, 4(2023), 493-496.

-
- [9] E. Babolian, A. Davari, Numerical implementation of Adomian decomposition method for linear Volterra integral equations of the second kind, *Appl.Math. Comput.* 165 (2005) 223–227.
- [10] J. H. He, Variational iteration method for autonomous ordinary differential systems, *Appl. math. Comput.*, 114(2/3) (2000) 115-123.
- [11] H. Aminikhah, S. Moradian, Numerical solution of singular Lane-Emden equation, *ISRN Mathematical Physics*, 2013, (2013), 1-9.
- [12] H. Demir, I. C. Sungu, Numerical solution of a class of nonlinear Emden-Fowler equations by using differential transform method, *Journal of Arts and Sciences*, 12, (2009), 75-82.
- [13] M. Lefranc, J. Mawhin, Etude qualitative des solutions de l'équation différentielle d'Emden-Fowler. *Bulletins de l'Académie Royale de Belgique*, 55(1), (1969) 763-770
- [14] M. Nadir, D. Mustapha, Euler Series solutions for linear Integral equations, *AJMAA*, Vol. 14, No. 2, Art. 11, (2017) pp 1-7.
- [15] R. H. Fowler, Further studies of Emdens and similar differential equations, *Quarterly Journal of Mathematics*, 2(1)(1931) 259-288.
- [16] S. Asadpour, H. Hosseinzadeh, A. Yazdani, Numerical Solution of the Lane-Emden Equations with Moving Least Squares Method, *Applications and Applied Mathematics*, Vol. 14, Issue 2 (2019), pp. 762 – 776.
- [17] W. Al-Hayani, L. Alzubaidy, Ahmed Entesar, Solutions of Singular IVP's of Lane-Emden type by Homotopy analysis method with Genetic Algorithm, *Appl. Math. Inf. Sci.* 11, No. 2, 407-416 (2017).

المخلص

في هذه المذكرة، تناولنا دراسة المعادلات التفاضلية من نوع إمدان فاوئر من خلال تحويلها إلى معادلات تكاملية-تفاضلية، بهدف إيجاد حلول تقريبية لها. وقد اعتمدنا في ذلك على طريقة التحويل التفاضلي، وقمنا بمقارنة النتائج المتحصّل عليها مع الحلول الدقيقة من أجل تقييم مدى فعالية ودقة هذه الطريقة.

الكلمات المفتاحية: معادلات تكاملية-تفاضلية، معادلة أمدان-فاوئر، طرق عددية.

Résumé

Dans ce mémoire, nous avons étudié les équations différentielles de type Emden-Fowler en les transformant en équations intégral-différentielles, dans le but de trouver des solutions approchées. Nous avons utilisé la méthode de transformation différentielle et comparé les résultats obtenus avec les solutions exactes afin d'évaluer l'efficacité et la précision de cette méthode.

Mots clés: Equations intégral-différentielles, Equation Emden-Fowler, Méthodes Numériques.

Abstract

In this dissertation, we studied differential equations of the Emden-Fowler type by transforming them into integro-differential equations, with the aim of finding approximate solutions. We employed the differential transformation method and compared the obtained results with exact solutions in order to evaluate the efficiency and accuracy of the method.

Keywords: Integro-differential equations, Emden-Fowler equation, Numerical Methods.