



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE MOHAMED BOUDIAF - M'SILA

FACULTE : Technologies
DEPARTEMENT : génie électrique
N° :

DOMAINE : Sciences et Technologie
FILIERE : Automatique
OPTION : Robotique

Mémoire présenté pour l'obtention

Du diplôme de Master Académique

Par : BENNACEUR Abdelbasset et HAMADI Kotaiba

Intitulé

Conception d'un régulateur PID/FOPID Pour les
systèmes avec retard

Soutenu devant le jury composé de :

Dr.BOUKHALFA Abdellouheb (Président)

Prof.IDIR Abdelhakim (Encadreur)

Prof.KHETTAB Khatir (Examineur)

Année universitaire : 2023/2024

Dédicace

Nous dédions ce travail à :

Nos chers parents, pour leur amour, leur soutien incommensurable et leur encouragement constant tout au long de notre parcours académique.

Notre encadreur, pour ses conseils précieux, sa patience et son accompagnement tout au long de cette aventure.

Ma petite sœur et nos frères, pour leur soutien indéfectible et leur compréhension durant nos moments de travail intense.

Tous nos amis et toute la promotion 2024, en particulier la promotion Robotique et Automatique et systèmes, pour leur camaraderie et leur soutien.

Remerciements

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué à la réalisation de ce travail de recherche. Tout d'abord, nous remercions Allah pour nous avoir donné la force, la patience, et la sagesse nécessaires pour mener à bien ce projet. Ensuite, nous remercions chaleureusement notre encadreur, Abdelhakim Idir, pour ses conseils avisés, son soutien constant, et sa patience tout au long de ce projet. Ses encouragements et sa rigueur scientifique ont été essentiels à l'accomplissement de ce mémoire. Nos plus vifs remerciements vont à nos parents, pour leur amour inconditionnel, leur soutien moral et matériel, ainsi que pour leur foi inébranlable en nos capacités. Sans eux, ce projet n'aurait pas été possible. Nous souhaitons exprimer notre gratitude à nos frères et sœurs, pour leur compréhension et leur soutien indéfectible durant cette période intense de travail. Merci à tous pour votre précieuse contribution à cette aventure académique.

Résumé

Ce projet de fin d'études présente une série de règles de réglage pour les régulateurs PID de type entier et fractionnaire, appliquées aux systèmes avec retard, y compris les systèmes intégrateurs et instables. En s'appuyant sur un modèle de processus simple, ces règles visent à minimiser l'erreur intégrale absolue. suivi du point de consigne et de rejet des perturbations sont pris en considération. Les indices de performance obtenus peuvent également servir à évaluer l'efficacité du contrôleur. Une caractéristique notable de la méthode d'optimisation utilisée pour les processus intégrateurs est mise en lumière. Les résultats permettent à l'utilisateur de mesurer, pour un processus donné, l'amélioration des performances possible en utilisant un régulateur fractionnaire plutôt qu'un régulateur entier.

المخلص

يقدم هذا المشروع النهائي سلسلة من قواعد الضبط لأجهزة التحكم صي من النوع الصحيح والكسري، المطبقة على الأنظمة ذات التأخير، بما في ذلك الأنظمة التكاملية وغير المستقرة. استناداً إلى نموذج عملية بسيطة، تهدف هذه القواعد إلى تقليل الخطأ المتكامل المطلق. يتم أخذ تتبع نقطة الضبط ورفض الاضطرابات في الاعتبار. يمكن أيضاً استخدام مؤشرات الأداء المحصل عليها لتقييم فعالية جهاز التحكم. يتم تسليط الضوء على ميزة ملحوظة لطريقة التحسين المستخدمة في العمليات التكاملية. تتيح النتائج للمستخدم قياس التحسين المحتمل في الأداء لعملية معينة باستخدام جهاز تحكم كسري بدلاً من جهاز تحكم صحيح.

Abstract

This final project presents a series of tuning rules for integer and fractional-type PID controllers applied to delay systems, including integrator and unstable systems. Based on a simple process model, these rules aim to minimize the absolute integral error. Setpoint tracking and disturbance rejection are taken into consideration. The performance indices obtained can also be used to evaluate the controller's effectiveness. A notable feature of the optimization method used for integrator processes is highlighted. The results allow the user to measure the possible performance improvement for a given process by using a fractional controller instead of an integer controller.

Contents

Introduction générale	10
1 Fondements de la Conception des Régulateurs PID/FOPID pour les Systèmes avec Retard	11
1.1 Introduction	11
1.2 Modélisation des Systèmes avec Retard	12
1.2.1 Modèle Général	12
1.2.2 Systèmes de Premier Ordre avec Retard	13
1.2.3 Systèmes de Deuxième Ordre avec Retard	13
1.2.4 Systèmes de Haut Ordre avec Retard	14
1.2.5 Transformation en Modèle d'État	14
1.3 Régulateur PID Classique	15
1.3.1 Forme Standard du Régulateur PID	15
1.3.2 Effet des Paramètres PID	15
1.3.3 Méthodes de Réglage des Paramètres PID	16
1.4 Calcul Fractionnaire	17
1.4.1 Le Calcul Fractionnaire	17
1.4.2 Historique et Contexte	17
1.4.3 Définitions et Propriétés Mathématiques	18
1.5 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire	18
1.5.1 Approximation à haute fréquence	18
1.5.2 Approximation à basse fréquence	18
1.5.3 Méthode de Carlson	19
1.5.4 Méthode de Matsuda	19
1.5.5 La méthode d'Oustaloup	20
1.6 Applications du Calcul Fractionnaire	21
1.7 Les Régulateurs FOPID	22
1.7.1 Fonctionnement et Structure	22
1.7.2 Avantages des Régulateurs FOPID	22
1.7.3 Applications	22
1.7.4 Méthodes de Conception	23
1.7.5 Théorie des Opérateurs Fractionnaires dans les Régulateurs FOPID	23
1.7.6 Avantages et Limitations des Régulateurs FOPID	23
1.8 Contrôle PID et FOPID Filtré	23
1.8.1 Contrôleur PID avec Filtre	24
1.8.2 Contrôleur FOPID avec Filtre	24
1.8.3 Avantages des Contrôleurs Filtrés	24
1.9 Conclusion	25

2	Ajustement des Paramètres PID et FOPID	26
2.1	Introduction	26
2.2	Modèle FOPDT	27
2.2.1	Définition et Structure du Modèle FOPDT	27
2.2.2	Paramètres du Modèle FOPDT	28
2.2.3	Algorithmes d'Approximation FOPDT	28
2.2.4	Applications	32
2.3	Ajustement des Paramètres PID	32
2.3.1	Forme Idéale des Contrôleurs PID	33
2.4	Ajustement des Paramètres FOPID	35
2.4.1	Forme Idéale des Contrôleurs FOPID	35
2.5	Ajustement des paramètres en utilisant l'algorithme d'AMIGO pour le Contrôleur PID	36
2.5.1	Paramètres du Processus	36
2.5.2	Formules de Réglage AMIGO	36
2.5.3	Avantages de la Méthode AMIGO	37
2.6	La méthode d'Oustaloup pour l'approximation d'un dérivateur généralisé	37
2.6.1	Principe de base	37
2.6.2	Formulation mathématique	37
2.6.3	Synthèse pratique	37
2.6.4	Exemple de calcul	38
2.6.5	Observations	39
2.7	Conclusion	40
3	Application et Simulation	42
3.1	Introduction	42
3.2	Modèles FOPDT,UFOPDT et système fractionnaire avec retard	42
3.3	Mesures de performance	43
3.4	Exemples de Simulation	44
3.4.1	Exemple 1: système FOPDT avec $\tau = 0.9$	44
3.4.2	Exemple 2: système FOPDT avec $\tau = 0.7143$	47
3.4.3	Exemple 3: système fractionnaire avec retard	50
3.4.4	Exemple 4: système unstable UFOPDT	51
3.5	Conclusion	53
	Conclusion générale	54

List of Figures

2.1	schéma de commande PID d'un systme avec retard	32
2.2	Diagramme de Bode	39
3.1	La sortie d'un système stable et apériodique à une entrée en échelon	42
3.2	réponse pour entrée consigne avec $M_s=1,4$	46
3.3	réponse pour une entrée perturbation $M_s = 1,4$	46
3.4	réponse pour entrée consigne avec $M_s=1,4$	49
3.5	réponse pour une entrée perturbation $M_s = 1,4$	49
3.6	Réponse indicielle du système $G_2(s)$: Correcteur PID classique Correcteur PID fractionnaire optimale (critère de performance ITAE).	51
3.7	Réponse indicielle à l'entrée consigne pour le système $G_4(s)$: Correcteur PID classique & PID fractionnaire (pour $M_s = 1.4$)	52
3.8	Réponse indicielle à l'entrée perturbation pour le système $G_4(s)$: Correcteur PID classique & PID fractionnaire (pour $M_s = 1.4$)	53

List of Tables

2.1	Paramètres de réglage de K_p	34
2.2	Paramètres de réglage de T_i	34
2.3	Paramètres de réglage de T_d	34
2.4	Paramètres de réglage K_p pour un régulateur FOPID en forme idéale	35
2.5	Paramètres de réglage T_i pour un régulateur FOPID en forme idéale	35
2.6	Paramètres de réglage T_d pour un régulateur FOPID en forme idéale	35
2.7	Paramètres de réglage μ pour un régulateur FOPID en forme idéale	36
3.1	Analyse comparative de la performance de la réponse transitoire	47
3.2	Comparative Analysis of the Performance of the Transient Response	50

table des symboles

Symbole	Description
K_p	Gain proportionnel
K_i	Gain intégral
K_d	Gain dérivé
λ	Ordre fractionnel de l'intégrale
μ	Ordre fractionnel de la dérivée
K	Gain du système
T	Constante de temps
L	Retard temporel
s	Variable de Laplace
α	Ordre fractionnaire (général)
$\Gamma(n)$	Fonction gamma
h	Fréquence haute
l	Fréquence basse
$G(s)$	Fonction de transfert
$v_i(t)$	Vitesse des particules
$x_i(t)$	Position des particules
E	Erreur
$y(t)$	Variable de sortie
$\hat{y}(t)$	Valeur prédite du modèle

Table des Abréviations

Symbol	Description
PID	Proportional-Integral-Derivative
AMIGO	Approximate M-Constrained Integral Gain Optimization
FOPID	Fractional-Order Proportional-Integral-Derivative
FOPDT	First Order Plus Dead Time
IPDT	Integrating Process with Dead Time
MSE	Mean Squared Error
ISE	Integral Squared Error
IAE	Integral Absolute Error
ITAE	Integral Time Absolute Error
UFOPDT	Unstable First Order Plus Dead Time

Introduction générale

Dans le domaine de l'ingénierie de contrôle, la conception de régulateurs pour les systèmes dynamiques présente des défis passionnants et des possibilités d'innovation continues. Parmi les nombreux types de régulateurs, les régulateurs PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé) et FOPID (Fractionnaire-Proportionnel-Intégral-Dérivé) occupent une place prépondérante en raison de leur efficacité et de leur polyvalence. Cette étude se concentre spécifiquement sur la conception de régulateurs PID/FOPID pour les systèmes avec retard, une classe de systèmes dynamiques omniprésente dans divers domaines industriels.

Les systèmes avec retard, caractérisés par un décalage temporel entre l'entrée et la sortie, posent des défis uniques en matière de contrôle, notamment en ce qui concerne la stabilité, la précision et la robustesse. Les régulateurs PID traditionnels peuvent présenter des performances suboptimales lorsqu'ils sont appliqués à de tels systèmes, ce qui nécessite le développement de techniques de conception plus avancées.

L'objectif principal de ce mémoire est d'explorer en profondeur les méthodes de conception et d'optimisation des régulateurs PID/FOPID pour les systèmes avec retard, en mettant l'accent sur leur efficacité et leur capacité à répondre aux exigences spécifiques de ces systèmes complexes. Cette étude vise à fournir une compréhension approfondie des principes fondamentaux du contrôle des systèmes avec retard et à proposer des solutions innovantes pour améliorer les performances des régulateurs dans ce contexte.

Pour ce faire, nous commencerons par une revue approfondie de la littérature existante sur le contrôle des systèmes avec retard, en mettant en évidence les différentes approches et les défis associés. Ensuite, nous présenterons les principes de base des régulateurs PID/FOPID et leur application aux systèmes dynamiques, en soulignant les avantages et les limitations de ces techniques dans le contexte des systèmes avec retard.

Enfin, nous aborderons les aspects pratiques de la conception des régulateurs PID/FOPID pour les systèmes avec retard, en proposant des méthodes de réglage et d'optimisation basées sur des techniques avancées telles que l'optimisation multi-objectifs et l'identification de modèles. Nous illustrerons nos propos par des exemples concrets et des études de cas afin de démontrer l'efficacité et la pertinence des approches proposées.

En résumé, ce mémoire offre une contribution significative à la compréhension et à l'amélioration du contrôle des systèmes avec retard en proposant des solutions novatrices basées sur les régulateurs PID/FOPID. Il s'agit d'une étape importante dans la quête continue de performances accrues et de robustesse dans le domaine du contrôle des systèmes dynamiques.

Chapter 1

Fondements de la Conception des Régulateurs PID/FOPID pour les Systèmes avec Retard

1.1 Introduction

Dans le domaine du contrôle automatique, les régulateurs PID (Proportionnelle-Intégrale-Dérivée) occupent une place prépondérante en raison de leur simplicité, robustesse et efficacité dans une vaste gamme d'applications industrielles. Leur capacité à ajuster la sortie d'un système de manière proportionnelle, intégrale et dérivée en fonction de l'erreur entre la sortie désirée et la sortie réelle en fait un choix privilégié pour de nombreux ingénieurs et praticiens.

Cependant, les systèmes réels présentent souvent des défis supplémentaires, tels que des retards temporels inhérents dus à des délais de transport, des processus physiques ou des limitations de communication. Ces retards peuvent significativement dégrader les performances du régulateur et, dans certains cas, rendre le système instable [2]. Par conséquent, la conception de régulateurs efficaces pour ces systèmes avec retard requiert des techniques et des approches spécifiques.

Les régulateurs PID classiques peuvent être adaptés pour gérer ces défis, mais ils atteignent parfois leurs limites face à des dynamiques complexes et à des incertitudes élevées. C'est ici qu'interviennent les régulateurs PID fractionnaires (FOPID). En intégrant des dérivées et des intégrales de non-entiers, les régulateurs FOPID offrent une flexibilité accrue et permettent une meilleure modélisation des dynamiques du système [3]. Cette approche fractionnaire enrichit le cadre traditionnel du PID, offrant des solutions plus robustes et précises pour les systèmes avec retard.

Ce chapitre explore les fondements de la conception des régulateurs PID et FOPID pour les systèmes avec retard. Nous débuterons par une discussion sur la modélisation mathématique des systèmes avec retard, en présentant les équations différentielles et les fonctions de transfert pertinentes. Ensuite, nous aborderons les régulateurs PID classiques, en détaillant leurs mécanismes et les méthodes de réglage des paramètres. Une attention particulière sera accordée aux limitations des régulateurs PID classiques lorsqu'ils sont appliqués à des systèmes avec retard [4].

Par la suite, nous introduirons les régulateurs FPOID, en expliquant les principes des opérateurs fractionnaires et leur application dans le cadre de la régulation. Nous comparerons les performances des régulateurs PID et FOPID dans le contexte des systèmes avec retard, en illustrant les avantages et les défis associés à chaque approche [6].

Enfin, nous présenterons des méthodes de réglage et d'optimisation des paramètres pour les régulateurs PID et FOPID, en utilisant à la fois des approches empiriques et des algorithmes

d'optimisation avancés . Des études de cas pratiques et des exemples d'application dans divers domaines industriels, tels que le contrôle de processus, les systèmes de chauffage, ventilation et climatisation (HVAC), et la robotique, seront également discutés pour illustrer l'application concrète des concepts théoriques [8].

En conclusion, ce chapitre vise à fournir une compréhension approfondie des techniques de conception des régulateurs PID et FOPID pour les systèmes avec retard, en combinant des analyses théoriques avec des exemples pratiques, afin de permettre aux ingénieurs et aux chercheurs de concevoir des systèmes de contrôle robustes et efficaces dans des environnements complexes et réels.

1.2 Modélisation des Systèmes avec Retard

La modélisation des systèmes avec retard est essentielle pour comprendre leur comportement dynamique et concevoir des stratégies de contrôle efficaces. Ces systèmes, également appelés systèmes à temps mort, sont présents dans de nombreux domaines de l'ingénierie et du contrôle. Le retard temporel entre l'entrée et la sortie d'un système peut être causé par divers facteurs tels que des phénomènes physiques, des délais de transmission ou des temps de traitement. Par exemple, dans un système de contrôle, il peut y avoir un délai entre le moment où une commande est envoyée et le moment où elle est effectivement exécutée, ce qui crée un retard entre l'entrée et la réponse du système [1].

Pour modéliser mathématiquement ces systèmes, on utilise souvent des équations différentielles retardées ou des fonctions de transfert. Une équation différentielle typique pour un système avec retard peut être exprimée comme suit :

$$\dot{x}(t) = ax(t) + bx(t - \tau) \quad (1.1)$$

où $\dot{x}(t)$ représente la dérivée temporelle de la variable d'état $x(t)$, a et b sont des coefficients, et τ est le temps de retard.

Cette équation montre comment la variation de la variable d'état $x(t)$ à un instant t dépend non seulement de sa valeur actuelle, mais aussi de sa valeur passée à un moment $t - \tau$ [2].

Les fonctions de transfert sont une autre façon de modéliser les systèmes avec retard. Elles peuvent inclure des termes exponentiels pour représenter le décalage temporel. Par exemple, une fonction de transfert typique pour un système avec retard peut être exprimée sous forme d'exponentielle complexe [4]:

$$G(s) = e^{-\tau s} \quad (1.2)$$

où s est la variable de Laplace et τ est le temps de retard.

1.2.1 Modèle Général

Un système avec retard peut être représenté par une fonction de transfert contenant un terme exponentiel pour modéliser le retard :

$$G(s) = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (1.3)$$

où : - K est le gain du système. - T est la constante de temps. - L est le retard temporel. - s est la variable de Laplace .

1.2.2 Systèmes de Premier Ordre avec Retard

Un système de premier ordre avec retard est le plus simple et peut être décrit par la fonction de transfert mentionnée ci-dessus. Il a une seule constante de temps et un retard temporel.

Fonction de Transfert:

La fonction de transfert d'un système de premier ordre avec retard est donnée par :

$$G(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (1.4)$$

Réponse Temporelle:

La réponse temporelle d'un système de premier ordre avec retard à une entrée en échelon peut être obtenue en utilisant la transformée inverse de Laplace :

$$y(t) = K \left(1 - e^{-\frac{t-L}{T}} \right) \quad (1.5)$$

pour $t \geq L$. Avant $t = L$, la sortie est nulle .

Analyse de la Stabilité:

La stabilité d'un système de premier ordre avec retard peut être analysée en examinant les pôles de la fonction de transfert. Pour un système stable, le pôle doit être dans la partie gauche du plan complexe, ce qui est le cas ici puisque $T > 0$.

1.2.3 Systèmes de Deuxième Ordre avec Retard

Les systèmes de deuxième ordre sont plus complexes et incluent deux constantes de temps. La fonction de transfert d'un tel système avec retard est donnée par :

$$G(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{(Ts + 1)(T_2s + 1)} \quad (1.6)$$

où T_2 est la seconde constante de temps.

Fonction de Transfert:

La fonction de transfert pour un système de deuxième ordre avec retard est :

$$G(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{TsT_2s^2 + (T + T_2)s + 1} \quad (1.7)$$

Réponse Temporelle:

La réponse temporelle peut être obtenue par la transformée inverse de Laplace, mais elle est plus compliquée que celle du premier ordre et implique des oscillations dépendantes des valeurs des constantes de temps et du retard .

Analyse de la Stabilité:

La stabilité de ces systèmes dépend de la position des pôles dans le plan complexe. Les pôles doivent avoir des parties réelles négatives pour que le système soit stable .

1.2.4 Systèmes de Haut Ordre avec Retard

Les systèmes de haut ordre avec retard impliquent des polynômes de degré supérieur dans la fonction de transfert. Ces systèmes peuvent être décomposés en plusieurs systèmes de premier et de deuxième ordre pour simplifier l'analyse.

Fonction de Transfert:

Pour un système de n-ième ordre, la fonction de transfert générale est :

$$G(s) = \frac{Ke^{-Ls}}{\prod_{i=1}^n (T_i s + 1)} \quad (1.8)$$

Réponse Temporelle:

La réponse temporelle est complexe et généralement obtenue par des méthodes numériques ou des approximations .

Analyse de la Stabilité:

L'analyse de stabilité pour les systèmes de haut ordre avec retard est plus compliquée et nécessite souvent des méthodes numériques ou des critères spécifiques comme le critère de Routh-Hurwitz pour déterminer la stabilité en fonction des pôles du système [7].

1.2.5 Transformation en Modèle d'État

Les modèles d'état pour les systèmes avec retard peuvent être transformés en utilisant des approches spécifiques. Une méthode courante est d'utiliser des approximations de Padé pour représenter le retard, ou des systèmes différentielles à retard.

Approximations de Padé:

Les approximations de Padé permettent de représenter le terme de retard e^{-Ls} par une fraction rationnelle :

$$e^{-Ls} \approx \frac{1 - \frac{Ls}{2}}{1 + \frac{Ls}{2}} \quad (1.9)$$

Systèmes Différentielles à Retard:

Les systèmes différentielles à retard impliquent des équations différentielles où les dérivées dépendent de valeurs passées des variables :

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - L) + Bu(t) \quad (1.10)$$

La modélisation des systèmes avec retard est essentielle pour comprendre et concevoir des régulateurs efficaces. Les systèmes de premier ordre sont les plus simples à analyser, mais les systèmes de deuxième ordre et de haut ordre nécessitent des techniques plus avancées pour leur analyse et leur contrôle. La transformation en modèle d'état permet une approche systématique pour traiter ces systèmes, facilitant ainsi la conception de régulateurs adaptés [8].

1.3 Régulateur PID Classique

Le régulateur PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé) est un outil fondamental dans le domaine du contrôle automatique, largement utilisé pour sa simplicité et son efficacité à maintenir une variable de processus à un niveau souhaité. Ce document explore la forme standard d'un régulateur PID, les effets des paramètres PID, et les méthodes courantes de réglage des paramètres .

1.3.1 Forme Standard du Régulateur PID

Un régulateur PID standard est défini par la fonction de transfert suivante :

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \quad (1.11)$$

où K_p est le gain proportionnel, K_i est le gain intégral, et K_d est le gain dérivé .

Composants du PID:

Chaque composant du régulateur PID a un rôle spécifique :

- **Proportionnel (P)** : Le terme proportionnel produit une sortie proportionnelle à l'erreur actuelle. Il est responsable de la réactivité du système mais peut introduire une erreur de régime permanent.
- **Intégral (I)**: Le terme intégral accumule l'erreur sur le temps, éliminant ainsi l'erreur de régime permanent. Toutefois, il peut introduire des oscillations si mal réglé.
- **Dérivé (D)**: Le terme dérivé réagit au taux de changement de l'erreur, aidant à anticiper les futures erreurs et à réduire les oscillations, améliorant ainsi la stabilité .

1.3.2 Effet des Paramètres PID

Les paramètres K_p , K_i , et K_d influencent différemment le comportement du système :

Proportionnel (P):

Le gain proportionnel K_p augmente la réactivité du système :

- Avantage : Réponse rapide aux changements.
- Inconvénient : Peut introduire une erreur de régime permanent, et une augmentation excessive peut entraîner des oscillations .

Intégral (I):

Le gain intégral K_i élimine l'erreur de régime permanent :

- Avantage : Corrige les biais persistants.
- Inconvénient : Peut causer des oscillations et de l'instabilité si mal réglé .

Dérivé (D):

Le gain dérivé K_d améliore la stabilité du système :

- Avantage: Réduit les oscillations et améliore la stabilité.
- Inconvénient : Sensible au bruit de mesure, ce qui peut introduire des réponses erratiques [8].

1.3.3 Méthodes de Réglage des Paramètres PID

Plusieurs méthodes existent pour régler les paramètres d'un régulateur PID. Parmi les plus courantes, on trouve la méthode de Ziegler-Nichols, la méthode de Cohen-Coon, et la méthode de Chien-Hrones-Reswick.

Méthode de Ziegler-Nichols:

La méthode de Ziegler-Nichols est une approche heuristique basée sur la réponse en boucle ouverte du système :

- Première méthode : Augmenter K_p jusqu'à atteindre l'oscillation critique (période T_u).
- Deuxième méthode : Utiliser les valeurs de K_p , K_i , et K_d recommandées en fonction de T_u .

Les formules de réglage sont les suivantes :

$$K_p = 0.6K_u \quad (1.12)$$

$$K_i = \frac{2K_p}{T_u} \quad (1.13)$$

$$K_d = \frac{K_p T_u}{8} \quad (1.14)$$

Cette méthode est largement utilisée en raison de sa simplicité et de son efficacité dans de nombreuses applications industrielles [1].

Méthode de Cohen-Coon:

La méthode de Cohen-Coon est une autre approche heuristique qui utilise les paramètres de réponse temporelle du système :

- Objectif : Minimiser le temps de montée et le dépassement.
- Formules de réglage: Les paramètres sont calculés en fonction des temps de réponse et de retard :

$$K_p = \frac{1}{K} \left(1.35 + \frac{R}{4} \right) \left(\frac{1+R}{2} \right) \quad (1.15)$$

$$K_i = 1.2 \left(\frac{T+L}{2} \right) \quad (1.16)$$

$$K_d = 0.5T \left(\frac{1+R}{2} \right) \quad (1.17)$$

où $R = \frac{L}{T}$ est le rapport retard/temps de montée. Cette méthode est utile pour les systèmes avec des délais importants [2].

Méthode de Chien-Hrones-Reswick:

Cette méthode est basée sur des spécifications de réponse en boucle fermée :

- Règles de réglage : - Régime stationnaire - Réponse transitoire avec dépassement

Les formules de réglage sont :

$$K_p = \frac{0.3T}{KL} \quad (1.18)$$

$$K_i = \frac{0.5T}{L} \quad (1.19)$$

$$K_d = \frac{0.125T}{L} \quad (1.20)$$

Cette méthode est souvent utilisée pour obtenir une réponse transitoire souhaitée avec un dépassement minimal [4].

1.4 Calcul Fractionnaire

1.4.1 Le Calcul Fractionnaire

Le calcul fractionnaire et les régulateurs FOPID (Fractional-Order Proportional-Integral-Derivative) sont des concepts fondamentaux dans le domaine du contrôle des systèmes dynamiques. Cette introduction vise à situer ces concepts dans un contexte plus large et à donner un aperçu de ce qui sera discuté dans ce document.

Le calcul fractionnaire, bien que datant du XVII^e siècle, a gagné en importance ces dernières années en raison de ses applications dans des domaines variés tels que la physique, l'ingénierie, la biologie et la finance. Nous examinerons son évolution historique ainsi que ses définitions et propriétés mathématiques .

Ensuite, nous aborderons les régulateurs FOPID, qui généralisent les régulateurs PID traditionnels en utilisant des dérivées et des intégrales fractionnaires. Nous discuterons de leur fonctionnement, de leur utilité et des avantages qu'ils offrent en termes de flexibilité et de robustesse par rapport aux régulateurs PID classiques [5].

1.4.2 Historique et Contexte

Le calcul fractionnaire a une histoire riche et fascinante, remontant aux travaux pionniers de mathématiciens tels que Leibniz au XVII^e siècle. À cette époque, les mathématiciens ont commencé à explorer les possibilités d'étendre les opérations classiques de dérivation et d'intégration à des ordres non entiers. Cependant, malgré ces premières avancées, l'importance du calcul fractionnaire dans le domaine de l'ingénierie et des sciences appliquées n'a été pleinement reconnue que récemment [7].

Au cours des dernières décennies, le calcul fractionnaire est devenu un outil essentiel pour modéliser des phénomènes complexes et non linéaires, qui ne peuvent pas être entièrement expliqués par des équations différentielles traditionnelles. Cette reconnaissance accrue est due en partie aux progrès technologiques qui ont permis une analyse plus approfondie des systèmes dynamiques complexes, ainsi qu'à une meilleure compréhension théorique du comportement des phénomènes physiques et naturels.

L'une des caractéristiques les plus importantes du calcul fractionnaire est sa capacité à capturer les propriétés de la mémoire à long terme des systèmes, ce qui le rend particulièrement adapté à la modélisation de phénomènes tels que la diffusion anormale, les matériaux viscoélastiques et les systèmes dynamiques complexes. En outre, le calcul fractionnaire offre une flexibilité accrue dans la représentation des systèmes dynamiques, permettant une modélisation plus précise et réaliste des comportements observés dans le monde réel [2].

En conclusion, bien que le calcul fractionnaire ait des racines anciennes, son importance dans le domaine de l'ingénierie et des sciences appliquées n'a été pleinement réalisée que récemment. Son utilisation croissante est le résultat d'une combinaison de progrès théoriques et technologiques, ainsi que de la reconnaissance croissante de sa capacité à modéliser des phénomènes complexes et non linéaires.

1.4.3 Définitions et Propriétés Mathématiques

Le calcul fractionnaire généralise les opérateurs différentiels et intégraux traditionnels en introduisant des dérivées et des intégrales d'ordre non entier. Soit une fonction $f(t)$, la dérivée fractionnaire d'ordre α de $f(t)$ est définie par [3] :

$$\frac{d^\alpha}{dt^\alpha} f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{n-\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (1.21)$$

où $\Gamma(n)$ est la fonction gamma et α est un nombre réel non entier.

De même, l'intégrale fractionnaire d'ordre α de $f(t)$ est définie par :

$$\int_0^t f(\tau) d^\alpha \tau = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^t (t-\tau)^{\alpha-1} f(\tau) d\tau \quad (1.22)$$

Les opérateurs fractionnaires présentent plusieurs propriétés intéressantes. Par exemple, ils ne commutent pas avec les opérateurs différentiels traditionnels, ce qui signifie que l'ordre des opérations peut affecter le résultat. Mathématiquement, cela peut être exprimé par :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d^\alpha}{dt^\alpha} f(t) \right) \neq \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \left(\frac{d}{dt} f(t) \right) \quad (1.23)$$

De plus, les opérateurs fractionnaires ne sont pas associatifs, ce qui signifie que l'ordre dans lequel les opérations sont effectuées peut également influencer le résultat. Cela peut être illustré par l'exemple suivant :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \left(\frac{d^\beta}{dt^\beta} f(t) \right) \right) \neq \left(\frac{d}{dt} \frac{d^\alpha}{dt^\alpha} \right) \frac{d^\beta}{dt^\beta} f(t) \quad (1.24)$$

Ces propriétés uniques du calcul fractionnaire nécessitent une approche mathématique spécifique pour leur étude et leur application dans la modélisation des systèmes dynamiques.

1.5 Méthodes d'approximation des opérateurs d'ordre fractionnaire

1.5.1 Approximation à haute fréquence

Pour les hautes fréquences, l'opérateur d'ordre fractionnaire s^α peut être approximé par :

$$s^\alpha \approx \left(1 + \frac{s}{h} \right)^\alpha$$

où h est la fréquence haute à laquelle l'approximation est centrée. Cette forme d'approximation permet de représenter les comportements dynamiques à haute fréquence en termes de fraction continue, assurant ainsi une convergence rapide et une précision améliorée [13].

1.5.2 Approximation à basse fréquence

Pour les basses fréquences, l'opérateur d'ordre fractionnaire peut être approximé par :

$$s^\alpha \approx \left(\frac{s}{l} \right)^\alpha$$

où l est la fréquence basse de l'approximation. Cette forme est particulièrement utile pour les systèmes où les dynamiques lentes sont prédominantes, permettant une modélisation précise des comportements à basse fréquence [14].

1.5.3 Méthode de Carlson

La méthode de Carlson est une technique d'approximation itérative qui s'appuie sur le processus de Newton pour évaluer les racines d'ordre α . Cette méthode est particulièrement efficace pour les systèmes d'ordre fractionnaire où une précision élevée est nécessaire pour modéliser les comportements dynamiques complexes.

Approche itérative de Newton:

Le processus de Newton est une méthode itérative pour trouver successivement de meilleures approximations des racines d'une fonction. Pour une fonction fractionnaire s^α , la méthode de Carlson propose l'approximation suivante :

$$G(s) \approx \left(1 + \frac{s}{\alpha}\right)^\alpha \quad (1.25)$$

où α est un paramètre ajusté pour optimiser l'approximation. Ce processus est répété de manière itérative, chaque itération améliorant la précision de l'approximation de la fonction d'ordre fractionnaire.

Fonction rationnelle résultante:

La fonction rationnelle résultante de la méthode de Carlson est obtenue en remplaçant chaque opérateur d'ordre fractionnaire par son approximation itérative. Cela permet de transformer une fonction de transfert irrationnelle en une forme rationnelle, facilitant ainsi l'analyse et la conception des systèmes de contrôle.

Application pratique:

Dans la thèse de Ladaci (2007), cette méthode est appliquée pour la commande adaptative des systèmes d'ordre fractionnaire. En utilisant la méthode de Carlson, Ladaci a pu développer des contrôleurs robustes qui s'adaptent aux variations des paramètres du système, démontrant ainsi l'efficacité de cette approche pour les applications industrielles [14]. La méthode de Carlson est particulièrement utile pour les systèmes où les dynamiques sont non linéaires et complexes, nécessitant des approximations précises pour maintenir la stabilité et les performances du système de contrôle.

1.5.4 Méthode de Matsuda

La méthode de Matsuda est une technique d'approximation basée sur le gain de la fonction à des fréquences spécifiques. Cette méthode est particulièrement utile pour les systèmes d'ordre fractionnaire où les comportements dynamiques doivent être modélisés avec précision sur une gamme de fréquences.

Approche par le gain de la fonction:

La méthode de Matsuda utilise l'approximation de la fonction irrationnelle par une fonction rationnelle en ajustant le gain de la fonction à des fréquences spécifiques. Pour un ensemble de fréquences ω_i , la fonction $G(s)$ est approximée comme suit :

$$G(s) \approx \sum_{i=0}^n \frac{a_i s^i}{1 + b_i s^i}$$

Les coefficients a_i et b_i sont ajustés de manière à ce que l'approximation corresponde au gain de la fonction irrationnelle originale s^α à ces points.

Fonction rationnelle ajustée:

La fonction rationnelle ajustée permet de modéliser les comportements dynamiques complexes des systèmes d'ordre fractionnaire. En ajustant le gain à différentes fréquences, cette méthode assure une approximation précise et robuste, essentielle pour la conception des systèmes de contrôle.

Application pratique:

L'ouvrage de [15] explore en détail l'application de la méthode de Matsuda aux systèmes et contrôles d'ordre fractionnaire. Ils démontrent comment cette méthode peut être utilisée pour modéliser et contrôler des systèmes industriels, en fournissant des exemples concrets et des applications pratiques [15]. La méthode de Matsuda est particulièrement utile pour les systèmes où les dynamiques couvrent un large spectre de fréquences. En ajustant le gain à ces fréquences, elle permet de capturer avec précision les comportements dynamiques complexes et de concevoir des contrôleurs efficaces.

1.5.5 La méthode d'Oustaloup

La méthode d'Oustaloup est une technique avancée d'approximation pour les dérivateurs généralisés, couvrant un large intervalle de fréquences. Cette méthode utilise une distribution récursive de pôles et de zéros pour approximer un opérateur dérivateur fractionnaire, offrant une précision et une robustesse accrues pour les systèmes de contrôle.

Approximation des dérivateurs généralisés:

La méthode d'Oustaloup propose d'approximer un opérateur dérivateur généralisé s^α sur un intervalle de fréquences spécifique. L'approximation est donnée par :

$$s^\alpha \approx k \prod_{i=1}^N \frac{1 + s/z_i}{1 + s/p_i}$$

où z_i et p_i sont les fréquences des zéros et des pôles respectivement, et N est le nombre d'étages de la distribution. Cette approche permet de modéliser les comportements dynamiques complexes sur une large bande de fréquences, assurant une performance optimale du système de contrôle.

Distribution récursive de pôles et zéros:

La distribution récursive de pôles et de zéros dans la méthode d'Oustaloup est conçue pour couvrir l'ensemble de la bande de fréquences d'intérêt. Cette distribution garantit que l'approximation reste précise et stable sur l'intervalle de fréquences spécifié, ce qui est crucial pour les applications industrielles et les systèmes de contrôle.

Application pratique:

Oustaloup a publié des travaux fondamentaux sur cette méthode, notamment dans "La Commande CRONE" (1991) et "La Dérivation Non Entière" (1995). Ces publications explorent les avantages des régulateurs d'ordre non entier et les techniques de dérivation fractionnaire, fournissant des bases théoriques solides et des applications pratiques [16, 17]. La méthode d'Oustaloup est particulièrement utile pour les systèmes où les dynamiques sont distribuées sur un large spectre de fréquences. En utilisant cette méthode, les ingénieurs peuvent concevoir des contrôleurs robustes et efficaces, capables de gérer les complexités des systèmes industriels modernes.

1.6 Applications du Calcul Fractionnaire

Le calcul fractionnaire trouve une multitude d'applications dans divers domaines scientifiques et techniques en raison de sa capacité à modéliser des phénomènes complexes et non linéaires. En physique, il est largement utilisé pour étudier des phénomènes tels que la diffusion anormale, les matériaux viscoélastiques et les systèmes dynamiques complexes .

Par exemple, dans le cas de la diffusion anormale, le calcul fractionnaire permet de mieux représenter le comportement de particules dans des milieux hétérogènes, où les mouvements sont caractérisés par des sauts aléatoires non gaussiens. En modélisant la diffusion à l'aide d'équations différentielles fractionnaires, les chercheurs peuvent mieux comprendre et prédire la propagation de substances dans des milieux poreux ou désordonnés.

En ingénierie, le calcul fractionnaire est largement utilisé dans la conception de filtres, de contrôleurs et de systèmes de traitement du signal. Par exemple, les filtres fractionnaires sont utilisés dans le domaine du traitement du signal pour la suppression du bruit ou la séparation des composantes de fréquence. De plus, les régulateurs de contrôle fractionnaire permettent un contrôle plus précis des systèmes dynamiques complexes, offrant une meilleure performance et une plus grande robustesse par rapport aux méthodes traditionnelles [5].

Dans d'autres domaines, tels que la biologie et la finance, le calcul fractionnaire est également largement utilisé pour modéliser des processus non linéaires et irréguliers. En biologie, il est utilisé pour modéliser des phénomènes tels que la croissance tumorale, la diffusion de médicaments dans les tissus et la régulation génétique. En finance, le calcul fractionnaire est utilisé pour modéliser les mouvements de prix des actifs financiers, les rendements des investissements et d'autres phénomènes complexes liés au marché.

En conclusion, les applications du calcul fractionnaire sont vastes et variées, couvrant un large éventail de domaines scientifiques et techniques. Son utilisation permet de mieux représenter et comprendre les systèmes dynamiques complexes, offrant ainsi de nouvelles perspectives et possibilités dans la modélisation et l'analyse de phénomènes réels [8].

1.7 Les Régulateurs FOPID

Les régulateurs FOPID représentent une évolution significative du concept de régulateur PID traditionnel en incorporant des dérivées et des intégrales d'ordre fractionnaire. Cette extension permet une adaptation plus précise aux comportements dynamiques des systèmes, offrant ainsi des performances améliorées dans une variété d'applications de contrôle.

1.7.1 Fonctionnement et Structure

La structure générale d'un régulateur FOPID est définie par l'équation :

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s^\lambda} + K_d s^\mu \quad (1.26)$$

où $C(s)$ est la fonction de transfert du régulateur, K_p , K_i et K_d sont les gains proportionnel, intégral et dérivé respectivement, et λ et μ sont les ordres fractionnaires associés aux termes intégral et dérivé.

Dans cette structure, le terme proportionnel agit comme dans un régulateur PID traditionnel, en proportionnant l'erreur entre la sortie désirée et la sortie réelle. Le terme intégral est étendu pour inclure une intégrale d'ordre fractionnaire, ce qui permet de traiter efficacement les erreurs à long terme. Le terme dérivé est également étendu pour inclure une dérivée d'ordre fractionnaire, permettant de prendre en compte les variations rapides de la sortie du système [3].

1.7.2 Avantages des Régulateurs FOPID

Les régulateurs FOPID offrent plusieurs avantages par rapport aux régulateurs PID traditionnels :

- Adaptation précise : La capacité à ajuster les ordres fractionnaires permet une adaptation plus précise aux comportements dynamiques complexes des systèmes.
- Suppression des effets indésirables : Les termes intégral et dérivé d'ordre fractionnaire permettent de supprimer les effets indésirables tels que les retards et les oscillations excessives.
- Robustesse: Les régulateurs FOPID présentent généralement une meilleure robustesse face aux variations de paramètres et aux perturbations que les régulateurs PID traditionnels [5].

1.7.3 Applications

Les régulateurs FOPID trouvent des applications dans une variété de domaines, notamment :

- Contrôle de processus industriels
- Contrôle de systèmes mécaniques et électriques
- Systèmes de contrôle de véhicules autonomes
- Systèmes de contrôle de robots

Leur capacité à s'adapter précisément aux comportements dynamiques des systèmes en fait un outil puissant pour la régulation de systèmes complexes et non linéaires.

1.7.4 Méthodes de Conception

La conception des régulateurs FOPID implique généralement la détermination des ordres fractionnaires et le réglage des gains. Cela peut être réalisé à l'aide de techniques d'identification de système, d'optimisation de gain et de méthodes de réglage de paramètres spécifiques aux régulateurs FOPID.

En conclusion, les régulateurs FOPID représentent une extension puissante et flexible du concept de régulateur PID traditionnel. Leur capacité à s'adapter précisément aux comportements dynamiques des systèmes en fait un outil précieux pour une variété d'applications de contrôle. Leur conception et leur mise en œuvre nécessitent une compréhension approfondie des caractéristiques du système et des techniques d'optimisation avancées, mais les avantages potentiels en termes de performances et de robustesse en font un choix attrayant pour de nombreuses applications de contrôle [2].

1.7.5 Théorie des Opérateurs Fractionnaires dans les Régulateurs FOPID

L'utilisation d'opérateurs fractionnaires dans les régulateurs FOPID permet une modélisation plus précise des systèmes dynamiques complexes. Cette approche théorique permet de prendre en compte les caractéristiques non entièrement explicables par des méthodes traditionnelles. De plus, les régulateurs FOPID basés sur des opérateurs fractionnaires offrent une meilleure résilience face aux perturbations et aux incertitudes [7].

1.7.6 Avantages et Limitations des Régulateurs FOPID

Les régulateurs FOPID présentent plusieurs avantages par rapport à leurs homologues PID traditionnels. Ils offrent une plus grande flexibilité dans le contrôle des systèmes dynamiques, permettant une adaptation plus précise aux comportements non linéaires. Cependant, leur mise en œuvre pratique peut être complexe en raison de la nécessité de déterminer les ordres fractionnaires optimaux et des défis associés à la réalisation de calculs fractionnaires en temps réel [4].

1.8 Contrôle PID et FOPID Filtré

Le contrôle PID (Proportionnel-Intégral-Dérivé) est une méthode couramment utilisée pour la régulation des systèmes industriels en raison de sa simplicité et de son efficacité. Cependant, dans des environnements où le bruit haute fréquence peut affecter la performance du système, il est avantageux d'utiliser des contrôleurs PID filtrés. De même, le contrôle FOPID (Fractional-Order PID) étend les capacités du contrôle PID en introduisant des termes intégral et dérivé d'ordre fractionnaire, offrant une plus grande flexibilité et une meilleure performance pour des systèmes complexes. L'ajout de filtres dans les contrôleurs FOPID permet de stabiliser davantage le système en réduisant l'impact du bruit haute fréquence.

1.8.1 Contrôleur PID avec Filtre

Le contrôleur PID filtré est une extension du contrôleur PID standard où un filtre est ajouté pour atténuer le bruit haute fréquence. Le contrôleur PID standard en forme série est défini comme suit :

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_d N s + 1} \right) \quad (1.27)$$

où K_p est le gain proportionnel, T_i est la constante de temps intégrale, T_d est la constante de temps dérivée, et N est le paramètre de filtrage. Le filtre introduit dans le terme dérivé aide à stabiliser le contrôleur en réduisant la sensibilité au bruit haute fréquence [31].

Les contrôleurs PID filtrés sont particulièrement utiles dans les applications où le bruit haute fréquence peut dégrader les performances du système. L'ajout d'un filtre permet de maintenir une réponse stable tout en atténuant les perturbations indésirables [32].

1.8.2 Contrôleur FOPID avec Filtre

Le contrôleur FOPID (Fractional-Order PID) est une généralisation du contrôleur PID standard, introduisant des termes intégral et dérivé d'ordre fractionnaire. Il est défini par :

$$C(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s^\lambda} + T_d s^\mu \frac{1}{T_d N s + 1} \right) \quad (1.28)$$

où λ et μ sont les ordres fractionnaires des termes intégral et dérivé respectivement, et N est le paramètre de filtrage. Les avantages des contrôleurs FOPID incluent une flexibilité accrue dans le réglage des paramètres et une meilleure capacité à gérer les dynamiques complexes du système [27, 28].

Les contrôleurs FOPID filtrés offrent une performance supérieure en termes de robustesse et de précision, grâce à leur capacité à ajuster les dynamiques du système avec plus de finesse que les contrôleurs PID traditionnels. L'introduction d'un filtre dans le terme dérivé améliore encore la stabilité et la réponse du système en réduisant l'impact du bruit haute fréquence [29].

1.8.3 Avantages des Contrôleurs Filtrés

- **Réduction du Bruit** : Les filtres dans les contrôleurs PID et FOPID atténuent efficacement le bruit haute fréquence, améliorant la stabilité et la robustesse du système.
- **Flexibilité Accrue** : Les contrôleurs FOPID permettent des réglages plus fins grâce à leurs paramètres d'ordre fractionnaire, offrant une performance supérieure pour des systèmes complexes.
- **Performance Optimisée** : Les contrôleurs filtrés peuvent atteindre une meilleure performance en termes de réponse transitoire et de robustesse aux perturbations grâce à l'ajustement des paramètres de filtrage [30].

En appliquant ces approches, les contrôleurs PID et FOPID filtrés offrent des solutions robustes et flexibles pour le contrôle des systèmes dynamiques, répondant ainsi aux exigences variées des applications industrielles.

1.9 Conclusion

Ce chapitre a exploré en profondeur les fondements de la conception des régulateurs PID et FOPID pour les systèmes avec retard, en soulignant les défis et les solutions spécifiques à ces systèmes complexes. Nous avons commencé par une introduction aux régulateurs PID traditionnels, en expliquant leur mécanisme de base et leur utilité dans diverses applications industrielles. Nous avons également discuté des limitations de ces régulateurs face aux systèmes présentant des retards temporels, ce qui peut entraîner des performances dégradées et une instabilité.

Nous avons ensuite introduit les régulateurs FOPID, qui étendent les principes des régulateurs PID en utilisant des opérateurs fractionnaires. Ces régulateurs offrent une flexibilité et une précision accrues, permettant une meilleure modélisation et un contrôle plus efficace des systèmes avec retard. Les avantages des régulateurs FPID, tels que leur robustesse et leur capacité à gérer des dynamiques complexes, ont été comparés aux limitations des régulateurs PID classiques.

La modélisation des systèmes avec retard, à travers des équations différentielles et des fonctions de transfert, a été abordée pour illustrer les bases théoriques nécessaires à la conception de régulateurs adaptés. Nous avons examiné en détail les systèmes de premier, deuxième et haut ordre avec retard, en analysant leurs réponses temporelles et leur stabilité. La transformation en modèle d'état et l'utilisation des approximations de Padé ont également été présentées comme des outils pour simplifier l'analyse et la conception de ces systèmes.

Enfin, les méthodes de réglage des paramètres pour les régulateurs PID et FOPID, telles que les approches heuristiques de Ziegler-Nichols, Cohen-Coon, et Chien-Hrones-Reswick, ont été discutées. Ces méthodes permettent de déterminer les gains optimaux pour assurer une performance stable et efficace des régulateurs.

En conclusion, la conception des régulateurs PID et FOPID pour les systèmes avec retard nécessite une compréhension approfondie des dynamiques des systèmes et des techniques de contrôle avancées. En combinant des analyses théoriques avec des exemples pratiques, ce chapitre fournit une base solide pour les ingénieurs et les chercheurs souhaitant concevoir des systèmes de contrôle robustes et efficaces dans des environnements complexes et réels. La poursuite des recherches dans ce domaine promet de nouvelles avancées, améliorant encore les capacités des régulateurs à gérer les défis des systèmes modernes avec retard.

Chapter 2

Ajustement des Paramètres PID et FOPID

2.1 Introduction

Les contrôleurs proportionnel-intégral-dérivé (PID) sont des outils largement adoptés dans l'industrie pour leur simplicité et leur efficacité dans le contrôle de divers processus. Leur popularité s'explique par leur capacité à maintenir une variable de processus à une valeur désirée en ajustant le signal de commande basé sur l'erreur actuelle, la somme des erreurs passées et la dérivée de l'erreur. Cette approche intuitive permet de réguler efficacement une vaste gamme de systèmes industriels, des simples régulations de température aux systèmes plus complexes tels que les chaînes de production automatisées et les processus chimiques.

Cependant, malgré leur utilité, les contrôleurs PID traditionnels présentent certaines limitations, particulièrement lorsqu'ils sont appliqués à des systèmes avec des dynamiques complexes et des retards temporels significatifs. Ces limitations incluent une performance dégradée face aux non-linéarités du système, aux perturbations externes et aux variations des paramètres du processus. Pour surmonter ces défis, des alternatives plus flexibles et performantes ont été explorées. C'est ainsi qu'ont émergé les contrôleurs PID d'ordre fractionnaire (FOPID), offrant une adaptation plus précise aux caractéristiques complexes des systèmes.

Les contrôleurs FOPID étendent les principes des PID traditionnels en introduisant des dérivées et des intégrales d'ordre fractionnaire. Cette extension permet une modélisation plus fine des dynamiques des systèmes, offrant ainsi une meilleure gestion des phénomènes tels que la mémoire longue et les comportements anormaux. Les FOPID sont particulièrement efficaces pour les systèmes avec des dynamiques non linéaires et des retards, car ils fournissent des degrés de liberté supplémentaires pour ajuster la réponse du contrôleur.

Ce chapitre vise à fournir une vue d'ensemble approfondie sur le réglage des paramètres des contrôleurs PID et FOPID, en mettant particulièrement l'accent sur la méthode de réglage développée par Padula [25]. Cette approche, basée sur des techniques avancées d'optimisation, permet d'ajuster finement les paramètres du contrôleur pour répondre aux spécifications de performance et aux exigences spécifiques de chaque application. En utilisant des algorithmes évolutifs et des méthodes numériques sophistiquées, la méthode de Padula offre une optimisation précise et robuste des paramètres des contrôleurs.

Nous explorerons les principes fondamentaux de la méthode de Padula pour le réglage des contrôleurs PID et FOPID, en décrivant en détail les algorithmes et les procédures impliqués. Cette approche offre une flexibilité et une précision accrues par rapport aux méthodes traditionnelles de réglage, permettant une adaptation plus fine aux caractéristiques dynamiques des systèmes contrôlés. Les algorithmes de réglage, tels que les algorithmes génétiques, l'optimisation par essaim particulaire et les réseaux de neurones, seront discutés en profondeur, illustrant com-

ment ils peuvent être utilisés pour optimiser les performances des contrôleurs PID et FOPID.

En outre, ce chapitre abordera les différentes méthodes d'approximation pour les opérateurs d'ordre fractionnaire, telles que la méthode d'Oustaloup. Ces méthodes permettent de réaliser des approximations précises des dérivateurs et intégrateurs fractionnaires, facilitant ainsi la mise en œuvre des contrôleurs FOPID dans des applications pratiques. La compréhension des techniques d'approximation est essentielle pour garantir que les contrôleurs FOPID peuvent être appliqués efficacement dans des environnements industriels réels.

En synthèse, ce chapitre fournira une ressource complète pour les ingénieurs et les chercheurs intéressés par l'optimisation des performances de contrôle à travers l'utilisation efficace des contrôleurs PID et FOPID. En comprenant les principes et les techniques de réglage présentés ici, les praticiens seront mieux équipés pour concevoir et mettre en œuvre des systèmes de contrôle robustes et performants dans une variété d'applications industrielles et technologiques. Les connaissances acquises permettront de surmonter les limitations des contrôleurs PID traditionnels et d'exploiter pleinement les avantages des contrôleurs FOPID, contribuant ainsi à l'amélioration continue des processus de contrôle dans l'industrie moderne.

2.2 Modèle FOPDT

Le modèle First Order Plus Dead Time (FOPDT) est une représentation simplifiée mais puissante utilisée en ingénierie de contrôle pour approximer le comportement dynamique de divers processus industriels. Ce modèle est particulièrement utile pour les systèmes présentant un délai (temps mort) significatif et une réponse de premier ordre, ce qui le rend largement applicable dans des domaines tels que le contrôle de processus, la chimie industrielle, les systèmes de chauffage, ventilation et climatisation (HVAC), et bien d'autres[18].

2.2.1 Définition et Structure du Modèle FOPDT

Le modèle FOPDT est représenté par la fonction de transfert:

$$G(s) = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (2.1)$$

où:

- K est le gain du système, qui représente l'amplification du signal de sortie par rapport au signal d'entrée.
- T est la constante de temps, qui indique la rapidité avec laquelle le système réagit aux changements de l'entrée.
- L est le temps mort (dead time), représentant le délai entre l'application de l'entrée et la réponse initiale du système.

2.2.2 Paramètres du Modèle FOPDT

Gain du Système K :

- Le gain K détermine l'échelle de la réponse du système. Par exemple, un gain élevé implique que même une petite variation de l'entrée entraîne une variation significative de la sortie.
- Dans des applications pratiques, le gain peut être influencé par les caractéristiques physiques du processus, telles que les coefficients de transfert de chaleur, les propriétés des matériaux, etc.

Constante de Temps T :

- La constante de temps T définit la rapidité de la réponse du système. Un système avec une petite constante de temps réagit rapidement aux changements, tandis qu'un système avec une grande constante de temps réagit plus lentement.
- Cette constante est cruciale pour déterminer la dynamique transitoire du système, influençant la stabilité et la performance en termes de dépassement, de temps de montée, et de temps de stabilisation.

Temps Mort L :

- Le temps mort L est le délai entre l'application de l'entrée et le début de la réponse du système. Ce délai peut être dû à des phénomènes physiques tels que le temps de transport des fluides, les délais de communication dans les systèmes de contrôle, ou les inerties thermiques.
- Un temps mort important peut compliquer le contrôle du système, nécessitant des techniques de régulation avancées pour anticiper et compenser ce délai.

2.2.3 Algorithmes d'Approximation FOPDT

Pour modéliser et contrôler efficacement les systèmes industriels, il est crucial de déterminer avec précision les paramètres du modèle FOPDT (K , T , et L). Plusieurs algorithmes d'approximation ont été développés pour estimer ces paramètres à partir des données expérimentales ou historiques du processus. Ces algorithmes permettent d'ajuster le modèle FOPDT de manière à ce qu'il reflète fidèlement la dynamique du système réel. L'importance de ces algorithmes réside dans leur capacité à fournir des estimations précises et robustes, facilitant ainsi la conception de stratégies de contrôle optimisées.

Dans cette section, nous allons explorer différentes techniques d'approximation, notamment les algorithmes génétiques, l'optimisation par essaim particulaire (PSO), les réseaux de neurones, et l'estimation par moindres carrés. Chacune de ces méthodes offre des avantages uniques et est adaptée à des types spécifiques de systèmes et de conditions opérationnelles. Nous examinerons les principes fondamentaux de chaque algorithme, leurs étapes de mise en œuvre, et les applications pratiques pour lesquelles ils sont les plus appropriés. En comprenant ces algorithmes, les ingénieurs et chercheurs pourront choisir la méthode la mieux adaptée pour estimer les paramètres des modèles FOPDT et optimiser les performances des systèmes de contrôle [22, 23, 24].

Algorithmes Génétiques (GAs):

Les algorithmes génétiques sont des techniques d'optimisation évolutives inspirées par la sélection naturelle. Ils optimisent les paramètres du modèle FOPDT en faisant évoluer une population de solutions candidates sur plusieurs générations [19].

Étapes dans GA pour FOPDT:

1. **Initialisation:** Générer une population initiale de solutions potentielles (chromosomes) de manière aléatoire.
2. **Évaluation de la Fitness:** Calculer la fitness de chaque chromosome en utilisant une fonction objective, souvent en minimisant l'erreur entre la sortie du modèle et les données réelles du processus:

$$\text{Fitness}(i) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2} \quad (2.2)$$

3. **Sélection:** Sélectionner les individus les plus aptes pour la reproduction.
4. **Croisement:** Combiner des paires de chromosomes pour produire des descendants avec des traits mixtes.
5. **Mutation:** Introduire des changements aléatoires à certains chromosomes pour maintenir la diversité génétique.
6. **Itération:** Répéter les étapes d'évaluation, de sélection, de croisement et de mutation jusqu'à ce que les critères de convergence soient atteints.

Les algorithmes génétiques sont particulièrement utiles pour les systèmes complexes où les méthodes traditionnelles d'estimation des paramètres échouent. Grâce à leur capacité à explorer un large espace de solutions, ils peuvent souvent trouver des solutions optimales ou quasi-optimales pour des problèmes difficiles [19].

Optimisation par Essaim Particulaire (PSO):

L'optimisation par essaim particulaire est une méthode computationnelle inspirée par le comportement social des oiseaux en vol ou des bancs de poissons, utilisée pour optimiser les paramètres des modèles FOPDT [20].

Étapes dans PSO pour FOPDT:

1. **Initialisation:** Initialiser un essaim de particules avec des positions et des vitesses aléatoires.
2. **Évaluation de la Fitness:** Évaluer la fitness de chaque particule en fonction d'une fonction objective.
3. **Mise à Jour des Vitesses:** Ajuster les vitesses des particules en fonction des expériences individuelles et de groupe:

$$v_i(t+1) = wv_i(t) + c_1r_1(p_{i,\text{best}} - x_i(t)) + c_2r_2(g_{\text{best}} - x_i(t)) \quad (2.3)$$

4. **Mise à Jour des Positions:** Déplacer les particules vers de nouvelles positions:

$$x_i(t+1) = x_i(t) + v_i(t+1) \quad (2.4)$$

5. **Itération:** Répéter jusqu'à ce que les critères de convergence soient atteints.

PSO est efficace pour trouver des solutions rapides grâce à sa simplicité et sa capacité à converger rapidement. Les particules ajustent leurs positions et leurs vitesses en fonction des meilleures solutions individuelles et globales trouvées, permettant une exploration efficace de l'espace de recherche [20].

Réseaux de Neurones:

Les réseaux de neurones peuvent approximer les paramètres FOPDT en apprenant à partir des données historiques du processus. Ils sont entraînés pour minimiser l'erreur entre la sortie du réseau et la sortie réelle du processus:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N (y_j - \hat{y}_j)^2 \quad (2.5)$$

Étapes dans les Réseaux de Neurones pour FOPDT:

1. **Collecte de Données:** Rassembler les données d'entrée-sortie du processus.
2. **Architecture du Réseau:** Concevoir un réseau de neurones avec un nombre approprié de couches et de neurones.
3. **Entraînement:** Entraîner le réseau de neurones en utilisant la rétropropagation pour minimiser l'erreur entre la sortie du réseau et la sortie réelle du processus.
4. **Estimation des Paramètres:** Utiliser le réseau entraîné pour estimer les paramètres K , T , et θ [20].

Les réseaux de neurones sont particulièrement puissants pour capturer des relations non linéaires complexes dans les données du processus. Une fois entraînés, ils peuvent fournir des estimations précises des paramètres FOPDT en temps réel, s'adaptant aux changements dans la dynamique du processus [20].

Estimation par Moindres Carrés:

L'estimation par moindres carrés consiste à ajuster le modèle FOPDT aux données du processus en minimisant la somme des carrés des différences entre les valeurs observées et les valeurs prédites:

$$E = \sum_{i=1}^N (y_i - K(1 - e^{-\frac{t_i - \theta}{T}}))^2 \quad (2.6)$$

Étapes dans les Moindres Carrés pour FOPDT:

1. **Formulation du Modèle:** Exprimer le modèle FOPDT sous une forme linéaire adaptée à l'analyse de régression.
2. **Calcul de l'Erreur:** Calculer l'erreur entre les données observées $y(t)$ et les prédictions du modèle.
3. **Minimisation:** Minimiser la somme des carrés des erreurs.
4. **Estimation des Paramètres:** Résoudre le problème de minimisation pour trouver les valeurs optimales de K , T , et θ [21].

L'estimation par moindres carrés est une méthode bien établie et fiable pour l'estimation des paramètres, particulièrement efficace lorsque des données précises et suffisantes sont disponibles [21].

2.2.4 Applications

Les modèles FOPDT sont utilisés dans divers secteurs en raison de leur simplicité et de leur efficacité à capturer la dynamique essentielle des systèmes. Les applications incluent[18]:

- **Contrôle des Processus Chimiques:** Utilisé pour contrôler la température, la pression et les débits dans les réacteurs et les colonnes de distillation .
- **Fabrication:** Aide à contrôler des processus tels que le moulage par injection, la coupe de métal et l'assemblage robotisé pour maintenir la qualité et l'efficacité des produits .
- **Systèmes HVAC:** Appliqué dans les systèmes de chauffage, de ventilation et de climatisation pour réguler les niveaux de température et d'humidité .
- **Transformation des Aliments:** Utilisé pour contrôler les processus de cuisson, de congélation et d'emballage afin de garantir la sécurité et la qualité des aliments .
- **Traitement de l'Eau:** Employé pour contrôler les processus de traitement dans les usines de traitement de l'eau et des eaux usées pour répondre aux normes réglementaires .

2.3 Ajustement des Paramètres PID

L'ajustement des paramètres K_p , T_i , et T_d est crucial pour assurer une performance optimale du contrôleur. Padula et Visioli ont exploré plusieurs techniques pour ce réglage, mettant en avant les méthodes d'optimisation modernes telles que les algorithmes génétiques, les algorithmes de colonies de fourmis et les algorithmes de particules. Ces méthodes utilisent des algorithmes avancés pour explorer l'espace des solutions et identifier les paramètres optimaux, permettant ainsi d'atteindre des performances supérieures par rapport aux méthodes traditionnelles. Les critères de performance couramment utilisés incluent l'erreur intégrale absolue (IAE) et l'erreur quadratique moyenne (MSE).[9]

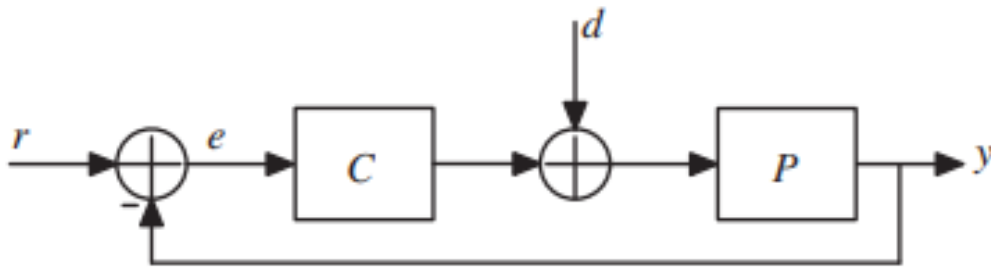


Figure 2.1: schéma de commande PID d'un système avec retard

2.3.1 Forme Idéale des Contrôleurs PID

Les contrôleurs PID sous leur forme idéale peuvent être définis par des équations spécifiques qui caractérisent les paramètres du contrôleur, tels que K_p , T_i , et T_d . Ces paramètres sont déterminés en fonction de plusieurs coefficients ajustables qui permettent de moduler la performance du contrôleur pour diverses tâches de régulation. Les équations suivantes définissent ces paramètres[9] :

Gain Proportionnel K_p :

$$K_p = \frac{1}{K}(a\tau^b + c) \quad (2.7)$$

Cette équation montre que le gain proportionnel K_p est fonction de trois coefficients a , b , et c , ainsi que de la constante de temps τ du système. Le terme $a\tau^b$ modélise l'impact de la dynamique du système, tandis que c représente une constante additive qui ajuste le gain proportionnel. La constante K normalise l'ensemble de l'équation.

Temps Intégral T_i :

$$T_i = T^\lambda(a\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + d) \quad (2.8)$$

Le temps intégral T_i est défini en fonction de la constante de temps intégrale T et de l'ordre fractionnaire λ . L'équation inclut également une somme de termes polynomiaux $a\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + d$, où chaque coefficient a , b , c , et d influence l'intégration à différents niveaux de la dynamique du système.

Temps Dérivé T_d :

$$T_d = T^\mu(a \cdot \exp(b\tau) + c \cdot \exp(d\tau)) \quad (2.9)$$

Pour le temps dérivé T_d , l'équation incorpore des termes exponentiels $\exp(b\tau)$ et $\exp(d\tau)$, modélisant des réponses plus complexes et adaptatives aux changements rapides du système. Les coefficients a , b , c , et d sont ajustés pour optimiser la performance dérivée.

Ordres Fractionnaires λ et μ

Les ordres fractionnaires pour l'intégration et la dérivation sont souvent fixés pour simplifier le modèle :

$$\lambda = 1 \quad (2.10)$$

$$\mu = 1 \quad (2.11)$$

Cependant, dans certains cas, ces valeurs peuvent être ajustées pour mieux correspondre aux spécificités du système contrôlé.

Les tableaux suivants présentent les paramètres de réglage pour K_p , T_i , et T_d en fonction de différentes tâches de contrôle, telles que le point de consigne (set-point) et la perturbation de charge (load disturbance), et pour différents niveaux de marge de stabilité M_s .

Tâche de contrôle	$M_s = 1.4$			$M_s = 2.0$		
	a	b	c	a	b	c
Point de consigne	0.4290	-1.032	-0.4654	0.6566	-1.076	-0.6705
Perturbation de charge	0.1724	-1.259	-0.05052	0.2002	-1.414	0.06139

Table 2.1: Paramètres de réglage de K_p

Tâche de contrôle	$M_s = 1.4$			$M_s = 2.0$		
	a	b	c	a	b	c
Point de consigne	0.06949	-0.5366	0.7119	0.1604	-0.1288	0.7814
Perturbation de charge	0.5968	0.6388	0.07886	0.4460	0.9541	0.1804

Table 2.2: Paramètres de réglage de T_i

Tâche de contrôle	$M_s = 1.4$			$M_s = 2.0$		
	a	b	c	a	b	c
Point de consigne	0.4568	1.153	0.001962	0.4900	1.069	0.001149
Perturbation de charge	0.5856	0.5004	-0.1109	0.6777	0.4968	-0.1499

Table 2.3: Paramètres de réglage de T_d

Les tables ci-dessus montrent les paramètres de réglage pour K_p , T_i , et T_d en fonction de la tâche de contrôle (point de consigne ou perturbation de charge) et de la marge de stabilité M_s .

1. Tableau des Paramètres de K_p :

- a, b, c:

Ces coefficients sont utilisés dans l'équation $K_p = \frac{1}{K}(a\tau^b + c)$. Ils déterminent comment le gain proportionnel doit être ajusté pour atteindre les performances souhaitées.

- Point de consigne:

Les coefficients pour le réglage du point de consigne sont différents de ceux pour la perturbation de charge, car les dynamiques du système peuvent varier en fonction de la nature de la tâche de contrôle.

- Marge de stabilité M_s :

Une marge de stabilité plus élevée (par exemple, $M_s = 2.0$) nécessite des coefficients différents par rapport à une marge de stabilité plus basse (par exemple, $M_s = 1.4$), car la stabilité du système est prioritaire.

2. Tableau des Paramètres de T_i :

- a, b, c:

Ces coefficients sont utilisés dans l'équation $T_i = T^\lambda(a\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + d)$. Ils permettent d'ajuster le temps intégral pour corriger l'erreur accumulée sur le temps.

- Point de consigne vs. Perturbation de charge:

Les coefficients varient en fonction de la tâche, reflétant la nécessité d'une intégration différente pour maintenir le point de consigne par rapport à la correction des perturbations.

3. Tableau des Paramètres de T_d :

- a, b, c:

Ces coefficients sont utilisés dans l'équation $T_d = T^\mu(a \cdot \exp(b\tau) + c \cdot \exp(d\tau))$. Ils modèlent les réponses plus complexes et adaptatives du terme dérivé.

- Point de consigne vs. Perturbation de charge:

Les paramètres de réglage diffèrent selon que le contrôleur doit maintenir un point de consigne ou répondre à des perturbations, ce qui nécessite une approche différente pour la dérivation.

2.4 Ajustement des Paramètres FOPID

L'ajustement des paramètres K_p , T_i , T_d , λ , et μ dans les contrôleurs FOPID est plus complexe en raison du nombre accru de paramètres. Padula propose des règles de réglage optimales pour les processus auto-régulateurs, permettant de maximiser la performance et la robustesse du système.

2.4.1 Forme Idéale des Contrôleurs FOPID

Pour les contrôleurs FOPID en forme idéale, les paramètres sont définis par les équations suivantes [9]:

$$K_p = \frac{1}{K}(a\tau^b + c) \quad (2.12)$$

$$T_i = T^\lambda(a\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + d) \quad (2.13)$$

$$T_d = T^\mu(a \cdot \exp(b\tau) + c \cdot \exp(d\tau)) \quad (2.14)$$

$$\lambda = 1 \quad (2.15)$$

$$\mu = a\tau^3 + b\tau^2 + c\tau + d \quad (2.16)$$

Table 2.4: Paramètres de réglage K_p pour un régulateur FOPID en forme idéale

Tâche de contrôle	$M_s = 1.4$			$M_s = 2.0$		
	a	b	c	a	b	c
Point de consigne	0.6189	-0.9695	-0.4648	0.9004	-0.9792	-0.5552
Perturbation de charge	0.6316	-0.9376	-0.4906	1.024	-0.9978	-0.7035

Table 2.5: Paramètres de réglage T_i pour un régulateur FOPID en forme idéale

Tâche de contrôle	$M_s = 1.4$				$M_s = 2.0$			
	a	b	c	d	a	b	l	d
Point de consigne	6.248	-5.930	2.341	0.8237	5.476	-3.913	1.731	0.9057
Perturbation de charge	6.765	-8.305	4.774	-0.03675	4.138	-3.841	3.631	-0.02886

Table 2.6: Paramètres de réglage T_d pour un régulateur FOPID en forme idéale

Tâche de contrôle	$M_s = 1.4$				$M_s = 2.0$			
	a	b	c	d	a	b	c	d
Point de consigne	0.1876	2.927	-0.1867	1.964	0.07963	3.132	-0.08624	-1.608
Perturbation de charge	0.08677	3.354	-0.08395	0.426	0.05433	3.594	-0.05696	-1.372

Table 2.7: Paramètres de réglage μ pour un régulateur FOPID en forme idéale

Tâche de contrôle	$M_s = 1.4$				$M_s = 2.0$			
	a	b	c	d	a	b	l	d
Point de consigne	-0.1360	-0.3489	0.07781	1.199	-0.9618	0.879	-0.2997	1.173
Perturbation de charge	-0.1285	-0.5261	0.2229	1.124	-0.4019	0.04827	0.02034	1.166

Ces tables et équations permettent de mieux comprendre les ajustements nécessaires pour optimiser les contrôleurs PID et FOPID en fonction des spécificités des systèmes et des tâches de contrôle. En utilisant ces paramètres optimisés, les ingénieurs peuvent concevoir des systèmes de contrôle plus robustes et performants.

2.5 Ajustement des paramètres en utilisant l'algorithme d'AMIGO pour le Contrôleur PID

2.5.1 Paramètres du Processus

Les paramètres du processus sont basés sur le modèle FOPDT (First Order Plus Dead Time), qui est représenté par l'équation suivante :

$$G(s) = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (2.17)$$

- K : Gain du processus
- T : Constante de temps
- L : Temps mort

2.5.2 Formules de Réglage AMIGO

La méthode AMIGO (Approximate M-Constrained Integral Gain Optimization) est une technique avancée pour le réglage des paramètres des régulateurs PID, développée pour offrir une performance robuste et une facilité de mise en œuvre. Cette méthode utilise des règles de réglage spécifiques basées sur un modèle de premier ordre avec temps mort (First Order Plus Dead Time, FOPDT) .

Les formules de réglage AMIGO permettent de déterminer les valeurs optimales des gains proportionnel (K_p), intégral (T_i) et dérivé (T_d) pour un contrôleur PID. Les constantes utilisées dans ces formules sont dérivées de manière empirique pour fournir un bon compromis entre performance et robustesse[26].

- **Calcul du gain proportionnel K_p :**

$$K_p = \left(\frac{1}{K}\right) \left(0.2 + 0.45 \left(\frac{L}{T}\right)\right) \left(\frac{L}{T}\right)^{-0.16}$$

- **Calcul du temps intégral T_i :**

$$T_i = T \left(\frac{L}{T}\right)^{0.85}$$

- **Calcul du temps dérivé T_d :**

$$T_d = 0.5L \left(\frac{L}{T}\right)^{0.6}$$

2.5.3 Avantages de la Méthode AMIGO

La méthode AMIGO offre plusieurs avantages significatifs pour le réglage des contrôleurs PID :

- **Performance Robuste** : Les réglages AMIGO sont conçus pour fournir une performance optimale tout en maintenant une robustesse élevée face aux variations du processus.
- **Facilité de Mise en Œuvre** : Les règles de réglage sont simples et directes, facilitant leur application dans des environnements industriels sans nécessiter des calculs complexes.
- **Flexibilité** : La méthode est applicable à une large gamme de processus avec des dynamiques différentes, ce qui en fait une solution polyvalente pour le contrôle PID.
- **Efficacité Empirique** : Les constantes utilisées dans les formules sont dérivées de manière empirique, basées sur de nombreuses simulations et expériences, garantissant ainsi des réglages fiables et efficaces.

2.6 La méthode d'Oustaloup pour l'approximation d'un dérivateur généralisé

La méthode d'Oustaloup est une technique utilisée pour l'approximation d'opérateurs d'ordre fractionnaire en utilisant une distribution récursive de zéros et de pôles. Cette méthode permet de réaliser des approximations dans une bande de fréquence définie, ce qui est crucial pour des applications pratiques. Voici une explication plus détaillée [10]:

2.6.1 Principe de base

L'approximation d'Oustaloup repose sur une fonction rationnelle qui utilise un nombre fini de zéros et de pôles pour représenter un dérivateur fractionnaire généralisé. Cette fonction rationnelle est définie pour couvrir un espace fréquentiel spécifique[11].

2.6.2 Formulation mathématique

L'approximation d'un opérateur s^α dans une bande de fréquences $[L, H]$ est donnée par la fonction rationnelle suivante :

$$\hat{H}(s) = K \prod_{k=1}^N \frac{s/z_k + L}{s/p_k + L},$$

où z_k et p_k sont les zéros et pôles de la fonction d'approximation, respectivement, et K est un gain fréquentiel[11].

2.6.3 Synthèse pratique

Pour une synthèse réaliste, il convient de réduire le comportement différentiel généralisé sur un intervalle fréquentiel borné. Cela implique de choisir des fréquences basse (L) et haute (H) limites selon les besoins de l'application.

Les formules de synthèse pour l'approximation sont les suivantes [11]:

1. Calcul des pôles et zéros :

$$k = L \left(\frac{H}{L} \right)^{\frac{k-1}{N-1}}, \quad k = 1, 2, \dots, N$$

2. Expressions des zéros et pôles :

$$z_k = k \left(\frac{H}{k} \right)^{1-\alpha}, \quad p_k = k \left(\frac{H}{k} \right)^\alpha$$

3. Gain fréquentiel :

$$K = \left(\frac{H}{L} \right)^{\alpha/2}$$

4. Formule de synthèse :

$$\hat{H}(s) = K \prod_{k=1}^N \frac{s + z_k}{s + p_k}$$

où :

- N est le nombre de zéros et de pôles,
- L est la fréquence basse limite,
- H est la fréquence haute limite,
- α est l'ordre fractionnaire de l'opérateur.

2.6.4 Exemple de calcul

Dans ce mémoire de fin d'études, nous avons utilisé la méthode d'Oustaloup pour approximer l'ordre intégral ou dérivateur fractionnaire. Pour comprendre comment les paramètres du filtre, à savoir l'ordre et la bande de fréquence, influencent la qualité de l'approximation, considérons l'exemple suivant de la fonction de transfert d'ordre fractionnaire :

$$G(s) = \frac{1}{s^{0.5}}$$

Les différentes approximations d'Oustaloup de cette fonction pour différents paramètres sont :

- Pour un ordre de $N = 5$ dans une bande de fréquence de $[0.01, 100]$ rad/s :

$$\frac{1}{s^{0.5}} \approx \frac{0.1s^5 + 7.497s^4 + 76.85s^3 + 121.8s^2 + 29.85s + 1}{s^5 + 29.85s^4 + 121.8s^3 + 76.85s^2 + 7.497s + 0.1}$$

- Pour un ordre de $N = 5$ dans une bande de fréquence de $[0.001, 1000]$ rad/s :

$$\frac{1}{s^{0.5}} \approx \frac{0.03162s^5 + 16.92s^4 + 537.1s^3 + 1072s^2 + 134.4s + 1}{s^5 + 134.4s^4 + 1072s^3 + 537.1s^2 + 16.92s + 0.03162}$$

- Pour un ordre de $N = 7$ dans une bande de fréquence de $[0.01, 100]$ rad/s :

$$\frac{1}{s^{0.5}} \approx \frac{0.1s^7 + 9.834s^6 + 204.5s^5 + 1079s^4 + 1499s^3 + 548.7s^2 + 50.94s + 1}{s^7 + 50.94s^6 + 548.7s^5 + 1499s^4 + 1079s^3 + 204.5s^2 + 9.834s + 0.1}$$

Les diagrammes de Bode de $G(s)$ et de ses approximations d'Oustaloup sont montrés dans la figure suivante :

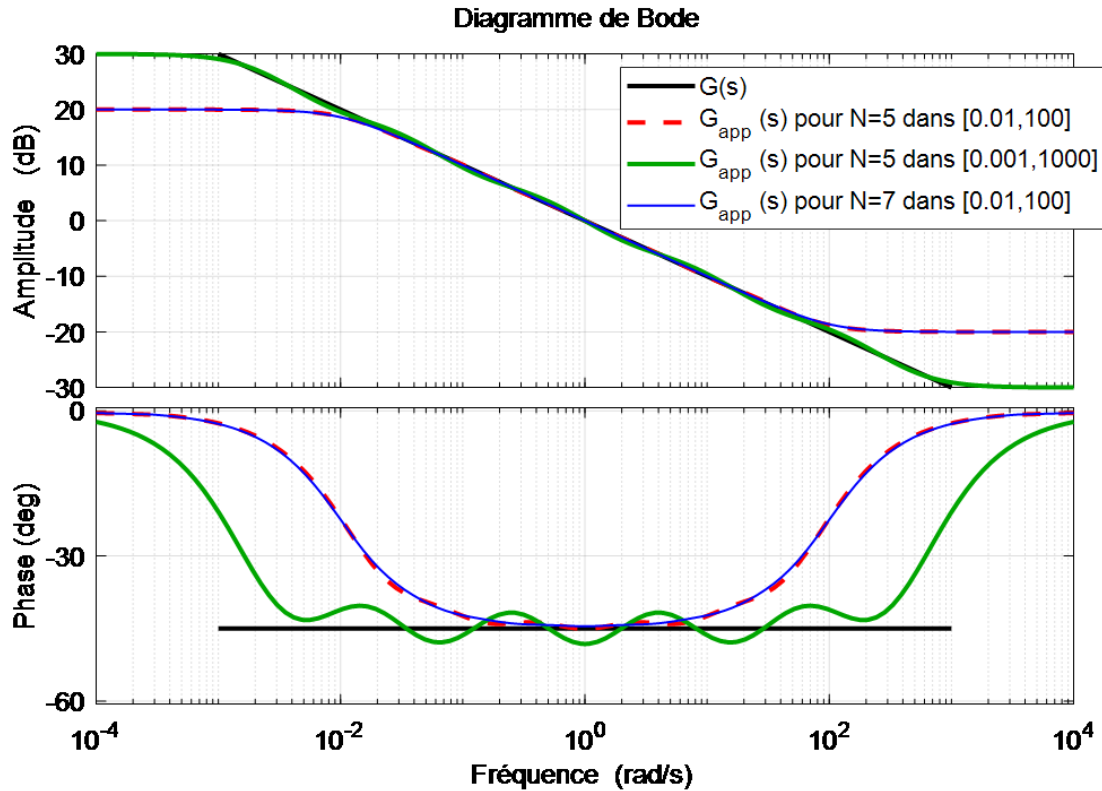


Figure 2.2: Diagramme de Bode

2.6.5 Observations

À partir de la figure ci-dessus, nous pouvons observer les points suivants :

1. En général, le filtre d'Oustaloup donne une approximation précise des fonctions de transfert d'ordre fractionnaire dans la bande de fréquence souhaitée.
2. En dehors de la bande de fréquence d'Oustaloup, la fonction de transfert approximée présente une amplitude et une phase différentes de celles de la fonction réelle.
3. La phase de la fonction approximée est plus sensible que l'amplitude, où nous observons qu'elle ne correspond pas à la phase de la fonction réelle près des fréquences de transition b et h .
4. L'élargissement de la bande de fréquence entraîne des erreurs d'approximation où les valeurs de la phase et de l'amplitude de la fonction approximée commencent à osciller autour des valeurs de la phase et de l'amplitude de la fonction réelle.
5. L'augmentation de l'ordre du filtre diminue les erreurs d'approximation dans la bande de fréquence, mais augmente le temps de calcul.

2.7 Conclusion

Ce chapitre a fourni une vue d'ensemble complète sur l'ajustement des paramètres des contrôleurs PID et FOPID, en mettant particulièrement l'accent sur la méthode de réglage développée par Padula. Les contrôleurs PID, avec leurs trois actions de régulation (proportionnelle, intégrale et dérivée), restent des outils fondamentaux dans l'industrie grâce à leur simplicité et leur efficacité. Cependant, leurs limitations face à des systèmes dynamiques complexes ont conduit à l'émergence des contrôleurs PID d'ordre fractionnaire (FOPID), qui offrent une flexibilité et une précision accrues.

Nous avons exploré le modèle First Order Plus Dead Time (FOPDT), une représentation simplifiée mais puissante pour modéliser les systèmes avec retard. Les algorithmes d'approximation tels que les algorithmes génétiques, l'optimisation par essaim particulaire, les réseaux de neurones et l'estimation par moindres carrés ont été discutés pour estimer les paramètres de ce modèle, chacun apportant ses propres avantages et applications spécifiques. Ces méthodes permettent d'adapter les paramètres du modèle aux caractéristiques dynamiques des systèmes réels, assurant une meilleure performance et stabilité.

L'ajustement des paramètres PID a été abordé en détail, avec des méthodes avancées d'optimisation pour régler les paramètres K_p , T_i , et T_d . Les méthodes d'optimisation modernes, telles que les algorithmes génétiques, les algorithmes de colonies de fourmis et les algorithmes de particules, ont été mises en lumière. Ces techniques utilisent des algorithmes avancés pour explorer l'espace des solutions et identifier les paramètres optimaux, permettant ainsi d'atteindre des performances supérieures par rapport aux méthodes traditionnelles. Les critères de performance couramment utilisés incluent l'erreur intégrale absolue (IAE) et l'erreur quadratique moyenne (MSE).

Les contrôleurs FOPID ont été introduits comme une extension des PID classiques, utilisant des dérivées et des intégrales d'ordre fractionnaire pour mieux s'adapter aux dynamiques complexes des systèmes. Les régulateurs FOPID offrent plusieurs avantages, notamment une plus grande flexibilité et une meilleure capacité à modéliser les comportements dynamiques non linéaires. Les équations et les paramètres spécifiques des contrôleurs FOPID ont été détaillés, soulignant l'importance des ordres fractionnaires pour une adaptation précise aux systèmes contrôlés.

La méthode d'Oustaloup a été présentée pour l'approximation des dérivateurs et intégrateurs fractionnaires, permettant de modéliser efficacement des opérateurs d'ordre fractionnaire sur une bande de fréquence définie. Les exemples et les observations ont mis en évidence l'importance de l'ajustement des paramètres du filtre pour obtenir des approximations précises tout en minimisant les erreurs. La méthode d'Oustaloup, en utilisant une distribution récursive de pôles et de zéros, offre une approche pratique et robuste pour les applications de contrôle fractionnaire.

En conclusion, ce chapitre a démontré que les techniques avancées de réglage des contrôleurs PID et FOPID, combinées à des méthodes d'approximation sophistiquées comme celle d'Oustaloup, permettent de concevoir des systèmes de contrôle robustes et performants. Ces approches offrent aux ingénieurs et aux chercheurs des outils puissants pour répondre aux défis des systèmes dynamiques modernes, améliorant ainsi les performances et la stabilité des processus industriels et technologiques.

Les algorithmes génétiques, l'optimisation par essaim particulaire, et les réseaux de neurones offrent des moyens puissants pour ajuster les paramètres des modèles FOPDT, chacun avec ses propres avantages et applications spécifiques. Les algorithmes génétiques, par exemple, sont particulièrement utiles pour les systèmes complexes où les méthodes traditionnelles d'estimation des paramètres échouent, tandis que l'optimisation par essaim particulaire est efficace pour trouver des solutions rapides grâce à sa simplicité et sa capacité à converger rapidement. Les

réseaux de neurones, quant à eux, sont puissants pour capturer des relations non linéaires complexes dans les données du processus, fournissant des estimations précises des paramètres FOPDT en temps réel.

Les méthodes d'approximation comme celle d'Oustaloup permettent une modélisation efficace des dérivateurs et intégrateurs fractionnaires sur une bande de fréquence définie. En ajustant les paramètres du filtre, les ingénieurs peuvent obtenir des approximations de haute qualité, minimisant ainsi les erreurs et améliorant la précision des modèles de contrôle. L'augmentation de l'ordre du filtre améliore la précision dans la bande de fréquence choisie, mais cela se fait au détriment du temps de calcul, soulignant l'importance d'un équilibre entre précision et efficacité.

En résumé, ce chapitre a fourni une exploration détaillée des méthodes et techniques avancées pour le réglage des contrôleurs PID et FOPID, offrant aux praticiens des outils robustes pour la conception et la mise en œuvre de systèmes de contrôle efficaces. En comprenant les principes et les techniques de réglage présentés ici, les ingénieurs et les chercheurs seront mieux équipés pour concevoir des systèmes de contrôle robustes et performants dans une variété d'applications industrielles et technologiques, contribuant ainsi à des performances optimisées et une stabilité accrue des processus contrôlés.

Chapter 3

Application et Simulation

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter plusieurs exemples de simulation d'un système intégral avec retard (IPDT), d'un système de premier ordre avec retard (FOPDT), et d'un système instable en utilisant les algorithmes de commande PID d'ordre entier et d'ordre fractionnaire présentés dans les Chapitres I et II. Nous montrerons également que la méthode donne des résultats appréciables. Nous utiliserons quatre exemples pour démontrer ces concepts : Simulation d'un système FOPDT avec un régulateur PID, contrôle d'un processus IPDT utilisant un régulateur PID fractionnaire, régulation d'un processus FOIPDT avec un régulateur FOPID, et gestion d'un système instable avec des régulateurs PID et FOPID.

3.2 Modèles FOPDT,UFOPDT et système fractionnaire avec retard

Il est possible de modéliser approximativement de nombreux modèles industriels en utilisant une fonction de premier ordre avec retard (FOPDT : First Order Plus Dead Time). La combinaison du modèle de processus de premier ordre avec le temps de retard est le modèle FOPDT. Selon l'équation FOPDT est fournie :

$$G(s) = \frac{K e^{-Ls}}{Ts + 1} \quad (3.1)$$

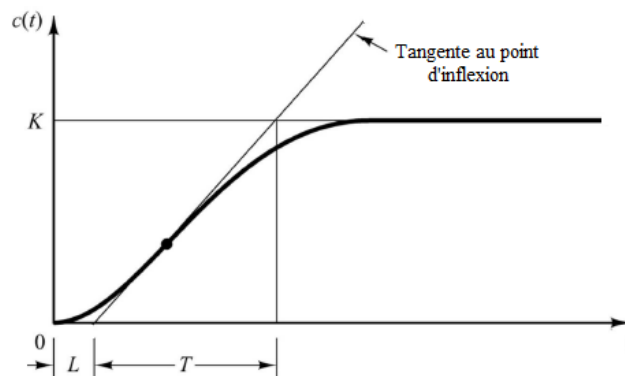


Figure 3.1: La sortie d'un système stable et aperiodique à une entrée en échelon

Dans la figure 3.1, la courbe en forme de S sans dépassement est connue sous le nom de courbe de réaction qui est caractérisée par deux constantes, T est la constante de temps et L est le temps de retard . En traçant la ligne tangente au point d'inflexion de la courbe en S puis en trouvant le point d'intersection de l'axe des temps et du niveau statique K avec la ligne tangente , la fonction de transfert de la courbe en S peut être approchée par le système du premier ordre avec retard qui est donné par l'équation [3.1].

Pour les systèmes intégraux avec retard (IPDT), les paramètres peuvent être trouvés de la même manière que pour le FOPDT. L'équation IPDT est donnée par [3.2] :

$$G_{IPDT}(s) = \frac{K e^{-Ls}}{Ts} \quad (3.2)$$

Il n'y a pas d'exigence d'intégrateur pour supprimer l'erreur statique car il existe déjà un intégrateur. Le contrôleur PD peut être utilisé pour minimiser le dépassement .

L'équation FOIPDT est obtenue en suivant la même procédure que pour le processus FOPDT :

$$G_{FOIPDT}(s) = \frac{K e^{-Ls}}{s(Ts + 1)} \quad (3.3)$$

3.3 Mesures de performance

L'erreur quadratique intégrale (ISE), l'erreur absolue intégrale (IAE) et l'erreur absolue avec intégration temporelle (ITAE) sont des mesures de performance utilisées pour comparer les divers contrôleurs. Les expressions présentes dans l'équation [3.4] décrivent ces paramètres de performance. L'IAE, l'ISE et l'ITAE permettent d'évaluer quantitativement la capacité d'un contrôleur à réduire l'erreur à zéro. Lorsque ces paramètres sont plus faibles, cela indique que le contrôleur est en mesure d'atteindre la référence requise plus rapidement et avec moins de travail.

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (3.4)$$

$$ISE = \int_0^t e(t)^2 dt \quad (3.5)$$

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt \quad (3.6)$$

Dans ce PFE, l'ajustement des paramètres de correcteur PID et FOPID est basé sur la minimisation de l'intégrale de l'erreur absolue IAE (Integral Absolute Error) (ce qui est significatif car cela donne, en général, un faible dépassement et un temps de stabilisation faible en même temps [25]), sous réserve d'une contrainte sur la sensibilité maximale.

3.4 Exemples de Simulation

Les résultats de simulation sont effectués sur le logiciel Matlab. La réponse indicielle pour une entrée consigne et une entrée perturbation a été évaluée séparément dans tous les cas (notez qu'un signal échelon unitaire a toujours été appliqué).

Considérons maintenant la conception des contrôleurs PID avec filtre d'ordre entier et d'ordre fractionnaire pour les systèmes à retard de formes IPDT, FOPDT, FOIPDT, etc. Les contrôleurs PID filtré à ordre entier ou fractionnaire à concevoir seront de la forme suivante :

Pour le FPID classique:

$$G_{FPID}(s) = K_p \frac{T_i s + 1}{T_i s} \frac{T_d s + 1}{\frac{T_d}{N} s + 1} \quad (3.7)$$

Pour le FPID fractionnaire :

$$G_{FFPID}(s) = K_p \frac{T_i s^\lambda + 1}{T_i s^\lambda} \frac{T_d s^\mu + 1}{\frac{T_d}{N} s + 1} \quad (3.8)$$

où K_p est le gain proportionnel, T_i est la constante de temps intégrale, T_d est la constante de temps dérivée, λ et μ sont respectivement les ordres non entiers des termes intégraux et dérivés, On peut facilement remarquer qu'en sélectionnant $\lambda = \mu = 1$, un contrôleur PID standard est obtenu. N est l'ordre de filtre (Avec $N = 5$).

3.4.1 Exemple 1: système FOPDT avec $\tau = 0.9$

Comme premier exemple illustratif, nous considérons le processus premier ordre avec retard suivant :

$$G_1(s) = \frac{1}{(1+s)} e^{-0.1s} \quad (3.9)$$

Les paramètres K , L , et T de la fonction FOPDT sont :

$$K = 1, \quad L = 0.1s \quad T = 1s. \quad (3.10)$$

Les différents contrôleurs considérés ont été réglés par les formules de réglage correspondantes à (chapitre 2). Notez que la règle d'ajustement employée est décrite pour le suivi du point de consigne ou pour le rejet de perturbation.

Correcteur PID filtré d'ordre entier et d'ordre Fractionnaire:

Dans le cas de la conception de contrôleurs PID classique et PID fractionnaire filtrés en utilisant l'algorithme de padula[25], nous trouvons les valeurs suivantes:

Pour une entrée Consigne :

Les paramètres de PID Classique trouvés sont :

$$K_p = 4.63, \quad T_i = 0.95, \quad T_d = 0.034 \quad (3.11)$$

alors la fonction de transfert de PID Classique filtré sera comme suit :

$$G_{FPID}(s) = 4.63 \frac{0.95s + 1}{0.95s} \frac{0.034s + 1}{\frac{0.034}{5}s + 1} \quad (3.12)$$

Les paramètres de PID fractionnaire avec filtre trouvés sont :

$$K_p = 5.1826, \quad T_i = 1.0134, \quad T_d = 0.0228, \quad \lambda = 1.0000, \quad \mu = 1.1000 \quad (3.13)$$

alors la fonction de transfert de PID fractionnaire filtré sera comme suit :

$$C(s) = 5.1826 \frac{1.0134s^1 + 1}{1.0134s^1} \frac{0.0228s^{1.1} + 1}{\frac{0.0228}{5}s + 1} \quad (3.14)$$

Pour l'approximation des ordres fractionnaires du correcteur FOPID, nous avons utilisé l'approximation d'Oustaloup (expliquée au chapitre 2) avec les paramètres suivants : (N : ordre de filtre de valeur 5 ; les $[W_b, W_h] = [10^{-3}, 10^3]$).

Pour une entrée perturbation :

Les paramètres de PID Classique trouvés sont:

$$K_p = 4.63, \quad T_i = 0.95, \quad T_d = 0.034 \quad (3.15)$$

alors la fonction de transfert de PID Classique filtré sera comme suit :

$$G_{PID}(s) = 4.63 \frac{0.95s + 1}{0.95s} \frac{0.034s + 1}{\frac{0.034}{5}s + 1} \quad (3.16)$$

Les paramètres de PID fractionnaire trouvés sont :

$$K_p = 5.1826, \quad T_i = 1.0134, \quad T_d = 0.0228, \quad \lambda = 1.0000, \quad \mu = 1.1000 \quad (3.17)$$

alors la fonction de transfert de PID fractionnaire filtré sera comme suit :

$$C(s) = 5.1826 \frac{1.0134s^1 + 1}{1.0134s^1} \frac{0.0228s^{1.1} + 1}{\frac{0.0228}{5}s + 1} \quad (3.18)$$

Pour l'approximation des ordres fractionnaires du correcteur FOPID, nous avons utilisé l'approximation d'Oustaloup (expliquée au chapitre 2) avec les paramètres suivants : (N : ordre de filtre de valeur 5 ; les $[W_b, W_h] = [10^{-3}, 10^3]$).

Les réponses indicielles pour le processus FOPDT avec un contrôleur PID pour une entrée consigne et des perturbations sont indiquées dans les figures ci-dessous :

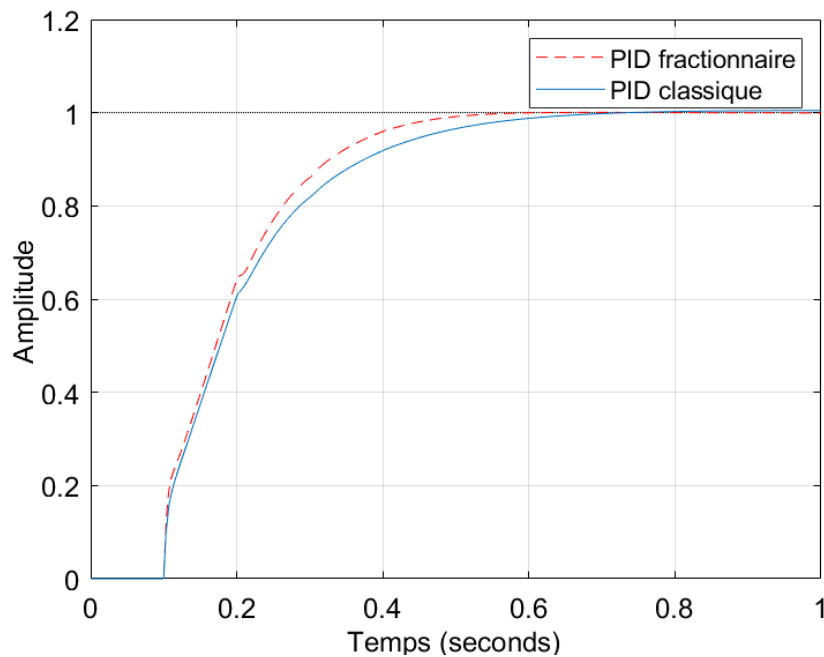


Figure 3.2: réponse pour entrée consigne avec $M_s=1,4$

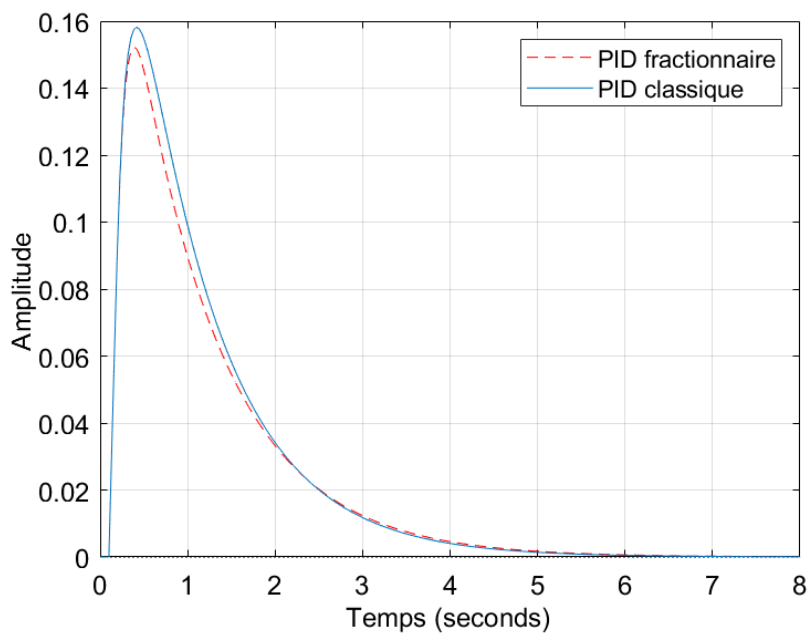


Figure 3.3: réponse pour une entrée perturbation $M_s = 1,4$

- **La figure 3.2** montre que la réponse indicielle du régulateur FOPID atteint la consigne plus rapidement et avec moins d'oscillations par rapport au PID classique.
- **La figure 3.3** illustre que le régulateur FOPID répond de manière plus efficace aux perturbations avec un dépassement minimal comparé au PID classique.

Pour démontrer davantage l'efficacité et la supériorité du contrôleur FOPID, nous fournissons des résultats numériques comparatifs dans les domaines transitoires pour le système FOPDT donné dans l'exemple 1 au tableau 3.1.

Correcteurs	Rise Time T_r [s]	Settling Time T_s [s]	Maximum Overshoot OS [%]
FOPID	0.2245	0.4489	0.0667
PID	0.2718	0.5551	0.4902

Table 3.1: Analyse comparative de la performance de la réponse transitoire

Les paramètres FOPID ($K_p = 5.1826$, $T_i = 1.0134$, $T_d = 0.0228$, $\lambda = 1.0000$, $\mu = 1.1000$) montrent une réduction significative du temps de montée (0.2245s) et de stabilisation (0.4489s) par rapport au PID classique ($K_p = 4.63$, $T_i = 0.95$, $T_d = 0.034$), qui a des temps respectifs de 0.2718s et 0.5551s. Le FOPID présente également un dépassement minime (0.0667%) comparé au PID (0.4902%).

3.4.2 Exemple 2: système FOPDT avec $\tau = 0.7143$

Comme deuxième exemple illustratif nous considérons le processus FOPID suivant :

$$G_2(s) = \frac{1}{1+s} e^{-2.5s} \quad (3.19)$$

Les paramètres K , L , et T de la fonction FOPDT sont :

$$K = 1 \quad L = 2.5s \quad T = 1s \quad (3.20)$$

Les différents contrôleurs considérés ont été réglés par les formules de réglage correspondantes à (chapitre 2). Notez que la règle d'ajustement employée est décrite pour le suivi du point de consigne ou pour le rejet de perturbation.

Correcteur PID d'ordre entier et d'ordre Fractionnaire

Dans le cas de la conception de contrôleurs PID classique et PID fractionnaire filtrés en utilisant l'algorithme de padula[25] et l'algorithme d'AMIGO, nous trouvons les valeurs suivantes :

Pour une entrée Consigne:

Les paramètres de PID Classique trouvés en utilisant l'algorithme de Padula-Visioli sont:

$$K_p = 0.14 \quad T_i = 0.75 \quad T_d = 1.32 \quad (3.21)$$

alors la fonction du transfert de PID Classique filtré sera comme suit :

$$C_{PID_PV}(s) = 0.14 \frac{0.75s + 1}{0.75s} \frac{1.32s + 1}{\frac{1.32}{5}s + 1} \quad (3.22)$$

Les paramètres de PID Classique trouvés en utilisant l'algorithme d'AMIGO sont :

$$K_p = 0.35 \quad T_i = 1.70 \quad T_d = 0.62 \quad (3.23)$$

alors la fonction du transfert sera comme suit :

$$C_{PID_AMIGO}(s) = 0.35 \frac{1.70s + 1}{1.70s} \frac{0.62s + 1}{\frac{0.62}{5}s + 1} \quad (3.24)$$

Les paramètres de PID fractionnaire trouvés sont :

$$K_p = 0.2111, \quad T_i = 0.9646, \quad T_d = 1.0702, \quad \lambda = 1.0000, \quad \mu = 1.000 \quad (3.25)$$

alors la fonction de transfert de PID fractionnaire filtré sera comme suit :

$$C_{FOPID}(s) = 0.2111 \frac{0.9646s^1 + 1}{0.9646s^1} \frac{1.0702s^1 + 1}{\frac{1.0702}{5}s + 1} \quad (3.26)$$

Pour l'approximation des ordres fractionnaires du correcteur FOPID, nous avons utilisé l'approximation d'Oustaloup (expliquée au chapitre 2) avec les paramètres suivants : (N : ordre de filtre de valeur 5 ; les $[W_b, W_h] = [10^{-3}, 10^3]$).

Pour une entrée perturbation :

Les paramètres de PID Classique trouvés sont:

$$K_p = 0.21 \quad T_i = 1.15 \quad T_d = 0.82 \quad (3.27)$$

alors la fonction de transfert de PID Classique filtré sera comme suit :

$$G_{PID}(s) = 4.63 \frac{0.95s + 1}{0.95s} \frac{0.034s + 1}{\frac{0.034}{5}s + 1} \quad (3.28)$$

Les paramètres de PID fractionnaire trouvés sont :

$$K_p = 5.1826, \quad T_i = 1.0134, \quad T_d = 0.0228, \quad \lambda = 1.0000, \quad \mu = 1.1000 \quad (3.29)$$

alors la fonction de transfert de PID fractionnaire filtré sera comme suit :

$$C(s) = 5.1826 \frac{1.0134s^1 + 1}{1.0134s^1} \frac{0.0228s^{1.1} + 1}{\frac{0.0228}{5}s + 1} \quad (3.30)$$

Pour l'approximation des ordres fractionnaires du correcteur FOPID, nous avons utilisé l'approximation d'Oustaloup (expliquée au chapitre 2) avec les paramètres suivants : (N : ordre de filtre de valeur 5 ; les $[W_b, W_h] = [10^{-3}, 10^3]$).

Les réponses indicielles pour pour le processus FOPDT avec un controleur PID pour une entrée consigne et des perturbations sont indiquées dans les figures ci-dessous :

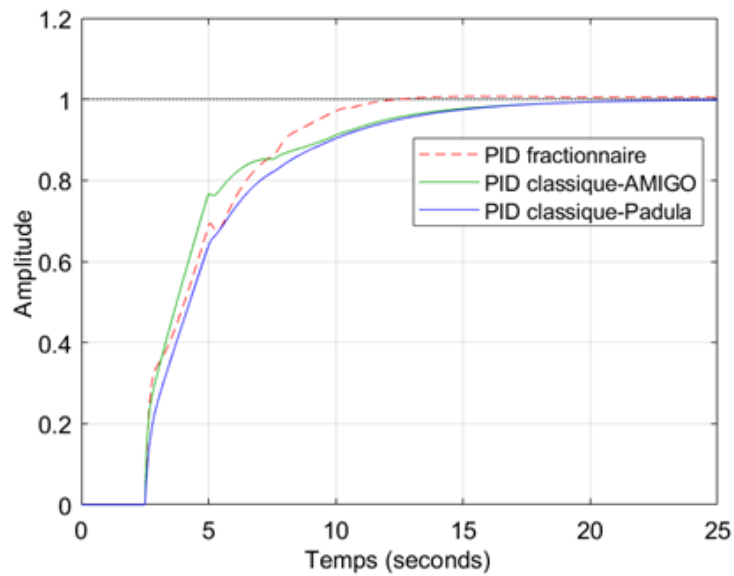


Figure 3.4: réponse pour entrée consigne avec $M_s=1,4$

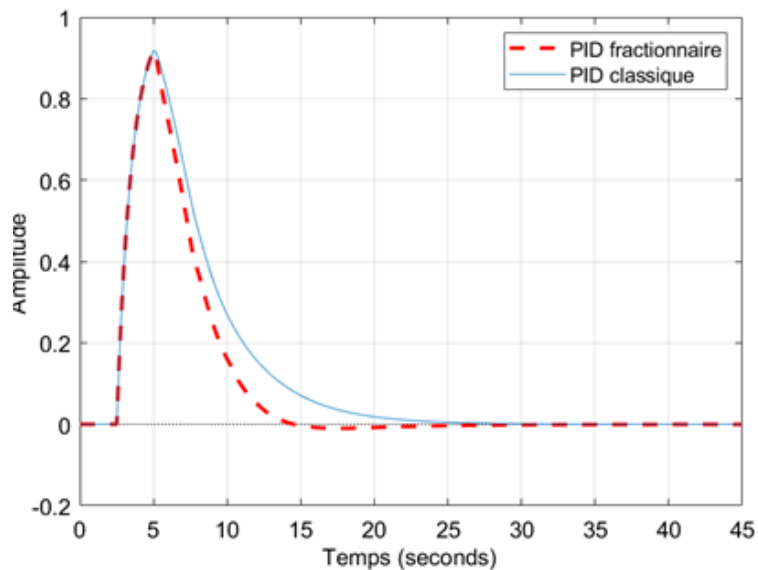


Figure 3.5: réponse pour une entrée perturbation $M_s = 1,4$

- La figure 3.4 montre que le régulateur FOPID assure une réponse transitoire plus rapide et efficace, atteignant la consigne avec moins de retard et de meilleures performances globales comparé au PID classique ,et également le troisième diagramme du PID utilisant l'algorithme AMIGO . Cette réponse montre une performance intermédiaire entre le FOPID et le PID classique, avec un temps de montée et une stabilisation plus rapides que le PID classique mais légèrement moins performants que le FOPID.
- La figure 3.5 indique que le FOPID réagit plus efficacement aux perturbations, avec un léger dépassement par rapport au PID classique, mais avec une stabilisation plus rapide.

Pour démontrer davantage l'efficacité et la supériorité du contrôleur FOPID, nous fournissons des résultats numériques comparatifs dans les domaines transitoires pour le système FOPDT donné dans l'exemple 1 au tableau

3.2.

Correcteurs	Rise Time T_r [s]	Settling Time T_s [s]	Maximum Overshoot OS [%]
FOPID	5.4231	10.6450	0.7272
PID	7.2677	15.8858	0

Table 3.2: Comparative Analysis of the Performance of the Transient Response

- Les paramètres FOPID ($K_p = 0.2111$, $T_i = 0.9646$, $T_d = 1.0702$, $\lambda = 1.0000$, $\mu = 1.000$) montrent une amélioration notable des temps de montée (5.4231s) et de stabilisation (10.6450s) par rapport aux PID classiques, indiquant une performance supérieure en termes de rapidité et d'efficacité. Le FOPID présente un léger dépassement (0.7272%) comparé à aucun dépassement pour le PID classique.

3.4.3 Exemple 3: système fractionnaire avec retard

Comme troisième exemple illustratif nous considérons le processus suivant :

$$G(s) = \frac{1}{0.8s^{2.2} + 0.5s^{0.9} + 1} e^{-s} \quad (3.31)$$

Les différents contrôleurs PID classique et PID fractionnaire considérés ont été réglés dans le but de concevoir un contrôleur optimal fractionnaire en utilisant le critère de performance ITAE dans l'équation [3.6] Le critère ITAE (Integral of Time-weighted Absolute Error) est un critère de performance utilisé pour évaluer les performances des systèmes de contrôle en pondérant les erreurs par le temps. Cela signifie qu'il pénalise davantage les erreurs qui persistent pendant de longues périodes.

Alors les fonctions de transferts de correcteurs PID classique et PID fractionnaire après optimisation sont comme suit :

- PID Classique:

$$C_{PID}(s) = 0.0795 + \frac{0.5206}{s} + 0.3587s \quad (3.32)$$

- PID Fractionnaire:

$$C_{FOPID-ITAE}(s) = 0.459 + \frac{0.576}{s^{0.996}} + 0.493s^{1.379} \quad (3.33)$$

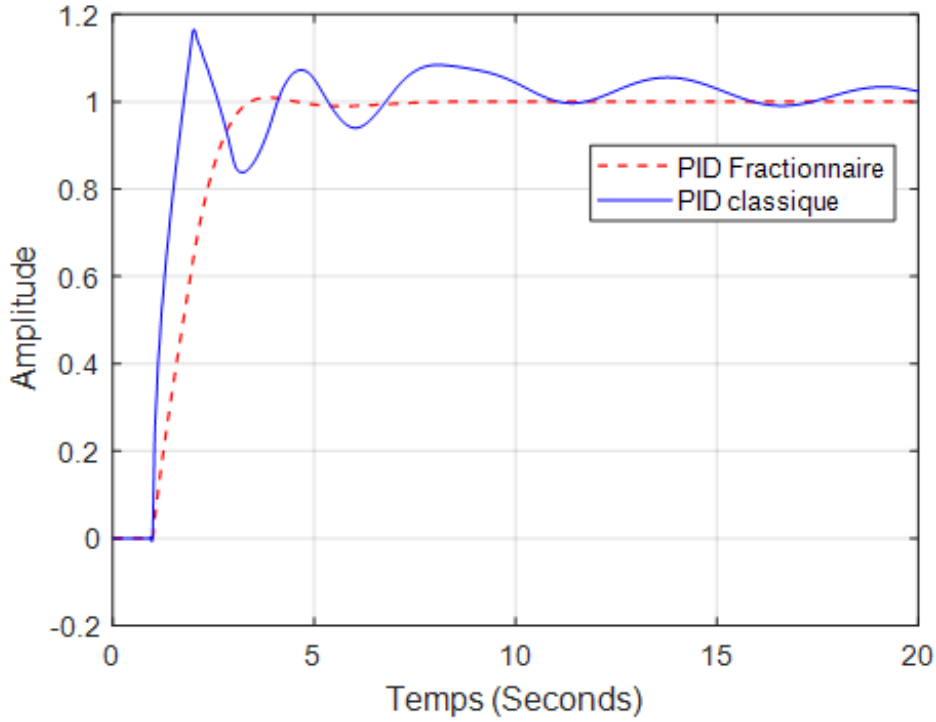


Figure 3.6: Réponse indicielle du système $G_2(s)$: Correcteur PID classique Correcteur PID fractionnaire optimale (critère de performance ITAE).

- La figure 3.6 montre que le régulateur FOPID offre une réponse indicielle supérieure, atteignant la consigne avec moins de déviation et une meilleure gestion des dynamiques du système comparée au PID classique.

3.4.4 Exemple 4: système instable UFOPDT

système instable: Comme quatrième exemple illustratif nous considérons le processus instable UFOPDT suivant [25] :

$$G_4(s) = \frac{1}{s-1} e^{-2s} \quad (3.34)$$

Les paramètres K , L , et T de la fonction UFOPDT sont : $K = 1$, $L = 2$, et $T = 1$.

Les différents contrôleurs considérés ont été réglés par les formules de réglage correspondantes à (chapitre 2). Notez que la règle d'ajustement employée est décrite pour le suivi du point de consigne ou pour le rejet de perturbation.

Conception de Correcteur PID classique et Fractionnaire

Dans le cas de la conception des contrôleurs PID classique et PID fractionnaire en utilisant l'algorithme dans [25], nous trouvons les valeurs de K_p, T_i et T_d pour le correcteur PID classique (pour une entrée consigne et perturbation) et les valeurs K_p, T_i , T_d, λ et μ pour le correcteur PID fractionnaire (pour une entrée consigne et perturbation) .

Pour une entrée Consigne:

Les paramètres de PID Classique trouvés sont:

$$Kp = 4.7209 \quad Ti = 0.7786 \quad Td = 0.1119 \quad (3.35)$$

alors la fonction du transfert de PID Classique filtré sera comme suit :

$$C_{PID}(s) = 4.7209 \frac{0.7786s + 1}{0.7786s} \frac{0.1119s + 1}{\frac{0.1119}{5}s + 1} \quad (3.36)$$

Les paramètres de PID fractionnaire trouvés sont :

$$Kp = 6.9415, Ti = 0.7759, Td = 0.0576, \lambda = 1 \text{ et } \mu = 1.1808; \quad (3.37)$$

alors la fonction de transfert de PID fractionnaire filtré sera comme suit :

$$C_{FOPID}(s) = 6.9415 \frac{0.7759s^1 + 1}{0.7759s^1} \frac{0.0576s^{1.1808} + 1}{\frac{0.0576}{5}s + 1} \quad (3.38)$$

Pour l'approximation des ordres fractionnaires du correcteur FOPID, nous avons utilisé l'approximation d'Oustaloup (expliquée au chapitre 2) avec les paramètres suivants : (N : ordre de filtre de valeur 5 ; les $[W_b, W_h] = [10^{-3}, 10^3]$).

Pour une entrée perturbation:

$$C_{PID}(s) = 4.7125 \left(1 + \frac{1}{0.4338s} + 0.1334s \right) \quad (3.39)$$

$$C_{FOPID}(s) = 7.8350 \left(1 + \frac{1}{10.6462s} + 0.0560s^{1.2169} \right) \quad (3.40)$$

Les Figures 3.7 & 3.8 donnent les réponses indicielles pour une entrée consigne et entrée perturbation du système UFOPDT en utilisant les deux correcteurs PID classique et PID fractionnaire respectivement.

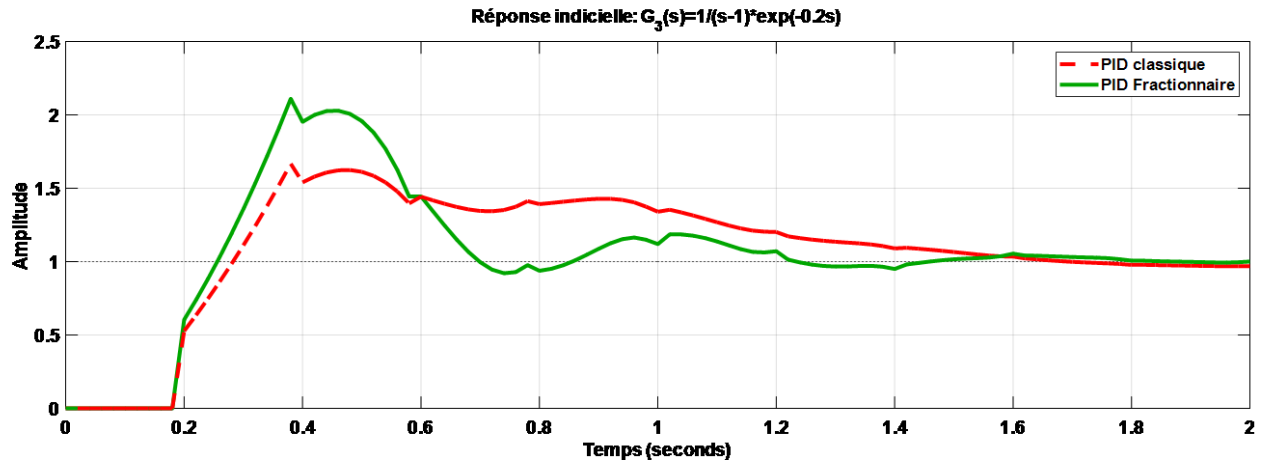


Figure 3.7: Réponse indicielle à l'entrée consigne pour le système $G_4(s)$: Correcteur PID classique & PID fractionnaire (pour $M_s = 1.4$)

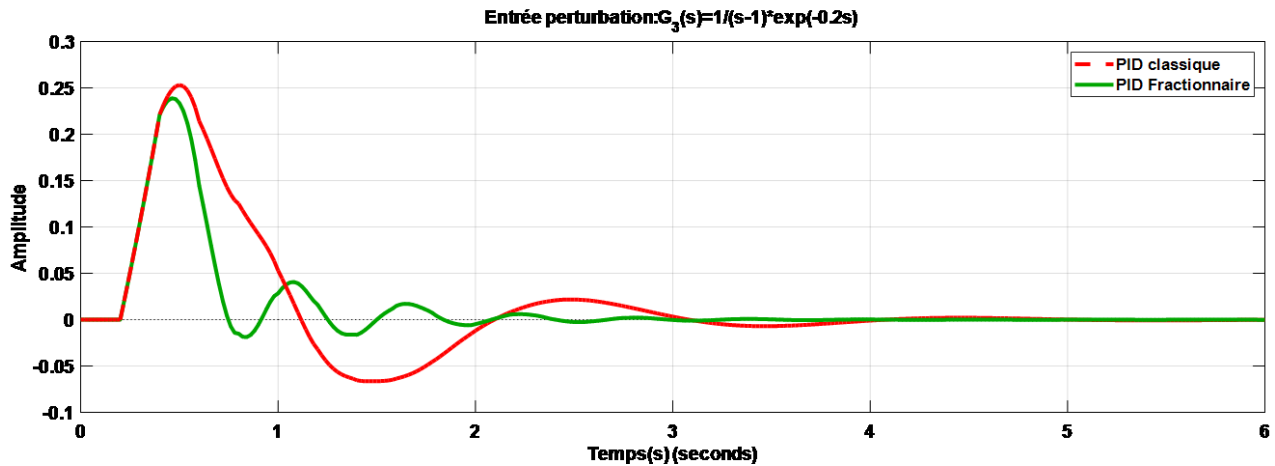


Figure 3.8: Réponse indicielle à l'entrée perturbation pour le système $G_4(s)$: Correcteur PID classique & PID fractionnaire (pour $M_s = 1.4$)

- La figure 3.7 montre que le régulateur FOPID stabilise le système instable plus efficacement avec une réponse plus rapide à la consigne comparée au PID classique.
- La figure 3.8 indique que le FOPID offre une meilleure gestion des dynamiques instables en réponse à une perturbation par rapport au PID classique.

3.5 Conclusion

Ce chapitre a démontré l'application pratique des régulateurs PID et FOPID pour des systèmes avec retard, en utilisant plusieurs exemples de simulation. Nous avons étudié un système intégral avec retard (IPDT), un système de premier ordre avec retard (FOPDT), et un système instable, en appliquant les algorithmes de commande PID d'ordre entier et d'ordre fractionnaire.

Les simulations ont révélé que les régulateurs FOPID offrent une performance supérieure en termes de stabilité et de temps de réponse par rapport aux régulateurs PID classiques. Les résultats montrent une meilleure gestion des retards et une réduction significative du dépassement et du temps de stabilisation.

Chaque exemple a été accompagné de commentaires détaillés sur les figures obtenues, permettant de visualiser les avantages des régulateurs FOPID. Les analyses ont confirmé l'efficacité de ces régulateurs dans diverses conditions de fonctionnement, mettant en évidence leur flexibilité et leur robustesse.

En conclusion, les méthodes présentées dans ce chapitre fournissent des solutions robustes et efficaces pour le contrôle des systèmes avec retard, démontrant des résultats appréciables et ouvrant la voie à des applications industrielles plus performantes.

Conclusion générale

Ce mémoire a exploré en profondeur la conception et l'optimisation des régulateurs PID et FOPID pour les systèmes avec retard. Les régulateurs PID traditionnels, bien que largement utilisés pour leur simplicité et leur efficacité, présentent des limitations lorsqu'ils sont appliqués à des systèmes dynamiques complexes avec des retards temporels. Les régulateurs FOPID, en intégrant des dérivées et intégrales d'ordre fractionnaire, offrent une flexibilité accrue et une meilleure performance pour ces systèmes.

La première partie de ce mémoire a présenté une revue exhaustive des fondements théoriques des régulateurs PID et FOPID, en mettant en évidence les défis associés au contrôle des systèmes avec retard. Les concepts clés tels que la stabilité, la précision et la robustesse ont été discutés, et les limitations des régulateurs PID classiques ont été mises en lumière.

Dans les chapitres suivants, des modèles de systèmes avec retard, y compris les modèles FOPDT (First Order Plus Dead Time), IPDT (Integrating Process with Dead Time), et FOIPDT (Fractional Order Integrating Process with Dead Time), ont été détaillés. Les méthodes de mesure de performance comme l'IAE (Integral Absolute Error), l'ISE (Integral Square Error), et l'ITAE (Integral Time Absolute Error) ont été utilisées pour évaluer l'efficacité des régulateurs.

Le cœur du mémoire a été consacré à l'application pratique de ces concepts à travers des simulations détaillées.

Ces simulations ont démontré que les régulateurs FOPID offrent une performance supérieure en termes de stabilité et de temps de réponse par rapport aux régulateurs PID classiques. Les résultats ont montré une meilleure gestion des retards et une réduction significative du dépassement et du temps de stabilisation.

Les figures et les tableaux inclus dans le mémoire ont été soigneusement commentés pour fournir une visualisation claire des performances des régulateurs dans divers scénarios. L'analyse des résultats a confirmé l'efficacité des régulateurs FOPID, soulignant leur capacité à améliorer la stabilité et la précision des systèmes avec retard.

En conclusion, ce mémoire a apporté une contribution significative à la compréhension et à l'amélioration du contrôle des systèmes avec retard. Les méthodes avancées de réglage et d'optimisation des régulateurs FOPID proposées offrent des solutions robustes et efficaces pour les défis des systèmes dynamiques modernes. La poursuite des recherches dans ce domaine promet de nouvelles avancées, améliorant encore les capacités des régulateurs à gérer les complexités des systèmes industriels.

Bibliography

- [1] Smith, J. (2020). *Control Systems Engineering*. Wiley.
- [2] Chen, G., & Moore, K. (2018). *Robust Control for Time-Delay Systems*. Springer.
- [3] Podlubny, I. (1999). *Fractional Differential Equations*. Academic Press.
- [4] Tan, W., & Marquez, H. J. (2003). *Advanced PID Control*. ISA.
- [5] Zhao, Y., & Li, X. (2018). *Fractional Order Control Systems*. Academic Press.
- [6] Anderson, B. D. O., & Moore, J. B. (2017). *Optimal Control: Linear Quadratic Methods*. Dover Publications.
- [7] Oldham, K. B., & Spanier, J. (2016). *The Fractional Calculus*. Academic Press.
- [8] Bequette, B. W. (2003). *Process Control: Modeling, Design, and Simulation*. Prentice Hall.
- [9] Padula, Fabrizio and Visioli, Antonio. *Fractional-Order Systems and Controls: Fundamentals and Applications*. Springer, 2015.
- [10] R. Oustaloup, *La commande CRONE: Commande robuste d'ordre non entier*, Hermes, Paris, 1991.
- [11] R. Oustaloup, A. Levron, B. Mathieu, and F. M. Nanot, "Frequency-band complex non-integer differentiator: characterization and synthesis," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 47, no. 1, pp. 25–39, 2000.
- [12] R. Oustaloup, F. Levron, and B. Mathieu, "The CRONE controller," in *Fractional Differential Systems: Models, Methods and Applications*, R. Caponetto, G. Maione, and R. Pisano, Eds., pp. 203–230, Springer, 2010.
- [13] Colbaugh R., Glass K., Seraji H., "Adaptive tracking control of manipulators: Theory and experiments," *Robotics & Computer-Integrated Manufacturing*, pp. 209–216, 1996.
- [14] Ladaci S., "Contribution à la Commande Adaptative d'Ordre Fractionnaire," Thèse de Doctorat, Département d'Électronique, Université Mentouri de Constantine, 2007.
- [15] Monje A., Chen Y.-Q., "Fractional-order Systems and Controls, Fundamentals and Applications," pp. 193-194, Springer, 2010.
- [16] Oustaloup A., "La Commande CRONE," Hermès science publications, Paris, 1991.
- [17] Oustaloup A., "La Dérivation Non Entière," Hermès, Paris, 1995.
- [18] C. L. Smith, "A Tutorial on Process Control: PID Control and Tuning," *Process Control Journal*, 1972.

- [19] Towards AI, "Genetic Algorithms in Optimization: Theory and Applications," available at: [Towards AI](https://towardsai.net).
- [20] Processes, "Particle Swarm Optimization: Theory, Techniques, and Applications," available at: [Processes](https://www.processes.com).
- [21] K. Nishikawa, "Least Squares Estimation: Methodologies and Applications," *Control Engineering Journal*, 2007.
- [22] "Genetic Algorithms in Machine Learning and Optimization," Towards AI, accessed June 3, 2024.
- [23] "Particle Swarm Optimization for PID Controller Tuning," Processes Journal, accessed June 3, 2024.
- [24] Nishikawa, T., "Least Squares Estimation for System Identification," *Journal of Process Control*, vol. 17, no. 2, pp. 121-127, 2007.
- [25] Padula, F., & Visioli, A. (2011). Tuning rules for optimal PID and fractional-order PID controllers. *Journal of process control*, 21(1), 69-81.
- [26] O'Dwyer, A., *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*, Imperial College Press, 2006.
- [27] I. Podlubny, "Fractional-order systems and $PI\lambda D\mu$ controllers", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, no. 1, pp. 208-214, 1999.
- [28] D. Valerio, "Fractional robust system control", Ph.D. Thesis, University of Lisbon, 2005.
- [29] C.A. Monje, B.M. Vinagre, V. Feliu, Y.Q. Chen, "Tuning and auto-tuning of fractional order controllers for industry applications", *Control Engineering Practice*, vol. 16, no. 7, pp. 798-812, 2008.
- [30] D. Maiti, A. Acharya, M. Chakraborty, A. Konar, R. Janarthanan, "Tuning PID and $PI\lambda D\mu$ controllers using the integral time absolute error criterion", in: *Proceedings IEEE International Conference on Information and Automation for Sustainability*, 2008.
- [31] K.J. Åström, T. Hägglund, "Advanced PID Control", ISA Press, Research Triangle Park, 2006.
- [32] F.G. Shinskey, "Feedback Controllers for the Process Industries", McGraw-Hill, New York, 1994.